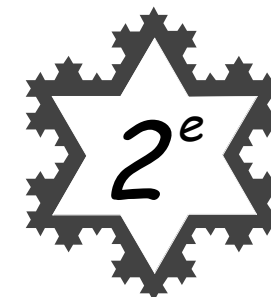


# Rallye Mathématique Poitou - Charentes Entraînement



## 1 Le nombre $\pi$

Les questions suivantes vous préparent à celles de l'épreuve finale concernant le nombre  $\pi$ . Conservez les réponses que vous aurez recueillies ; elles vous seront utiles le 4 mars prochain.

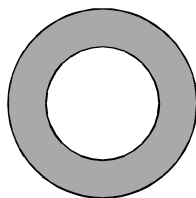
1) Archimède, Johann-Heinrich Lambert, Leonhard Euler et Carl Louis Ferdinand von Lindemann ont contribué à la connaissance du célèbre nombre  $\pi$ . Cherchez des renseignements sur eux dans toute la mesure du possible (date et lieu de naissance, de décès, travaux sur  $\pi$ ).

Legendre a démontré que  $\pi$  est un nombre irrationnel et Lindemann a démontré que  $\pi$  est un nombre transcendant : votre professeur pourra vous donner la signification de ces mots.

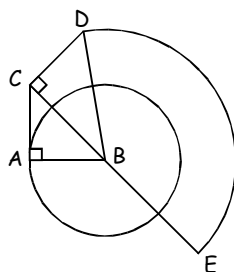
2) Donnez  $\pi$  avec ses vingt premières décimales. Quelles sont les valeurs approchées de  $\pi$  habituellement utilisées. Quelle valeur approchée donne votre calculatrice ? Il existe des moyens mnémotechniques pour retrouver facilement les premières décimales de  $\pi$ . Donnez-en un en français et deux dans deux autres langues.

3) Mettre sous la forme d'une fraction l'expression :  $3 + 1/(7 + 1/(15 + 1/1))$ . La fraction ainsi obtenue est appelée fraction de Métius — elle avait été donnée par Tsu Chung-Chih (peut-être dans les années 480). Donnez-en une valeur approchée à  $10^{-7}$  près. De même, donnez une valeur approchée à  $10^{-10}$  près de la fraction  $103\,993/33\,102$  donnée par Euler. Comparez avec la valeur approchée de  $\pi$  obtenue à la question précédente.

4) Soit une couronne de rayon extérieur 5 cm et de rayon intérieur 3 cm. Dessinez un disque de même aire que celle de cette couronne et donner son rayon.



5) Le triangle ABC est rectangle en A. Le triangle BCD est rectangle en C.  $AB = AC = CD = 1$ . Calculer BC et BD. La demi-droite [CB) coupe le cercle de centre B et de rayon BD en un point E. Comparez la longueur CE avec le périmètre du cercle de centre B et de rayon BA.



6) Un dessin « jeu de mots » avec  $\pi$ .  
À vos crayons pour d'autres dessins.



## 2 Le rendez-vous (15 points)

M. Anatole travaille dans une grande ville et habite à la campagne. Tous les jours, il prend le train pour rentrer chez lui et arrive à 18 heures à la gare la plus proche de son domicile. Son épouse vient le chercher en voiture, et, roulant toujours à la même vitesse et sans encombre, arrive à 18 heures pile à la gare. Or un jour, pour une raison inconnue, M. Anatole arrive à 17 heures à la gare. Comme il ne peut pas prévenir son épouse, il part sur la route à sa rencontre.

Dès qu'ils se voient, Madame fait demi tour et rentre à la maison avec son mari. Arrivés chez eux, ils constatent qu'ils y sont 20 minutes plus tôt que d'habitude.

Combien de temps M. Anatole a-t-il marché ?

Question subsidiaire pour tester les meilleurs lecteurs :  
ce problème est-il plausible ?

Si vous pensez que oui, supposez, pour vérifier la solution, que Madame roule à 60 km/h. À quelle vitesse M. Anatole a-t-il dû marcher jusqu'à la rencontre avec son épouse ?

Si vous pensez que non, que faudrait-il changer dans l'énoncé pour que les données soient plausibles ?

## 3 Étranges carrés (15 points)

Ron observe la suite de carrés d'entiers suivante :

$$3^2 = 9, 4^2 = 16, 5^2 = 25, 6^2 = 36, 7^2 = 49.$$

Ces cinq carrés ont des nombres de dizaines consécutifs.

Donnez une liste de nombres entiers consécutifs la plus longue possible dont les carrés ont des nombres de centaines consécutifs.

Expliquez pourquoi cette liste est bien la plus longue.