

# Rallye Mathématique

## Poitou - Charentes

### Entraînement - Solutions



#### 1 Le nombre $\pi$

Conservez les réponses que vous avez recueillies ; elles vous seront utiles le 4 mars prochain. Et pensez aux dessins « jeux de mots » avec  $\pi$ . Vous pouvez les préparer dès maintenant.

Pi-lié !



#### 2 Jouons avec les diviseurs (15 points)

1, 5 et 11 sont les diviseurs propres de 55 ; ce sont les diviseurs du nombre sauf le nombre lui-même. La chaîne commençant par 55 est donc [55 17 1].

6 est égal à la somme de ses diviseurs propres 1 + 2 + 3. Un tel nombre est dit parfait. La chaîne commençant par 6 est donc infinie : [6 6 6 6 ...]

28 est aussi un nombre parfait :  $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$ . La chaîne commençant par 28 est aussi infinie.

Puisqu'un nombre premier a seulement 1 comme diviseur propre, les chaînes commençant par un nombre premier  $p$  sont de la forme : [ $p$  1]. Ce sont les plus courtes.

Entre 2 et 39, la plus longue chaîne finie est celle qui commence par 30 :

[30 42 54 66 78 90 144 259 45 33 15 9 4 3 1].

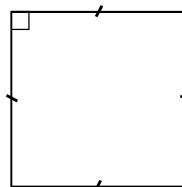
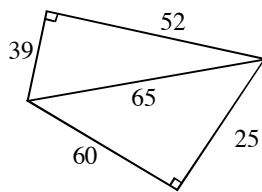
30, 42, 54, 66, 78, 90 et 144 sont inférieurs à la somme de leurs diviseurs propres. Ce sont des nombres "abondants".

#### 3 Même aire (10 points)

Le théorème de Pythagore permet de trouver la longueur de la diagonale : 65, puis celle du quatrième côté : 39.

L'aire du quadrilatère est  $(60 \times 25 + 39 \times 52)/2 = 1764$ . Le côté du carré est 42 et le périmètre de celui-ci 168.

Le périmètre du quadrilatère est  $60 + 25 + 52 + 39 = 176$ . C'est donc le quadrilatère de gauche qui a le plus grand périmètre.



#### 4 Rue Descartes (10 points)

" Les maisons de Brice, d'Estéban et de Carole ne jouxtent pas celle d'Alex".  
On en déduit qu'Alex habite à une extrémité et que son voisin est Dany.

" Dany n'a pour voisins ni Carole, ni Brice".

C'est donc Estéban qui habite au centre des cinq maisons.

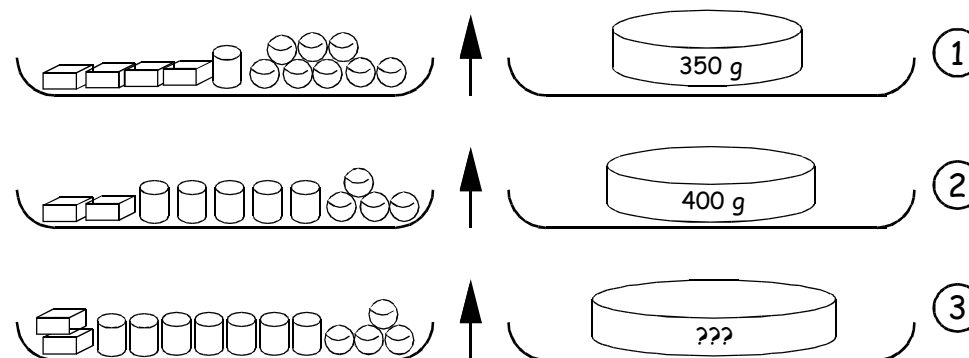
" La maison de Carole est à gauche de celle d'Estéban" et " Brice n'habite pas à côté d'Estéban".

Alex et Dany habitent donc à droite d'Estéban, Alex étant le plus éloigné. Carole et Brice habitent à gauche d'Estéban, Brice étant le plus éloigné.

On a donc la disposition suivante :



#### 5 Sans parole (10 points)



En doublant le deuxième équilibre et en comparant le résultat au premier, on obtient que 9 cylindres ont une masse de 450 g. Un cylindre a donc une masse de 50 g.

Le troisième équilibre contient deux cylindres de plus que le deuxième équilibre. La masse inconnue est donc de 500 g.