

Rallye Mathématique

Poitou - Charentes

Entraînement



1 Le nombre π

Les questions suivantes vous préparent à celles de l'épreuve finale concernant le nombre π . Conservez les réponses que vous aurez recueillies ; elles vous seront utiles le 4 mars prochain.

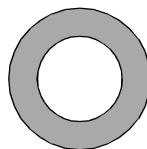
1) Archimède, Ludolph von Ceulen (Ludolf van Keulen), Johann-Heinrich Lambert et Leonhard Euler ont contribué à la connaissance du célèbre nombre π . Cherchez des renseignements sur eux dans toute la mesure du possible (date et lieu de naissance, de décès, travaux sur π).

Legendre a démontré que π est un nombre irrationnel : votre professeur pourra vous donner la signification de ce mot.

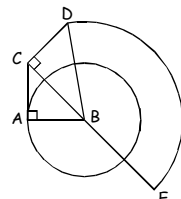
2) Donnez π avec ses vingt premières décimales. Il existe des moyens mnémotechniques pour retrouver facilement les premières décimales de π . Donnez-en un en français et deux dans deux autres langues.

3) Calculez $22/7$ avec 4 décimales. La fraction $355/113$ donnée par Tsu Chung-Chih (peut-être dans les années 480) est appelée fraction de Métius : en donner une valeur approchée avec 6 décimales. De même, donnez une valeur approchée avec 9 décimales de la fraction $103\,993/33\,102$ donnée par Euler. Comparez avec la valeur approchée de π obtenue à la question précédente.

4) Soit une couronne de rayon extérieur 5 cm et de rayon intérieur 3 cm. Dessinez un disque de même aire que cette couronne et donnez son rayon.



5) Le triangle ABC est rectangle en A. Le triangle BCD est rectangle en C. $AB = AC = CD = 1$. Calculer BC et BD. La demi-droite [CB) coupe le cercle de centre B et de rayon BD en un point E. Comparez la longueur CE avec le périmètre du cercle de centre B et de rayon BA.



6) Un dessin « jeu de mots » avec π . À vos crayons pour d'autres dessins.



2 Jouons avec les diviseurs (15 points)

Les diviseurs de 12 autres que lui-même sont 1, 2, 3, 4, 6 ; leur somme est $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$.

Convenons de relier un nombre entier à la somme de ses diviseurs autres que lui-même, ainsi on relie 12 à 16. Les diviseurs de 16 sont 1, 2, 4, 8 dont la somme est 15. On reliera 16 à 15. Les diviseurs de 15 sont 1, 3, 5 dont la somme est 9. Les diviseurs de 9 sont 1, 3 dont la somme est 4. Les diviseurs de 4 sont 1 et 2 dont la somme est 3. Le seul diviseur de 3 est 1, donc 3 est relié à 1. Et on s'arrête à 1. On vient ainsi de constituer la chaîne [12 16 15 9 4 3 1].

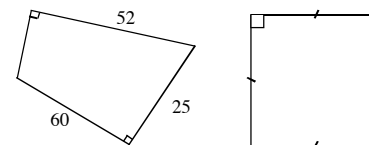
À partir de 55, essayez de constituer une telle chaîne. De même à partir de 6, puis à partir de 28. Une chaîne se termine-t-elle toujours par 1 ?

Quand on part d'un nombre premier comme 5, 7, 11, 13, etc. (nombre qui ne peut se diviser que par 1 et par lui-même) qu'arrive-t-il à la chaîne ?

Parmi toutes les chaînes se terminant par 1 que l'on peut constituer en partant des entiers de 2 à 39, quelle est la plus longue ?

3 Même aire (10 points)

Les terrains ci-contre ont la même aire. Quel est celui qui a le plus grand périmètre ?

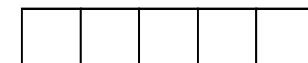


4 Rue Descartes (10 points)

Brice, Estéban, Dany, Carole et Alex habitent cinq maisons consécutives de la rue Descartes.

Lorsqu'on regarde les maisons, on remarque que :

- la maison de Carole est à gauche de celle d'Estéban.
 - Dany n'a pour voisins ni Carole, ni Brice.
 - Brice n'habite pas à côté d'Estéban.
 - les maisons de Brice, d'Estéban et de Carole ne jouxtent pas celle d'Alex.
- Peux-tu écrire le nom des habitants sur chaque maison ?



5 Sans parole (10 points)

