

Rallye Mathématique

Poitou - Charentes

4 mars 2008



① Le nombre π (20 points)

1) Archimède, Ludolph von Ceulen (Ludolf van Keulen), John Machin et Thomas Fantet de Lagny se sont intéressés au nombre π . Donnez, en les résumant (environ 15 lignes), les renseignements que vous avez recueillis sur eux à la suite de l'épreuve d'entraînement.

2) En Allemagne, π est appelé parfois nombre de Ludolph. Pourquoi ? Donnez π avec ses vingt premières décimales. Il existe des moyens mnémotechniques pour retrouver facilement les premières décimales de π . Donnez-en un en français et deux dans deux autres langues.

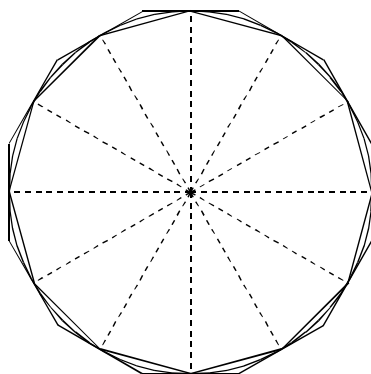
3) Calculez $22/7$ avec 4 décimales. La fraction $355/113$ donnée par Tsu Chung-Chih (peut-être dans les années 480) est appelée fraction de Métius : donnez-en une valeur approchée avec 7 décimales. De même, donnez une valeur approchée à 0,0001 près de $(553/(311 + 1))^2$, expression qui rappelle curieusement la fraction de Métius. Mais alors, π , c'est quoi ?

4) Tracez un dodécagone régulier inscrit dans un cercle de rayon 7 cm et un dodécagone régulier circonscrit à ce cercle.

Mesurez soigneusement les périmètres P_1 et P_2 des deux dodécagones. En utilisant ces deux mesures, peut-on donner une valeur approchée de π ? Avec quelle précision ?

5) On considère vingt-quatre disques de rayons respectifs 1, 2, 3, ..., 23 et 24 cm. Trouvez le rayon du disque dont l'aire est égale à la somme des aires des disques précédents. Ces aires sont égales ; qu'en est-il des périmètres correspondants ?

6) Donnez-nous vos dessins « jeux de mots » avec π .



② Complet ! (10 points)

Un avion offre des places en classes touriste, supérieure et affaires. Par rapport à la classe touriste, le prix du billet subit une majoration de 50 % en classe supérieure et de 100 % en classe affaires. L'effectif de la classe touriste est le double de celui de la classe supérieure et le quadruple de celui de la classe affaires. Le billet en classe touriste vaut 200 €, et la recette totale pour un avion complet atteint 72 000 €. Quel est le nombre total de passagers pour un avion complet ?

③ Le losange de Pascal (10 points)

Les nombres des cases grisées ont été choisis au hasard.

Pour compléter ce tableau, Pascal a utilisé une logique numérique bien précise. Retrouvez cette logique et complétez le tableau.

		1		
	6		10	
57	10	17	25	
	44	59	84	
145		172	202	

④ Machine, attention ! (5 points)

Quelle est la 2008^{ème} décimale de $\frac{31}{13}$?

⑤ Nos origines (15 points)

On estime l'âge de la Terre à environ 4,5 milliards d'années. L'homme serait apparu sur Terre il y a 3 millions d'années seulement. Si on représente la succession des événements de l'histoire de la Terre par une année de 365 jours (le 1er janvier à 0 heure représente le début de la Terre il y a 4,5 milliards d'années, et le 31 décembre à minuit représente l'époque actuelle), alors quel jour et à quelle heure, arrondie à une minute près, se situe l'apparition de l'homme ?