** LA FLEUR DE TOURNESOL**

*La science qui étudie la disposition des organes*

*botaniques (feuilles, graines , fleurs) autour de*

*la tige s’appelle la  « Phyllotaxie ».*

**Préambule : le nombre d’or et l’angle d’or.**

On appelle proportion d’un rectangle le rapport .

La proportion considérée comme la plus harmonieuse, appelée « proportion divine » est la proportion telle que si l’on ôte à un tel rectangle (appelé « rectangle d’or ») un carré construit sur sa largeur, on obtient un autre rectangle qui a la même proportion.



Ainsi, pour un rectangle d’or de largeur 1,

sa longueur x doit être telle que la proportion

du grand rectangle ( ) doit être égale à la

proportion du petit rectangle.

Cette proportion divine exprime une proportion jugée particulièrement esthétique. On la retrouve, de fait, dans de nombreux monuments architecturaux, dans la peinture. Et même dans la nature . . .

**1. Le nombre d’or.**

**a.** Exprimer en fonction de x la proportion du petit rectangle puis montrer que trouver

un tel réel x revient à résoudre l’équation : x² - x – 1 = 0.

**b.** Résoudre l’équation x² - x – 1 = 0

Le nombre d’or est la racine positive de cette équation.

Désormais, on notera ce nombre d’or . =

**c.** Donner une valeur approchée au millième du nombre d’or.

**2. L’angle d’or.**

Sur le dessin, le rapport de la longueur **a** du grand arc

par la longueur **b** du petit arc est égal au nombre d’or :

= = .

On appelle alors **angle d’or** l’angle (gamma) indiqué

sur le dessin.

**a.** Notons r le rayon du cercle. Exprimer en fonction de r et de la longueur b du

petit arc de cercle puis la longueur a du grand arc de cercle.

**b.** De l’égalité = montrer que =

**c.** Déterminer la valeur de en radians à prés puis en degrés à prés.

**A. Lien entre le nombre d’or et la fleur de tournesol**.

Comme l’indique le film, lors de la croissance d’une fleur de tournesol, constituée de centaines de petites fleurs, chaque petite fleur apparaît en formant l’angle d’or avec le centre de la fleur de tournesol et la petite fleur précédente. En fin de croissance, chacune de ces petites fleurs sera à une distance du centre très légèrement inférieure à celle de la petite fleur qui la précède.



On souhaite reconstituer le dessin

d’une fleur de tournesol à l’aide d’un petites fleurs

logiciel informatique en modélisant

chaque petite fleur par un point.

Pour cela, on définit la suite de points de coordonnées polaires (  ; ) où les suites () et () sont définies par :

= 10 = 0

= 0,999 = +

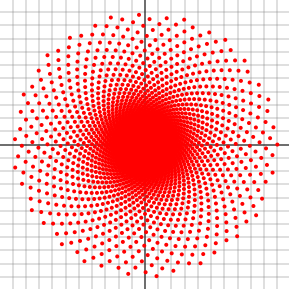
**1. a.** Quelle est la nature de la suite () ? Quelle est son sens de variation ? Justifier.

**b.** Mêmes questions pour la suite ().

**2.** Pour bien comprendre le mécanisme de construction, placer dans un repère

orthonormal, les points , , et . (On prendra 1 cm pour une unité).

**3.** Voici la structure de l’algorithme, que l’on complètera au fur et à mesure.



Variables : r, teta, x, y, i, gamma

Initialisations :

r prend la valeur 10

teta prend la valeur 0

gamma prend la valeur 2 / ( 1 + )

1 Pour i allant de

2 x prend la valeur

3 y prend la valeur

4 Tracer Point ( x ; y )

5 r prend

6 teta prend

7 Fin

**a.** On souhaite construire 4000 points. Compléter la ligne 1.

**b.** A la ligne 4, on demande au logiciel de placer un point. Les coordonnées (x ; y) doivent

être obligatoirement des coordonnées cartésiennes. Compléter les lignes 2 et 3.

**c.** Une fois un point placé, il faut changer les coordonnées polaires r et téta pour placer

le point suivant au prochain passage dans la boucle. Complétez les lignes 5 et 6.

*Appeler le professeur*

**4.** Programmer votre algorithme sur Algobox.

**5.** Où se trouve le point  ?

*Appeler le professeur*

**B. Lien entre la fleur de tournesol et la suite de Fibonacci.**

**1.** On peut voir deux sortes de spirales apparentes, que l’on appelle les parastiches droites

(qui s’enroulent vers la droite, du centre à l’ouverture) et les parastiches gauches.

Comptez-les.

**2.** On retrouve souvent ce genre de spirales

dans la Nature.

Comptez les parastiches droites et les

parastiches gauches dans cette pomme de pin.

**3.** La suite de Fibonacci (Mathématicien italien. 1175-1250)

On note () la célèbre suite de Fibonacci définie comme suit : = 1

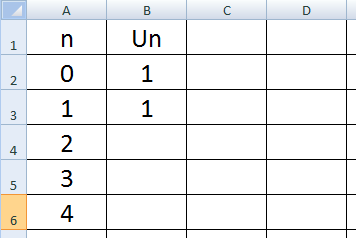
= 1

= +

Autrement dit, chaque terme s’obtient en additionnant les 2 termes précédents.

Calculer les premiers termes de la suite de Fibonacci jusqu’à . Troublant, non ?

**C. Lien entre la suite de Fibonacci et le nombre d’or.**

 Mais il y a encore plus troublant . . .

**1. a.** Sur une feuille Excel, calculez les premiers

termes de la suite de Fibonacci jusqu’à .

**b.** Dans la cellule D3, entrer la formule **= B3/B2**.

Recopiez la ensuite vers le bas.

Quelle conjecture pouvez-vous émettre ?

**2.** Bien que la suite () ne soit ni arithmétique, ni géométrique, on peut donner

l’expression explicite de en fonction de n.

**a.** Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a :

**= [ - ]**

**b.** Recalculer sur Excel (dans la colonne E par exemple) les termes de la suite de

Fibonacci en utilisant cette expression explicite de .

**3.** Démontrer alors votre conjecture émise à la question C.1.b.

*Pour voir ou revoir la vidéo sur le site :* <http://www.unifr.ch/math/plantexpo/>