

RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ

Finale du lundi 31 mars 2008

Les classes de Troisième doivent résoudre les problèmes 1 à 6.

Les classes de Seconde doivent résoudre les problèmes 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par problème traité **en expliquant la démarche**.

1 – L’auberge espagnole

Andy, Betty, Connie et Danny ont loué le même appartement à Barcelone durant l’année 2006.

Soucieux d’être bien informés, ces quatre jeunes gens ont décidé d’acheter chaque semaine un hebdomadaire français paraissant le dimanche.

Toutefois, il fallait se lever tôt pour acquérir l’unique exemplaire disponible au kiosque situé au pied de leur immeuble.

Andy a acheté l’hebdomadaire les deux premiers dimanches, Betty les deux dimanches suivants, puis Connie les deux suivants et enfin Danny les deux suivants. Ils ont répété ce cycle jusqu’à la fin de l’année.

**Combien de fois durant l’année 2006 chaque colocataire a-t-il acheté cet hebdomadaire ?
Vous ferez apparaître votre démarche.**

2 – Carré cube

Trouvez un entier tel que son carré et son cube utilisent ensemble et une seule fois chacun des 10 chiffres de notre numération. Combien y a-t-il de tels entiers ?

Expliquez votre démarche.

3 – Cherchez les points

Étant données deux droites parallèles, construisez l’ensemble des points situés deux fois plus près de l’une que de l’autre. On utilisera seulement le compas, la règle et l’équerre non graduées.

Utilisez la fiche réponse et expliquez votre construction.

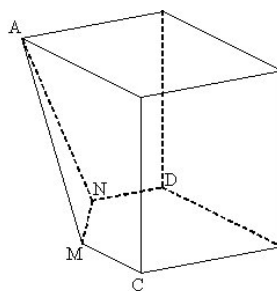
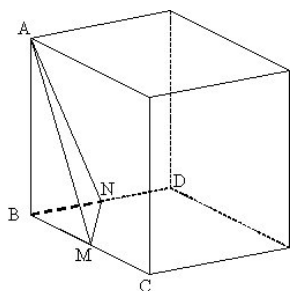
4 – Cercles prisonniers

On donne trois cercles de même rayon dont les centres ne sont pas alignés.

Construisez à la règle et au compas un triangle dont chaque côté est tangent à deux de ces trois cercles et les contenant. Expliquez votre construction.

5 – Patron

Dans un cube de 4 cm d'arête, on découpe une pyramide de la façon suivante :

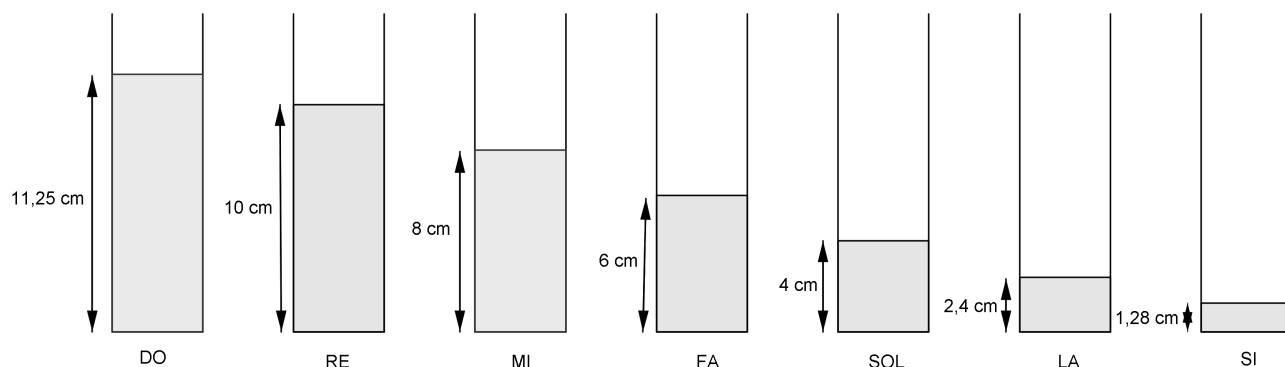


M et N sont les milieux respectifs des arêtes $[BC]$ et $[BD]$.

Tracez un patron du solide restant.

6 – Gamme

Mélodie a trouvé l'illustration d'une gamme fabriquée avec des récipients identiques de base un carré de 4 cm de côté, remplis plus ou moins d'eau.



La musique s'obtient en faisant tinter les récipients avec une mailloche.

Tous ces récipients sont réalisés avec la même matière.

A une note correspond un unique volume d'eau, indépendamment de la forme du récipient.

Elle voudrait fabriquer sa propre gamme. Elle possède dans son placard sept récipients de même matière dont :

- six pavés droits de hauteur 18 cm dont les bases sont des carrés de côté 3 cm ;
- un cylindre de révolution dont la base est un disque de diamètre 4 cm et de hauteur 18 cm.

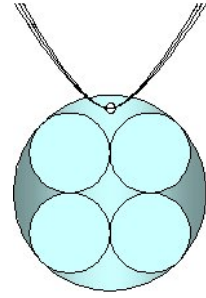
Aidez Mélodie à fabriquer sa propre gamme en donnant la hauteur d'eau nécessaire dans chaque récipient au millimètre près. Vous ferez apparaître votre démarche.

7 – Bijoux

Maëlie est créatrice de bijoux fantaisie.

Pour sa collection d'été, elle a imaginé le modèle ci-contre qu'elle réalise de la façon suivante :

Sur un disque en acier de 5 cm de diamètre, elle colle quatre petites plaques émaillées identiques qui sont des disques tangents entre eux et aussi tangents au disque support.



Combien mesure le rayon des plaques émaillées que Maëlie a utilisées ?

Vous ferez apparaître votre démarche.

8 – Trapèze

Un trapèze $ABCD$ de bases $[AB]$ et $[CD]$ est donné.

On se propose de partager ce trapèze en deux polygones de même aire à l'aide d'un segment $[MN]$, les deux points M et N étant situés sur chacune des bases de ce trapèze.

Réalisez ce partage, lorsque cela est possible, en construisant le point N dans les quatre cas proposés sur la feuille réponse.

Expliquez votre raisonnement.

9 – La toute puissance de trois

Hélène s'intéresse aux mathématiques et tout particulièrement aux puissances de 3.

Avec son ami Pâris, elle cherche à écrire les nombres entiers non nuls sous la forme de sommes de puissances de 3.

Tous deux décident de recenser les nombres inférieurs à 80 qui peuvent s'écrire comme somme **d'au maximum** six puissances de 3 qu'ils appellent *les nombres troyens*.

Par exemple, 50 et 61 sont des nombres troyens car

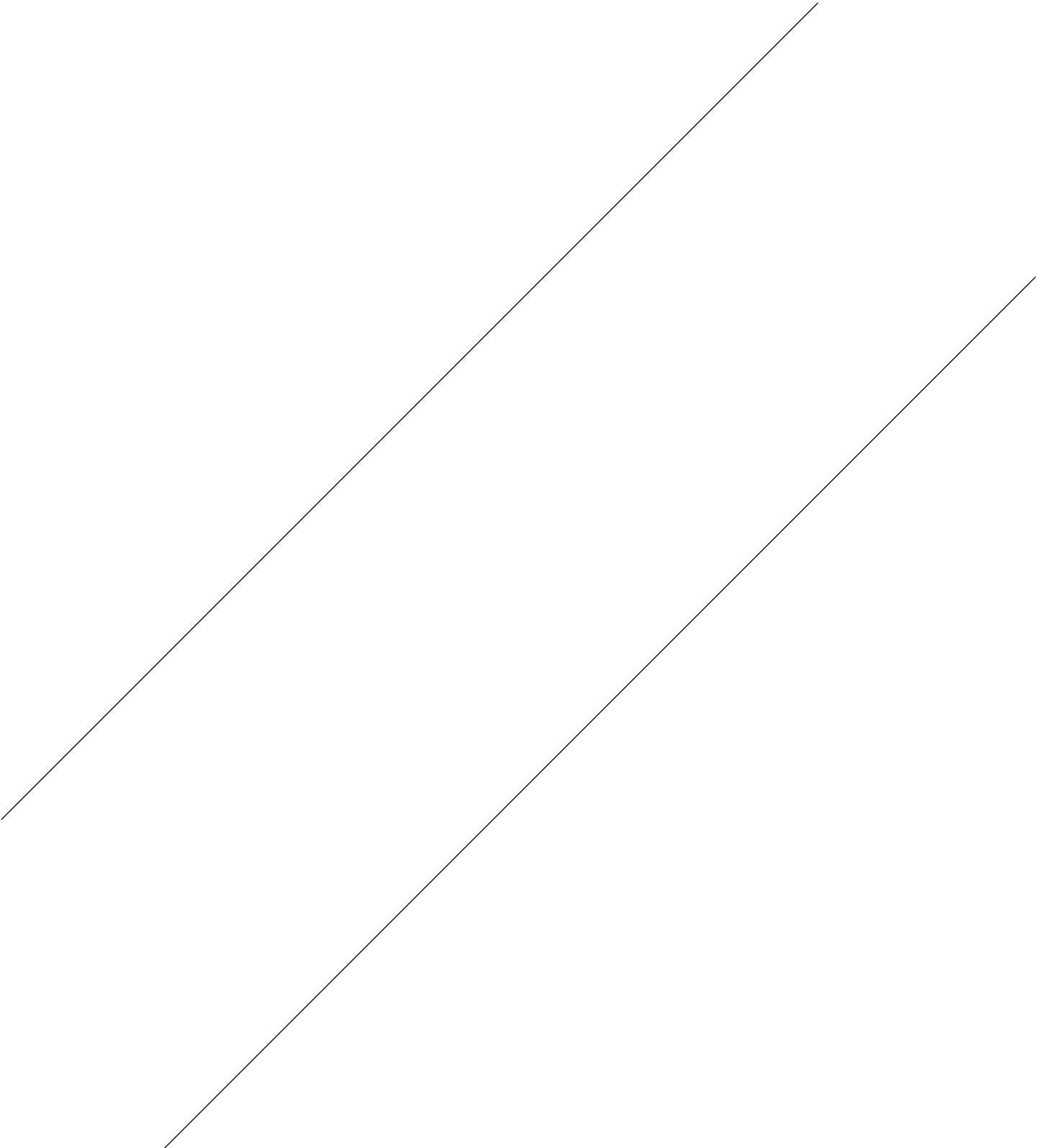
$$50 = 3^3 + 3^2 + 3^2 + 3^1 + 3^0 + 3^0 \text{ et } 61 = 3^3 + 3^3 + 3^1 + 3^1 + 3^0.$$

Trouvez tous les nombres compris entre 50 et 80 qui ne sont pas des nombres troyens.

Vous ferez apparaître votre démarche.

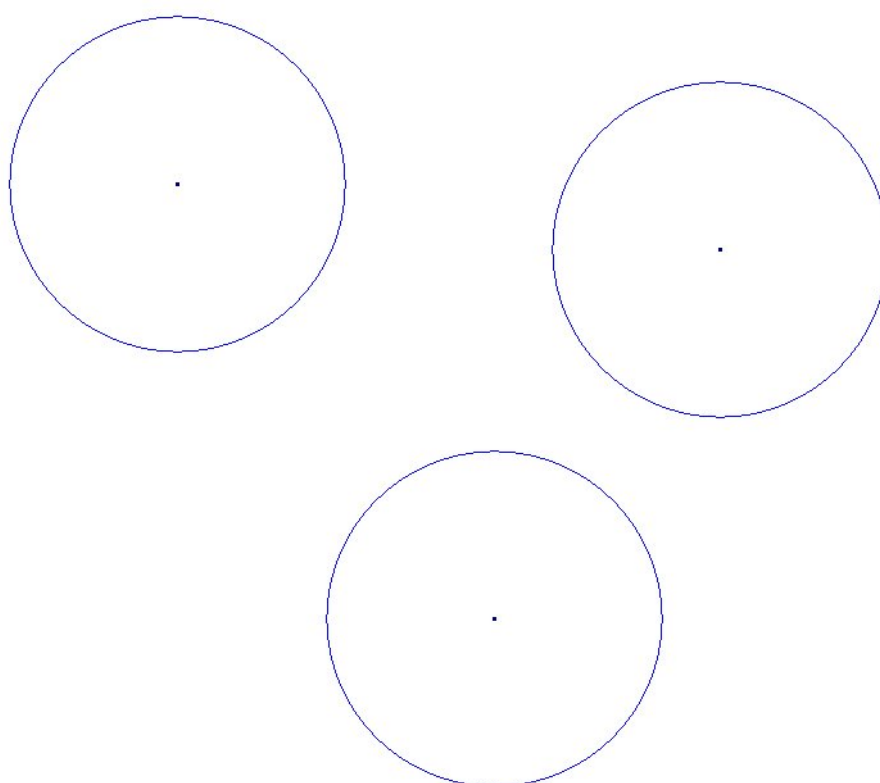
| | |
|--------------------------------------|--|
| Établissement : | Ville : |
| Nom du professeur de mathématiques : | Classe : <i>Effectif de la classe :</i> |

Fiche réponse du problème n° 3



| | |
|--------------------------------------|--|
| Établissement : | Ville : |
| Nom du professeur de mathématiques : | Classe : <i>Effectif de la classe :</i> |

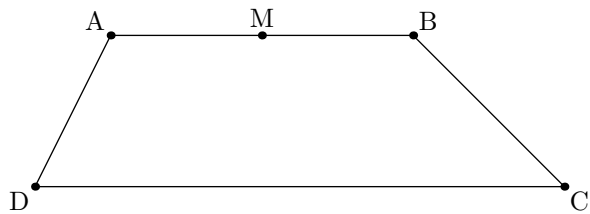
Fiche réponse du problème n° 4



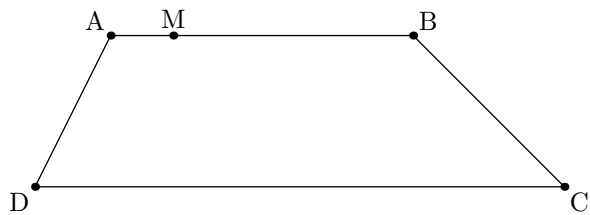
| | |
|--------------------------------------|--|
| Établissement : | Ville : |
| Nom du professeur de mathématiques : | Classe : <i>Effectif de la classe :</i> |

Fiche réponse du problème n° 8

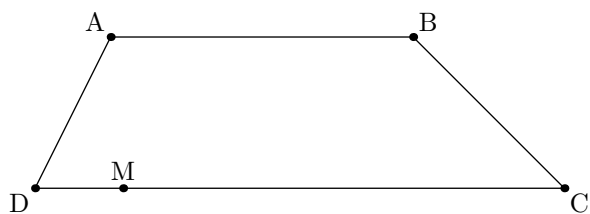
M est le milieu du segment $[AB]$



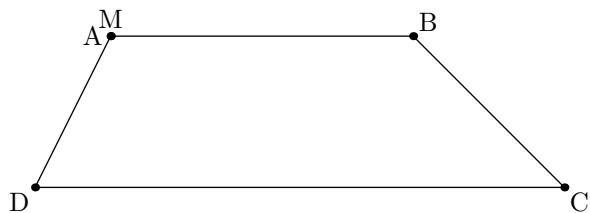
M est un point du segment $[AB]$



M est un point du segment $[CD]$



M est confondu avec le point A



| | |
|--------------------------------------|--|
| Établissement : | Ville : |
| Nom du professeur de mathématiques : | Classe : <i>Effectif de la classe :</i> |

Fiche réponse du problème n°