

1 Le nombre π (20 points)

1) **Archimède** est un géomètre de l'Antiquité, né à Syracuse, en 287 av. J.C. et mort en 212 av. J.C. (tué par un soldat romain lors du siège de Syracuse). Génial inventeur en mécanique statique et hydrostatique (poulie, roues dentées, vis sans fin), « Eureka ! », il découvre le principe qui porte maintenant son nom (poussée sur un corps plongé dans un liquide), principe et propriétés du levier... Ses travaux mathématiques portent sur les figures planes et volumes (aires et volumes), les cercles et spirales (valeur approchée de π), les sphères, cônes et cylindres...

Ludolph von Ceulen (1539-1610) est professeur à l'Université de Leyde ; il calcule 20 décimales de π en 1596 à partir d'un polygone de 515 396 075 520 côtés, puis 34 décimales en 1609. π est parfois appelé nombre de Ludolph.

Johann Heinrich Lambert est philosophe, mathématicien et physicien. Il est né à Mulhouse en 1758 ; il passe presque toute sa vie à Berlin où il meurt en 1777. Le premier, il démontre rigoureusement en 1761 que π est un nombre irrationnel.

Leonhard Euler, né à Bâle en 1707 et mort en 1783, est l'un des plus grands mathématiciens de tous les temps, astronome, physicien et philosophe. Il est l'auteur de nombreux théorèmes et son œuvre est considérable (peut-être 800 pages de textes scientifiques par an !). Il découvrit de nouvelles formules concernant π . Devenu aveugle, il n'en continua pas moins ses travaux, aidé en cela par sa prodigieuse mémoire.

2) $\pi = 3,1415926535897932384626433...$: confusion fréquente entre le nombre de chiffres de l'écriture et le nombre de décimales. Il manque alors une décimale au résultat.

Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages
Glorieux Archimède, artiste ingénieur,
Toi de qui Syracuse aime encore la gloire
Soit ton nom conservé par de savants grimoires !

Des phrases en d'autres langues
sur le site de la Régionale
APMEP de Poitou-Charentes

Sir, I send a rhyme excelling
In sacred truth and rigid spelling
Numerical sprites elucidate...

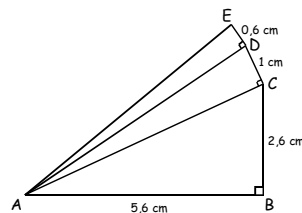
Dir, o Held, o alter Philosoph, du Riesen-Genie
Wie viele Tausende bewundern Geister
Himmlisch wie du und göttlich !

3) $3 + 1/(7 + 1/(15 + 1/1)) = 355/113 = 3,14159292035...$ (noter la curiosité de la fraction de Metius : elle est écrite en coupant en deux le nombre 113355, d'où la facilité de la retenir ; elle avait déjà été donnée par Tsu Chung-Chih (dans les années 480)).

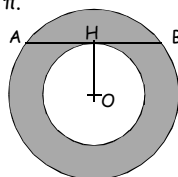
$103993/33102 = 3,14159265301...$. $\sqrt{2143/22} = 3,14159265258...$

Toutes ces valeurs sont proches de π , la fraction d'Euler est celle s'en rapprochant le plus.

4) $AE^2 = ED^2 + AD^2 = ED^2 + DC^2 + AC^2 = ED^2 + DC^2 + CB^2 + AB^2$
 $= 39,48$, d'où $AE = 6,2833...$. Le périmètre d'un cercle de rayon 1 étant 2π , soit $6,28318...$, la longueur AE est peu différente de ce périmètre $AE/2 = 3,1416...$. On a une construction géométrique donnant ainsi une valeur approchée de π .



5) Le triangle HOB étant rectangle, on a $HB^2 = OB^2 - OH^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2$.
Aire de la couronne : $5^2\pi - 3^2\pi = 4^2\pi$.
Aire du cercle de diamètre AB : $4^2\pi$.
Les aires sont égales.



Rallye Mathématique

Poitou - Charentes

4 mars 2008 - éléments de solutions



2 Les trois sœurs Dèsarts (5 points)

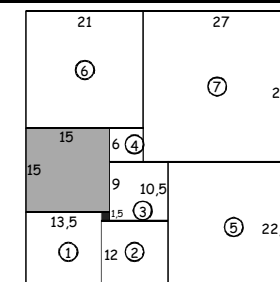
Les trois renseignements donnés montrent qu'Hélène fait du chant et est en 5^{ème}. Louise ne peut pas être la jeune fille passionnée de danse ; elle est donc passionnée de peinture et Alice de danse. Les réponses sont dans le tableau ci-contre.

	Chant	Danse	Peint.
Alice	<input checked="" type="checkbox"/>	4 ^{ème}	
Hélène	5 ^{ème}		
Louise	<input checked="" type="checkbox"/>		3 ^{ème}

3 Carré ? (10 points)

De proche en proche, dans l'ordre des numéros des carrés, on obtient les mesures des côtés indiquées sur le dessin ci-contre.

On montre ainsi que la figure obtenue n'est pas un carré, ses côtés étant 48 cm et 49,5 cm. Céline avait raison de douter de l'affirmation de Benoît.

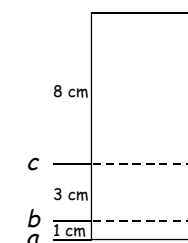


4 Distribution (10 points)

Les dimensions d'aire et de volume nous donnent la hauteur du cylindre : 12 cm. Les robinets a, b et c sont donc situés comme le montre le dessin ci-contre.

Sur les 8 cm de hauteur à partir du haut, les trois robinets sont actifs avec un débit total de 8 cm³/min et ceci pendant une durée de 2 min.

Sur les 3 cm de hauteur suivants, seuls les robinets a et b sont actifs avec un débit total de 3 cm³/min et aussi pendant 2 min. Enfin le robinet a mettra 2 min à vider le réservoir. Ainsi les robinets auront mis 6 min à vider le réservoir avec 10 cm³ dans le récipient C, 8 cm³ dans le récipient B et 6 cm³ dans le récipient A.



5 Millésime régional (10 points)

$16 + 17 + 79 + 86 = 198$. On a $198 \times 10 = 1980$. Il manque 28 pour atteindre 2008.

Comme $86 - 79 = 7$, on obtient 28 avec $4 \times (86 - 79)$. On peut alors écrire par exemple $10 \times (16 + 17 + 79 + 86) + 4 \times (86 - 79) = 2008$.

D'où une solution possible parmi beaucoup : $16 \times 10 + 17 \times 10 + 79 \times 6 + 86 \times 14 = 2008$.