

Rallye Mathématique

Poitou - Charentes

Entraînement - Solutions



1 Le nombre π

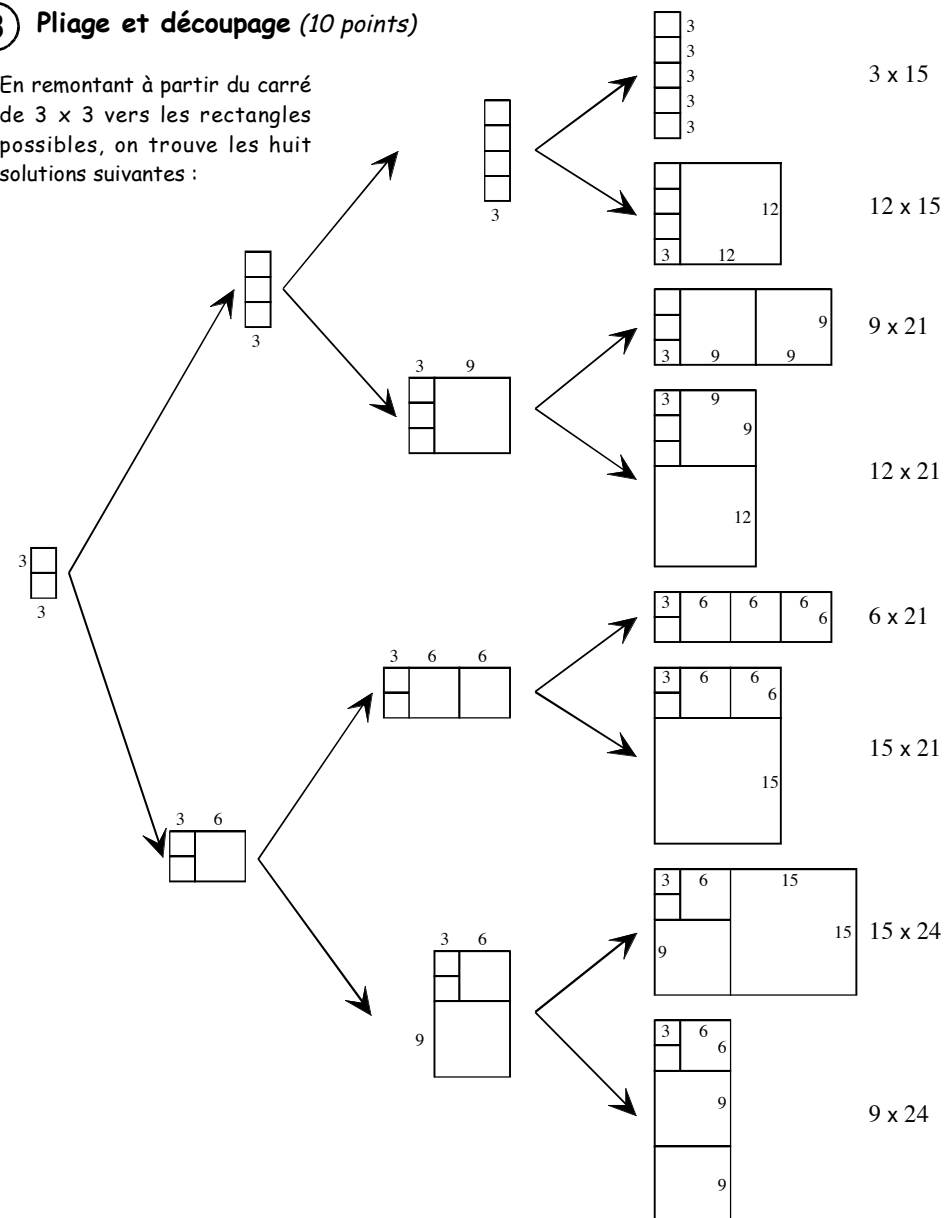
Conservez les réponses que vous avez recueillies ; elles vous seront utiles le 4 mars prochain. Et pensez aux dessins « jeux de mots » avec π . Vous pouvez les préparer dès maintenant.

Pi-lié !



3 Pliage et découpage (10 points)

En remontant à partir du carré de 3×3 vers les rectangles possibles, on trouve les huit solutions suivantes :



2 Êtes-vous doués pour le commerce ? (10 points)

Première solution :

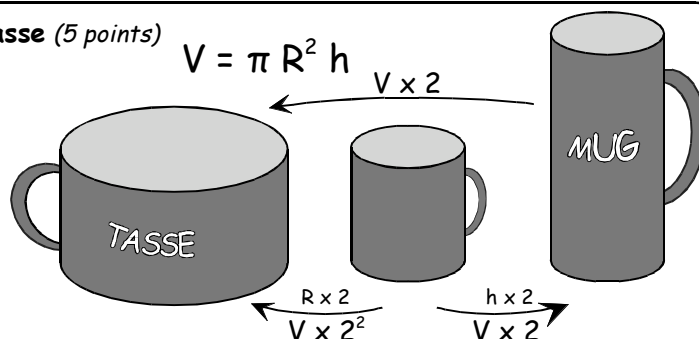
Le marchand gagne 0,40 € par journal vendu, donc 1,20 € pour 3 journaux vendus. Il perd 0,60 € par invendu, donc 1,20 € pour 2 journaux invendus. Pour couvrir sa dépense, le marchand doit donc vendre au moins 3 journaux sur 5, soit au moins 60 % de son stock.

Deuxième solution :

En notant x le nombre de journaux achetés et y le nombre de journaux vendus par le commerçant, celui-ci couvre ses dépenses si $1,2x < 1,6y + 0,6(x - y)$; soit $0,6 < y/x$. Le pourcentage doit être supérieur à 60 %.

4 Le mug et la tasse (5 points)

Le volume d'un cylindre est proportionnel à sa hauteur et au carré du rayon de sa base. La tasse a donc une contenance double de celle du mug.



5 Le château de cartes (15 points)

Notons "étage 1" l'étage supérieur, "étage 2" l'étage juste en dessous et ainsi de suite. Si le château a n étages, l'"étage n " est celui des cartes posées sur la table. Pour le comptage, considérons que l'étage 1 a trois cartes : les deux cartes en V renversé et celle sur laquelle elles sont posées. L'étage 2 a donc 6 cartes... Et de façon générale, l'étage k a $3k$ cartes, sauf le dernier étage n qui a seulement $2n$ cartes.

Ainsi, pour un château de n étages, il y a $3(1 + 2 + \dots + k + \dots + n) - n = S$ cartes. Il faut donc trouver n pour que S soit inférieur à 2008. En négligeant dans un premier temps les n cartes à déduire, il faut que l'expression entre parenthèses soit inférieure au tiers de 2008, soit inférieure à 669. À la calculatrice, en additionnant les entiers successifs, on obtient $n = 36$. Comme $3 \times (1 + 2 + \dots + 36) - 36 = 1962$, le château aura 36 étages et il restera 46 cartes.

