

Rallye Mathématique

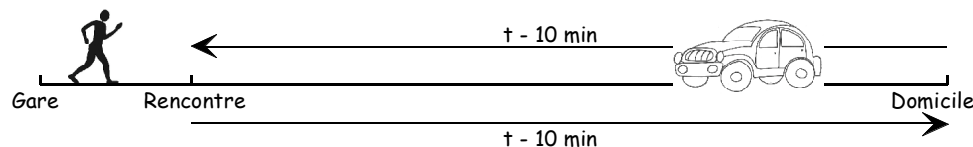
Poitou - Charentes

Entraînement - Solutions



En raison des contraintes de mise en page, les solutions ne sont pas présentées dans l'ordre des numéros des problèmes.

2 Le rendez-vous (15 points)



Soit t le temps en minutes mis habituellement par Madame pour aller à la gare. Ce jour-là, elle a donc rencontré son mari au bout de $(t - 10)$ min, c'est-à-dire 10 min plus tôt que d'habitude. Étant parti à 17h, c'est-à-dire une heure avant l'heure de rencontre habituelle, M. Anatole a donc marché pendant 50 min pour parcourir la distance que fait son épouse en voiture en 10 min et en roulant à 60 km/h.

M. Anatole a donc parcouru 10 km en 50 min, ce qui fait une moyenne horaire de $10 \times 60 / 50 = 12$ km/h, bien trop élevée pour un marcheur.

En les faisant arriver chez eux 10 minutes plus tôt, M. Anatole marche alors pendant 55 minutes pour parcourir 5 km, ce qui fait une moyenne horaire de $5 \times 60 / 55$, soit environ 5,45 km/h, ce qui est plus plausible.

3 Étranges carrés (15 points)

Soit n un entier. L'identité remarquable $(n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1$ établit que la différence entre deux entiers consécutifs est : $(n + 1)^2 - n^2 = 2n + 1$. Leurs nombres de centaines sont successifs si donc $2n + 1 < 200$, soit $n < 100$. La différence entre n^2 et $(n + 2)^2$ est $4n + 4$ et doit excéder 101. Donc $n > 24$. En testant les entiers n entre 25 et 99, on trouve la suite de carrés ci-dessous dont le nombre de centaines augmente d'une unité chaque fois que l'on passe au carré suivant : $41^2 = 1681$, $42^2 = 1764$, ... $58^2 = 3364$ et $59^2 = 3481$, soit une liste de 19 entiers consécutifs qui est la plus longue.

1 Le nombre π

Conservez les réponses que vous avez recueillies ; elles vous seront utiles le 4 mars prochain. Et pensez aux dessins « jeux de mots » avec π . Vous pouvez les préparer dès maintenant.

Pi-lié !



5 De bonnes dispositions (15 points)

Les positions des carrés a dans le carré A sont repérées par les centres des carrés a dans A .



1°) Il y a 16 façons de placer un carré a : les 16 points de la figure 1.

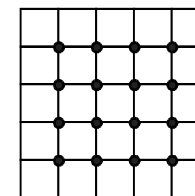


figure 1

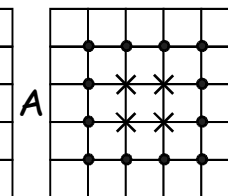


figure 2

2°) Si on veut placer plusieurs carrés a , aucun d'entre eux ne peut être placé aux endroits marqués d'une croix (figure 2). Seuls les 12 points de la "couronne" peuvent recevoir des carrés a . De plus, deux carrés sont obligatoirement sur deux "côtés" opposés (figures 3 et 4).

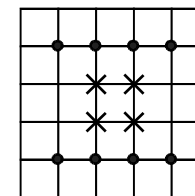


figure 3

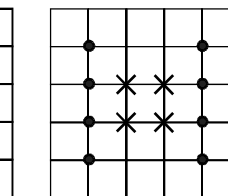


figure 4

3°) Ainsi, il y a $4 \times 4 = 16$ façons de choisir deux carrés parmi ceux placés sur la figure 3 ; 16 autres façons pour les carrés de la figure 4, sachant que les carrés placés en diagonale ont été comptés deux fois. Il y a donc 30 façons de placer deux carrés a .

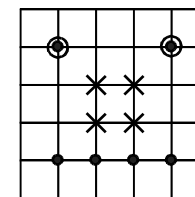


figure 5

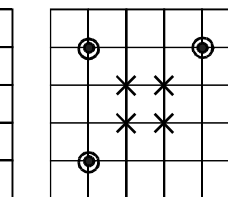


figure 6

4°) Pour placer trois carrés a , il faut nécessairement en placer deux aux extrémités d'un "côté", le troisième étant sur le "côté" opposé (figure 5).

Un "côté" étant choisi pour placer les deux premiers carrés, il y a 4 possibilités de choisir la place du troisième carré. Avec les quatre côtés, il y a donc $16 - 4 = 12$ possibilités, chacune des quatre dispositions de trois carrés (figure 6) ayant été comptée deux fois.

5°) Ce qui précède montre qu'il n'y a plus qu'une seule possibilité de placer 4 carrés (figure 7) et aucune possibilité d'en placer 5.

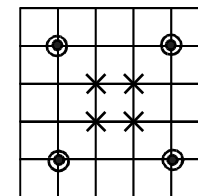


figure 7

