

# Rallye Mathématique Poitou - Charentes

4 mars 2008 - éléments de solutions



## 1 Le nombre $\pi$ (15 points)

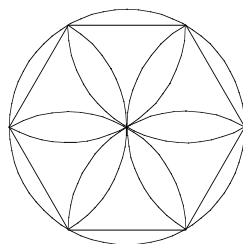
1) **Archimède** est un géomètre de l'Antiquité, né à Syracuse, en 287 av. J.C. et mort en 212 av. J.C. (tué par un soldat romain lors du siège de Syracuse). Génial inventeur en mécanique statique et hydrostatique (poulie, roues dentées, vis sans fin), « Eureka ! », il découvre le principe qui porte maintenant son nom (poussée sur un corps plongé dans un liquide), principe et propriétés du levier... Ses travaux mathématiques portent sur les figures planes et volumes (aires et volumes), les cercles et spirales (valeur approchée de  $\pi$ ), les sphères, cônes et cylindres...

2) On ne connaît que des valeurs approchées de  $\pi$ .

On peut calculer un très grand nombre de décimales (en particulier avec les ordinateurs). Par exemple,  $\pi = 3,1415926535897932384626433...$ , d'où les valeurs approchées 3,14 et 3,1416. On utilise parfois la fraction  $22/7$ . La somme des vingt premières décimales vaut **100** ; c'est une curiosité, sans signification particulière pour le nombre  $\pi$ .

3) Que j'aime à faire connaître un nombre utile aux sages  
Immortel Archimède, artiste ingénieur,  
Qui de ton jugement peut priser la valeur ?

How I wish I could recollect of circle round  
The exact relation Archimede unwound.



4) Hexagone régulier : périmètre  $6 \times 6 \text{ cm} = 36 \text{ cm}$ . La longueur d'un arc de la rosace est égale à un tiers du périmètre du cercle. La rosace comprend 6 arcs. Le périmètre du cercle est donc contenu **2 fois** dans la longueur de la rosace.

## 2 Bande de zéros ! (10 points)

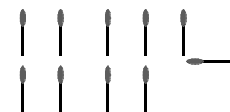
1...	5...	10	Il y a 5 zéros pour les dizaines, 5 autres zéros pour les produits d'un nombre pair par un nombre se terminant par 5, un zéro supplémentaire pour $4 \times 25$ et un autre pour $2 \times 50$ . Il y a donc en tout <b>12 zéros</b> .
11...	15...	20	
...	...	...	
41...	45...	50	

## 3 Avec des allumettes (15 points)

Le premier travail est d'indiquer, sous chaque chiffre, le nombre d'allumettes utilisées pour écrire le chiffre.

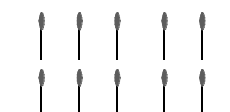
**Le plus grand nombre pair possible :**

le chiffre pair qui contient le moins d'allumettes est 4. On complète par un maximum de 1 pour que le nombre ait le maximum de chiffres et on obtient **11 114**.



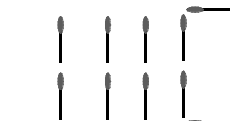
**Le plus grand multiple de 3 possible :**

le chiffre 1 ne contient que deux allumettes. La somme des chiffres devant être un multiple de 3, en prenant six chiffres 1, on obtient le nombre **111 111**.



**Le plus grand multiple de 5 possible :**

le nombre doit se terminer par 0 ou 5. En prenant 5 comme chiffre des unités, on trouve 515 ; mais en prenant 0, on trouve **1 110** qui est plus grand.



## 4 Au cinéma (10 points)

La caissière a vendu 259 tickets à 4,50 € et 205 tickets à 3,50 € (attention, c'est la différence des numéros extrêmes des tickets + 1).  $2801 \text{ €} - (259 \times 4,50 \text{ €} + 205 \times 3,50 \text{ €}) = 918 \text{ €}$ . Elle a donc vendu pour 918 € de tickets à 3 €, soit  $918/3 = 306$  tickets. Le dernier ticket vendu porte donc le numéro  $2139 + 305 = \mathbf{2444}$ .

## 5 La mosaïque de Léonard Tistic (15 points)

En effectuant les symétries des carrés noirs existants et en indiquant par symétrie les nombres de carrés noirs de chaque ligne et de chaque colonne, on obtient la quasi-totalité de la mosaïque. Restent alors les 12 carrés noirs à disposer (entourés d'un cercle sur le dessin ci-contre), ce qui constituait l'enjeu du défi.

