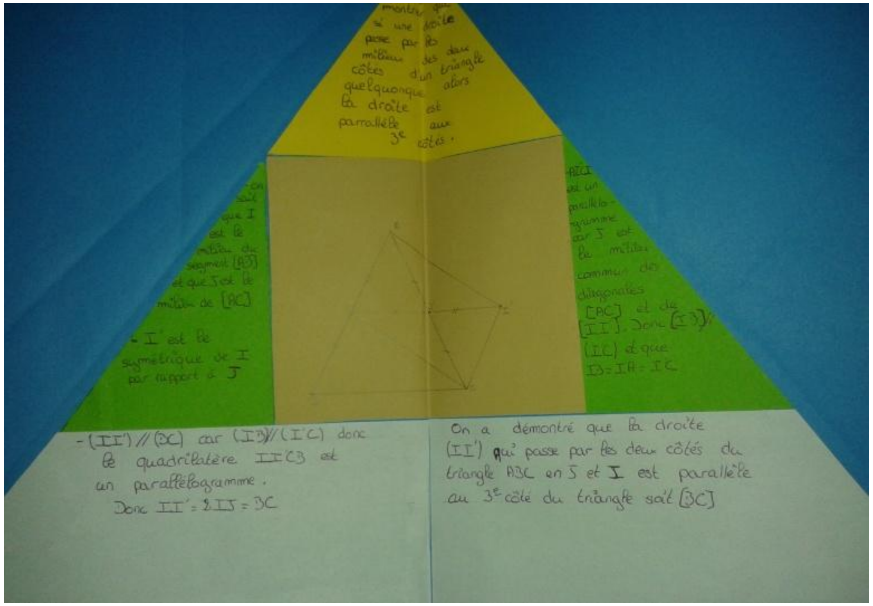
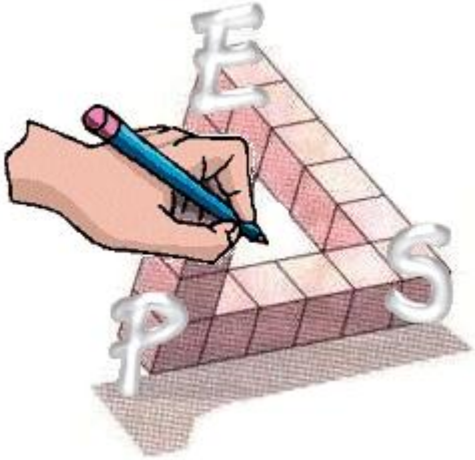
Groupe PERMES Clermont-Ferrand

Exemple du théorème des milieux en classe de 4^e



PERMES Clermont

Objectif :
Écrire une brochure

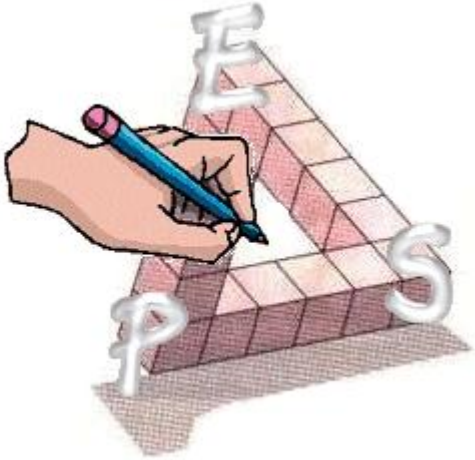


- Interrogation sur la prise en main pour un professeur qui ne connaitrait pas le groupe et qui voudrait s'emparer des ressources.

- Quels éléments prendre en compte ?

PERMES Clermont

Des parcours en classe de 4^e
sur des thèmes très diverses :



-les températures
-les figures géométriques astreintes à certaines conditions
-les distances inaccessibles
- l'alcoolémie
-les magiciens …

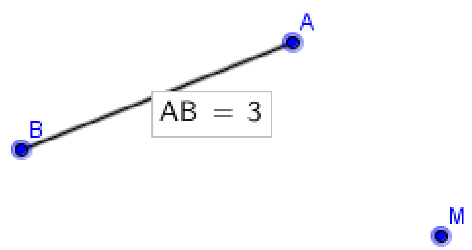
•Testés dans 4 classes de 4^e
•Celui des milieux dans 2 classes

Question de départ : Comment construire une figure astreinte à certaines conditions ?

Sous-question : Comment construire le point issu de la composée de deux symétries centrales par rapport à deux points distincts, sans construire le point intermédiaire ?

Comment construire une figure astreinte à certaines conditions ?

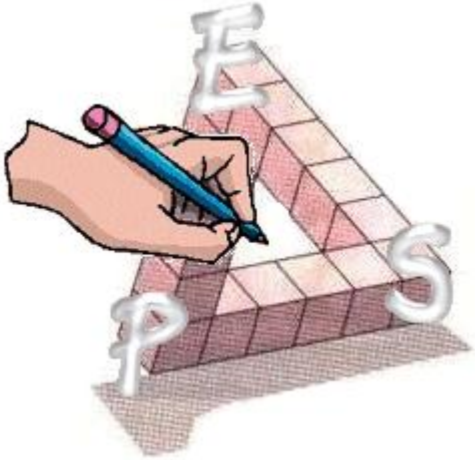
AER n°1



Situation de recherche : On trace le symétrique M_1 de M par rapport à A puis le symétrique M_2 de M_1 par rapport à B. Comment trouver où placer le point M_2 directement sans tracer le point intermédiaire M_1 ? Expliquez. Placer alors le point M_2 sur la figure.

Temps 1 (2h)

•Situation de recherche
Tout média autorisé !
•Mise en évidence des droites parallèles et du double de la longueur.
-1 h : recherche de la conjecture avec tracé de la figure et appropriation du sujet
-1h : formulation de la conjecture et début de preuve pour certains

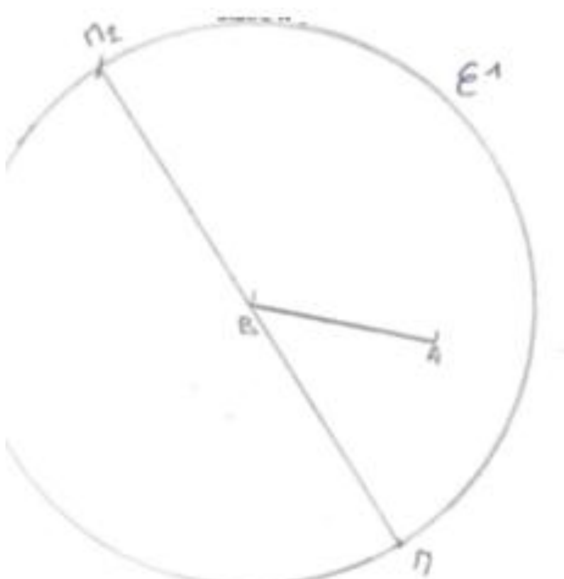


Début des recherches :

- Où est M_2 ? est-il à peu près là ?ou là ?

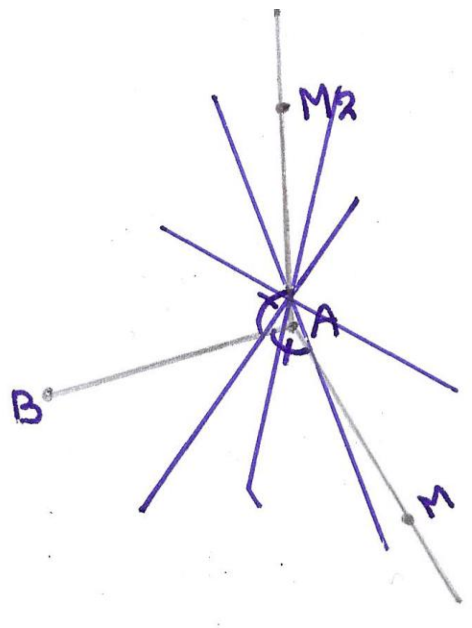
- Est-on autorisé à tracer M_1 ?

- Quel point par rapport à quel point?

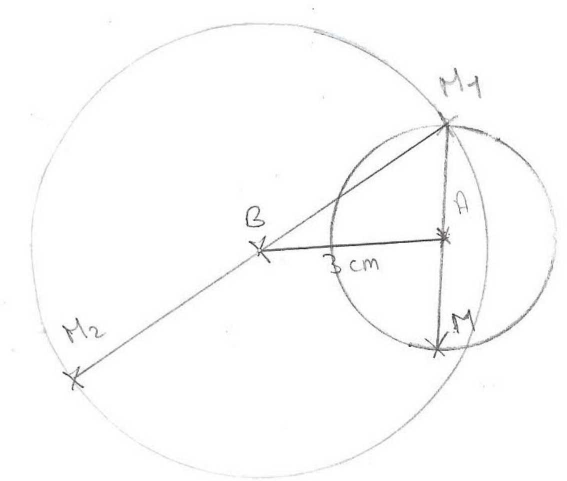


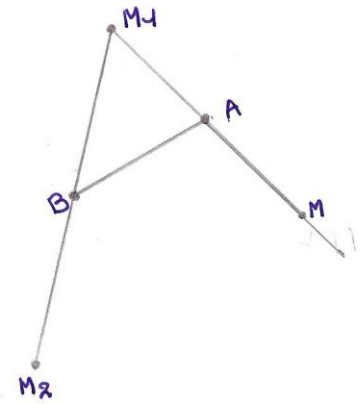
On trace le cercle E 1 de centre B et de rayon [BM] On trace le diamètre [MM2] et un obtient M2 un point du cercle E1.

Début des recherches :
-Une difficulté : Symétrie centrale ou axiale ?

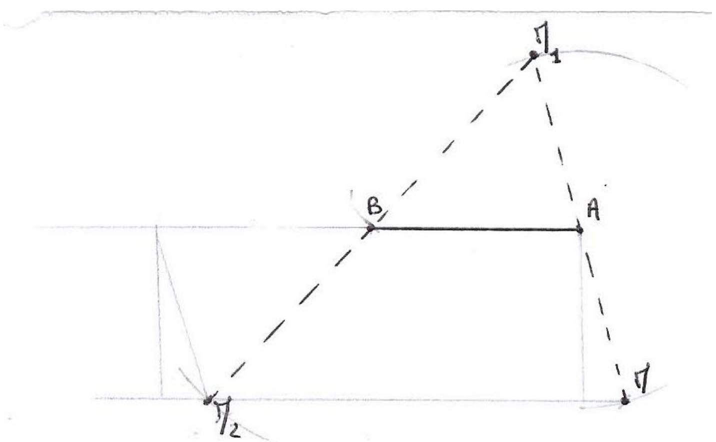


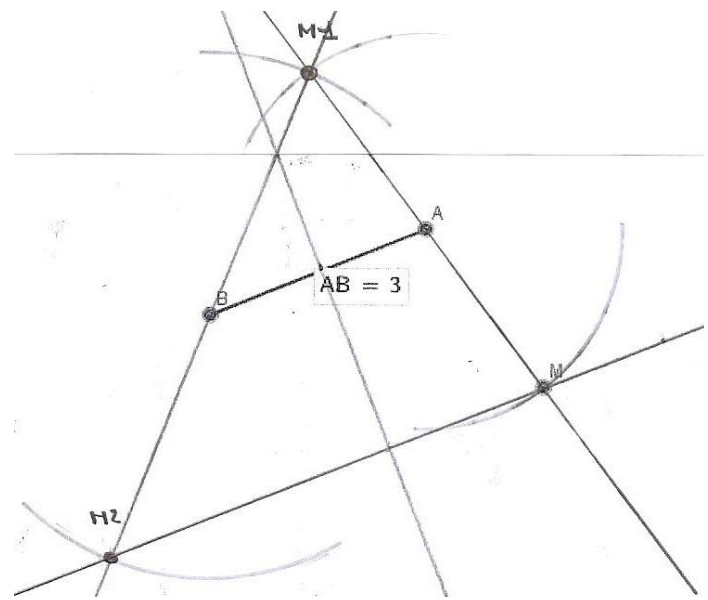
Début des recherches : vers la figure… papier ou géogébra





Petit à petit on avance … début de conjectures

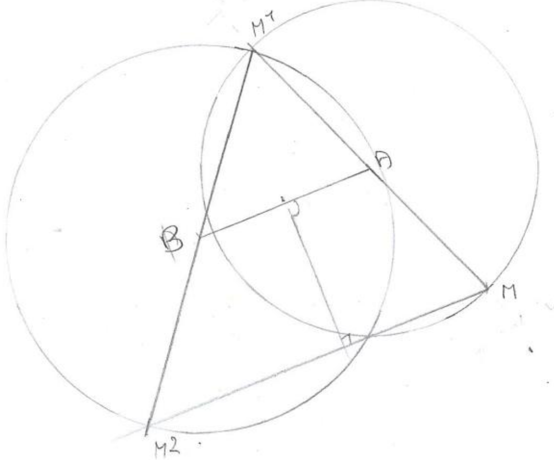




Pour tracer M_2 on fait un trait de 6cm à partir de M_1 // à AB

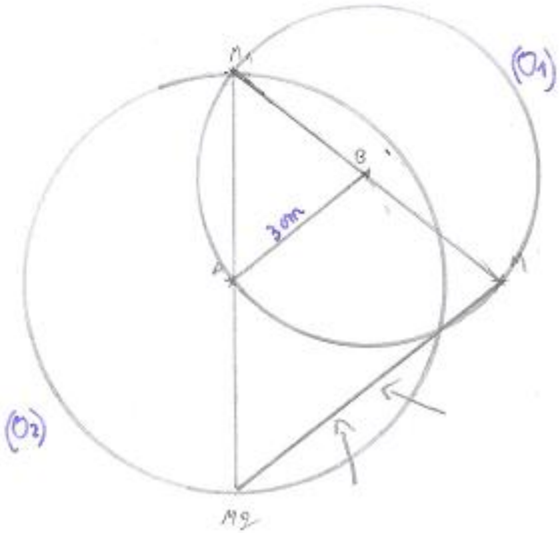
Productions intermédiaires

Pour trouver M2 sans M1 on trace [MM2] du double de la longueur de [AB] : 6 cm et parallèle à [AB]. Si on trace MABM2, on obtient un trapèze. Or, dans un trapèze, la base et le sommet sont parallèles



Pour trouver M2 sans le point M1, il faut tracer [M M2] parallèlement par rapport à [BA] au double de la longueur.

Quelques productions finales



Pour pourvoir trouver le M_2 sans tracer le point intermédiaire M_1 il faut :

① Tout d'abord tracer tout les points demander, même le point M_1.

② Pour ce faire, c'est très simple : pour trouver le symétrique de M ~~par~~ central (M_1) il faut tracer un cercle de centre B qui passe M, puis tracer le ~~symétrique~~ diamètre (MM_1) passant par B ; nous avons le symétrique central de M.

③ Faire la même chose pour trouver le symétrique central de M_1. $(M2)$

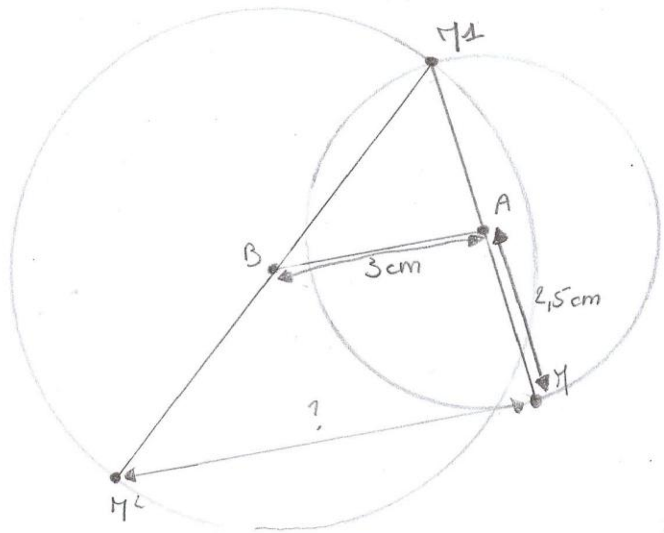
Nous avons toute les choses demander, il ne reste plus qu'a savoir comment tracer le point M2 directement sans faire le point intermédiaire (M_1) :

→ Pour faire cela, il va fallait tracer le segment parrallèle à ~~cela~~ [AB] passant par M, pour savoir la distance du segment, la distance est la grandeur du diamètre du cercle (O_1) qui fait ici 6 cm. (MM_2) fera alors 6 cm et sera parrallèle à (AB) !! Soit donc comme ça que nous pourrons savoir ou ce situera et situera le point M2 !!

Pour le cercle (O_1), nous avons pas besoin de M_1.

M, M_2, A et B formerons alors un trapèze !

Quelques productions finales



BA // M2M

$$\frac{M1M}{AM_1} = \frac{M2M}{BA}$$

$$\frac{5}{2,5} = \frac{M2M}{3}$$

$$2 = \frac{M2M}{3}$$

$M2M = 2 \times 3 = 6$

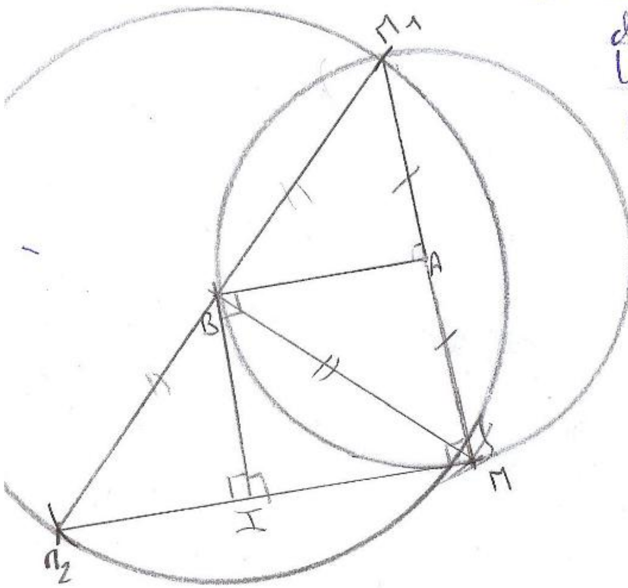
Pour tracer le point M2 sans passer par le point M1 il suffit de tracer le segment [MM2] parallèle au segment [AB]. Pour cela il faut trouver combien mesure [MM2] en utilisant le théorème de Tales.

$$\frac{M1M}{AM1} = \frac{M2M}{BA} = \frac{5}{2,5} = \frac{M2M}{3}$$

$$= 2 = \frac{M2M}{3}$$

$= M2M = 2 \times 3 = \boxed{6}$ Le segment [M2M] mesure 6 cm.

Quelques productions finales



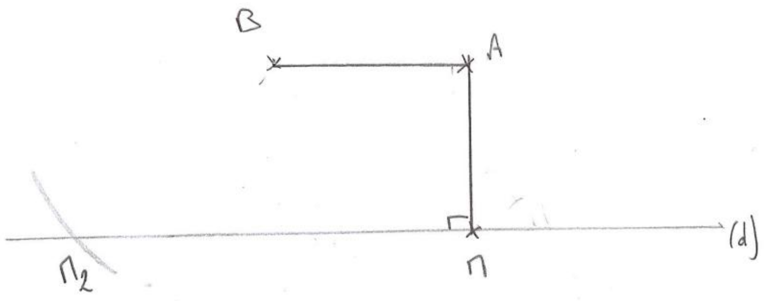
M ① M_1 symétrique de M par rapport à A
⇒ $[MA] = [AM_1]$
② BA ⊥ perpendiculaire à M_1M par construction donc BA est la hauteur de BMM_1. BA est aussi la médiatrice de $[MM_1]$.
Un triangle qui à sa hauteur qui a sa hauteur à une médiatrice est isocèle ⇒ M_1BM est isocèle en B ⇒ $[BM_1] = [BM]$
③ $[BM_1] = [BM_2]$ par construction et $[BM_1] = [BM]$ ~~par construction~~ (voir ②) donc $[BM_2] = [BM_1]$
⇒ BM_2M est isocèle en B.
Soit $BI \perp BA$, comme M_2BM isocèle en B, BI est aussi la hauteur de M_2BM et la médiatrice de $[M_2M]$
Donc $BI \perp M_2M$

Quelques productions finales

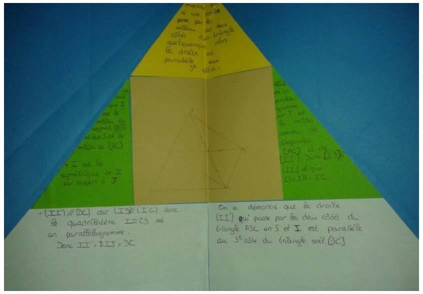
Un parallélogramme dont 3 angles sont droit est un rectangle
donc M_1MM_2 est un triangle rectangle en M et de longeur
$BM_2 = BM$ (voir ③)

Méthode de construction:

- Placer A, B, M
- Tracer AM
- Tracer (d) la perpendiculaire à AM passant par M.
- Avec le compas tracer le cercle de centre B et rayon [BM]
- M_2 est l'intersection du cercle et de (d)



Temps 2 (1h)



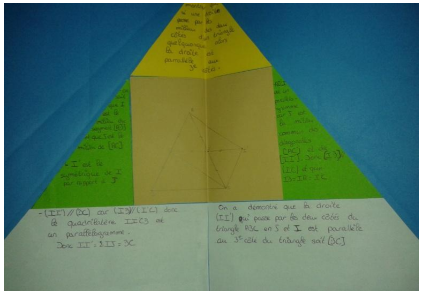
- Mise en commun des formulations, synthèse, bilan sur le théorème des milieux

- A quoi va nous servir ce théorème ?

Temps 3 alternance classe/maison

- **A la maison**

Recherche des démonstrations sur internet ou sur les manuels du théorème des milieux



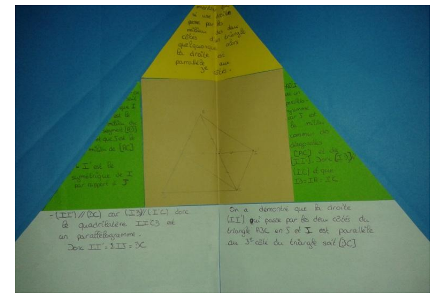
- **En classe**

Tri des informations trouvées
Confusion application et démonstration. 3 démonstrations trouvées. Document commun.

Temps 4 alternance classe/maison

➢A la maison

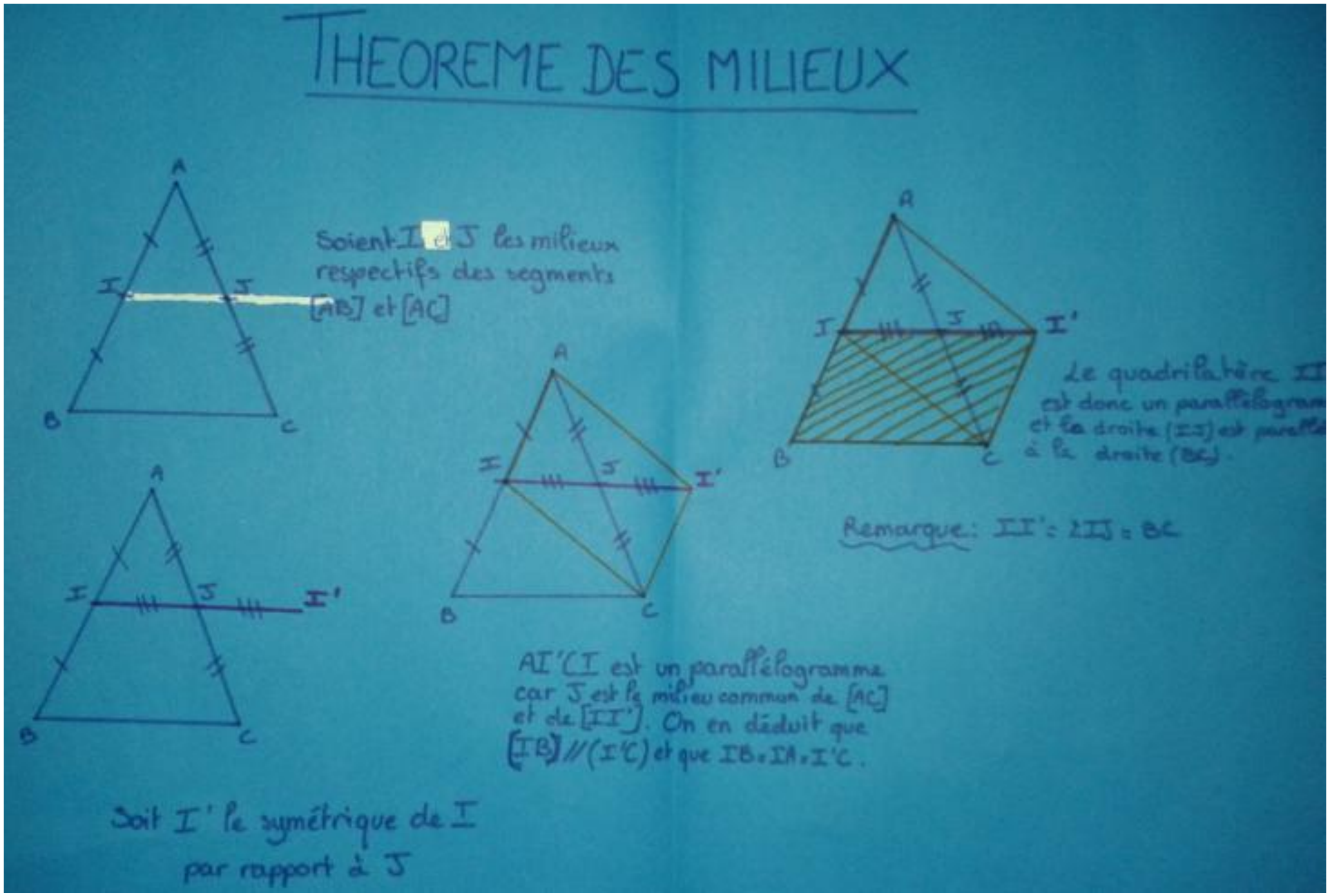
Choisir une démonstration possible. Confection d'une affiche qui explique la démonstration du théorème des milieux.



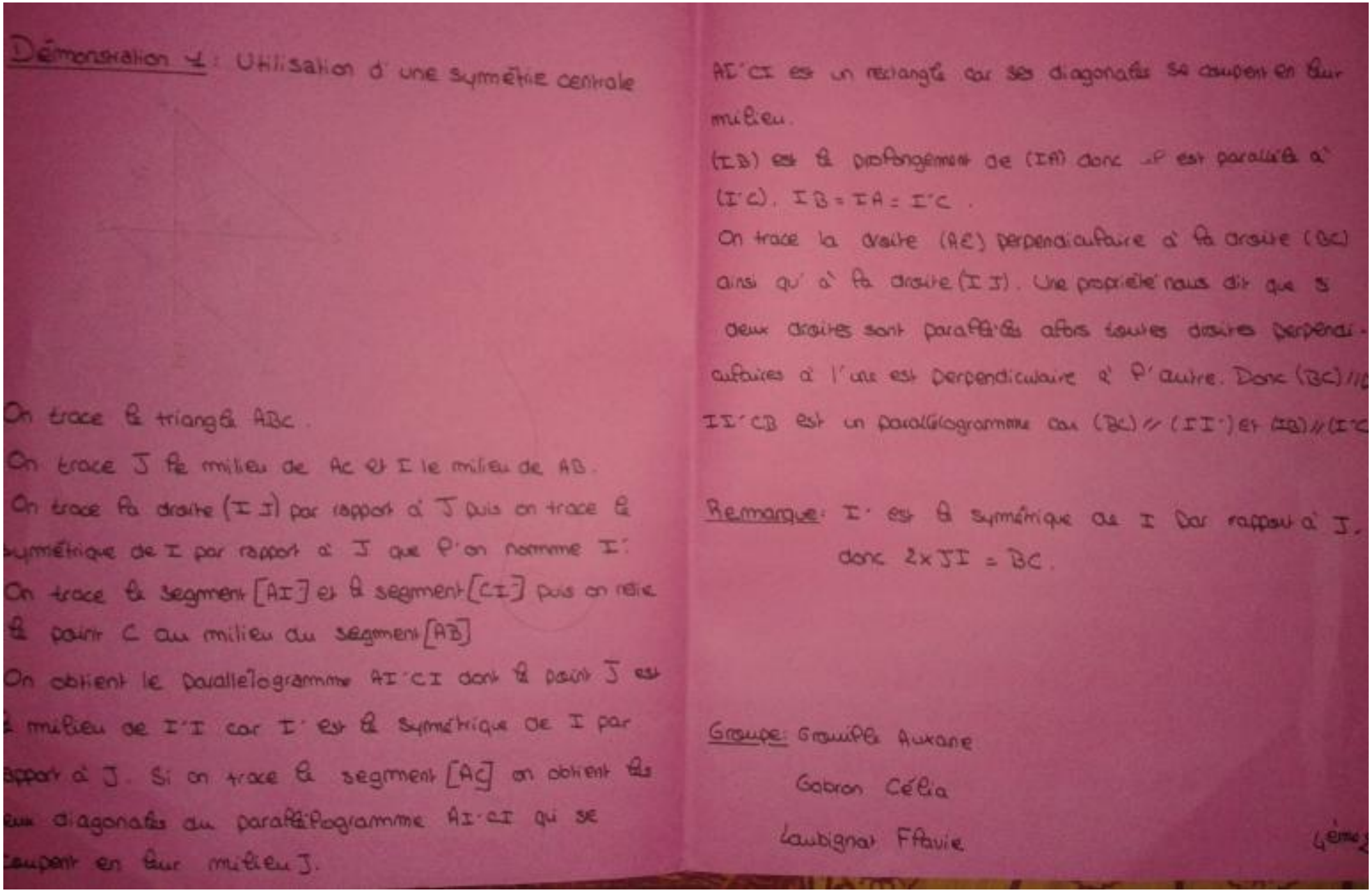
➢En classe (1h)

Passage à l'oral sur les affiches : Convaincre les autres de la véracité du théorème.

Quelques productions d’affiches



Quelques productions d'affiches



Démonstration 1 : Utilisation d'une symétrie centrale

On trace le triangle ABC.
On trace J le milieu de AC et I le milieu de AB.
On trace la droite (I J) par rapport à J puis on trace le symétrique de I par rapport à J que l'on nomme I'.
On trace le segment [AI'] et le segment [CI'] puis on relie le point C au milieu du segment [AB]
On obtient le parallélogramme AI'CI dont le point J est le milieu de I'I car I' est le symétrique de I par rapport à J. Si on trace le segment [AC] on obtient les deux diagonales du parallélogramme AI'CI qui se coupent en leur milieu J.

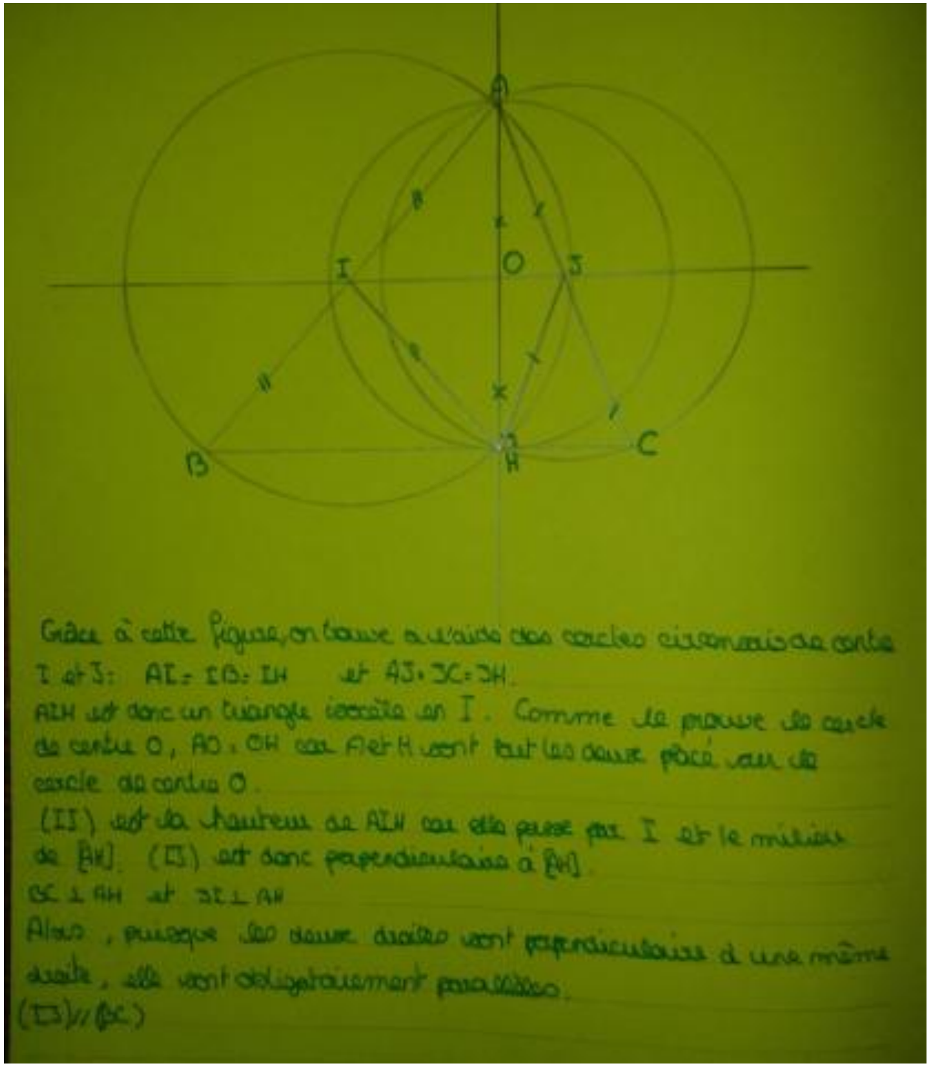
AI'CI est un rectangle car ses diagonales se coupent en leur milieu.
(IB) est le prolongement de (IA) donc il est parallèle à (I'C). IB = IA = I'C.
On trace la droite (AC) perpendiculaire à la droite (BC) ainsi qu'à la droite (I J). Une propriété nous dit que si deux droites sont parallèles alors toutes droites perpendiculaires à l'une est perpendiculaire à l'autre. Donc (BC)//(II')
II'CB est un parallélogramme car (BC)//(II') et (IB)//(I'C)

Remarque : I' est le symétrique de I par rapport à J.
donc 2xJI = BC.

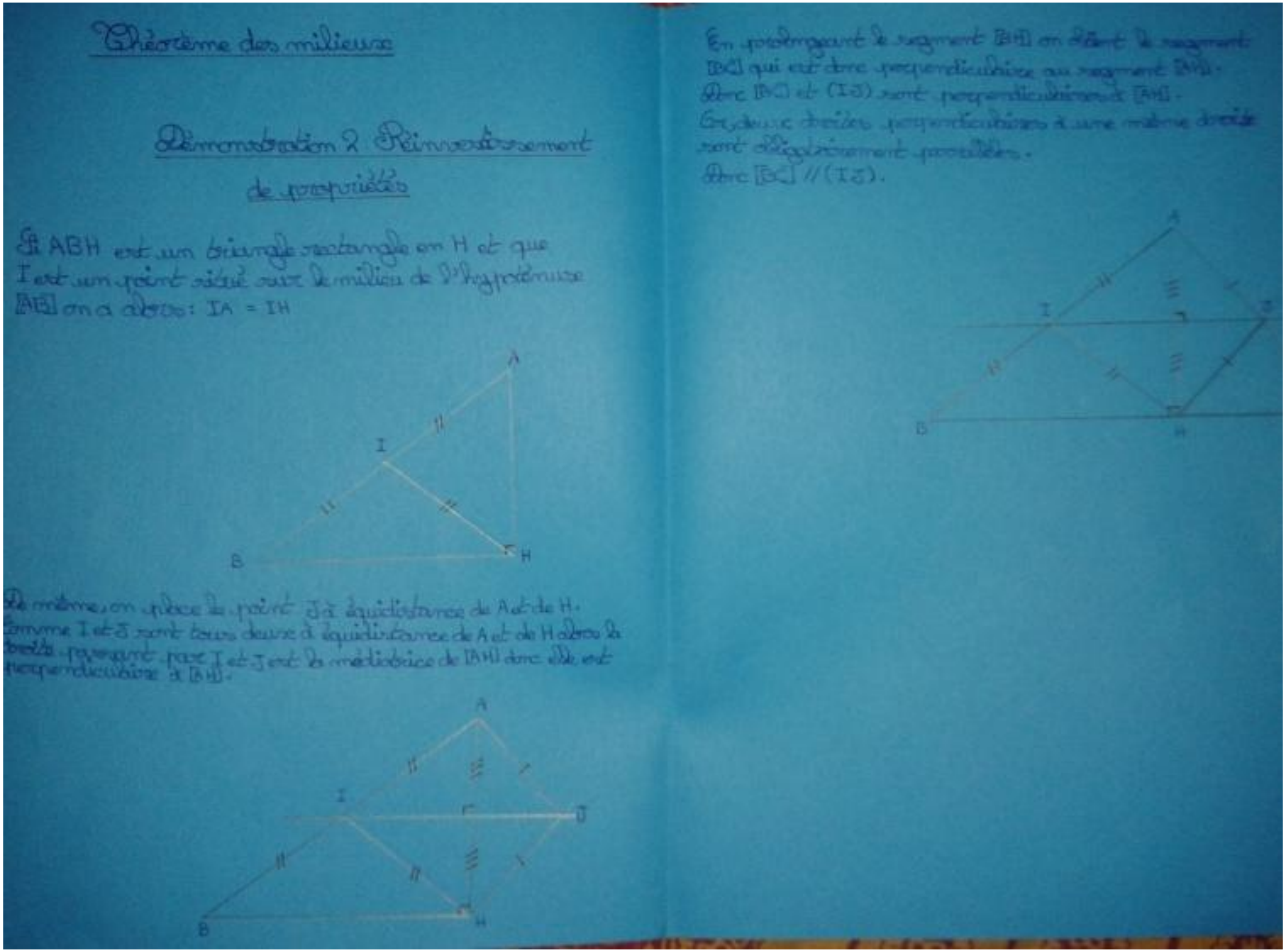
Groupe : Grouillé Aurane
Gabron Célia
Laubignat Flavie

4ème

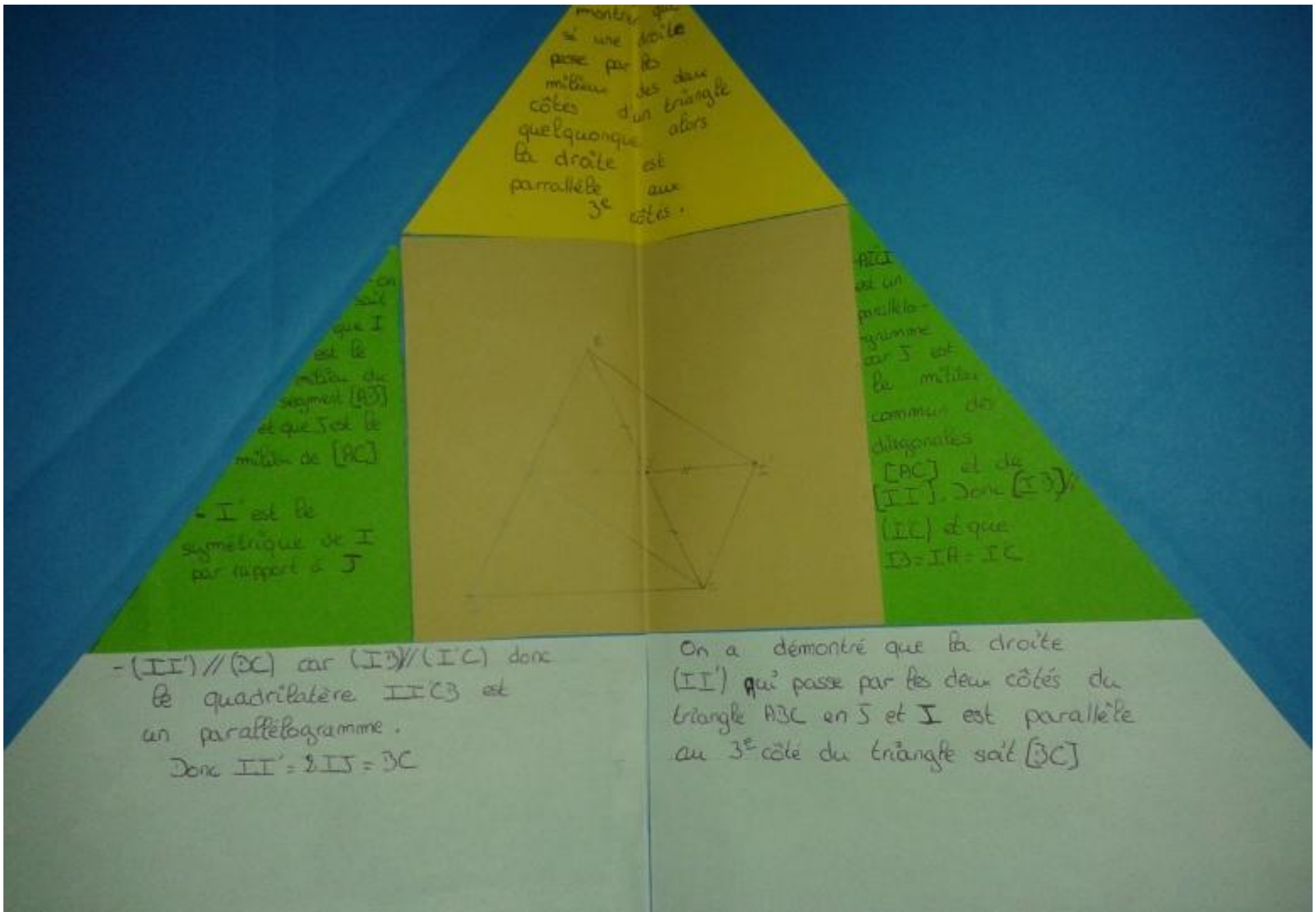
Quelques productions d'affiches



Quelques productions d'affiches

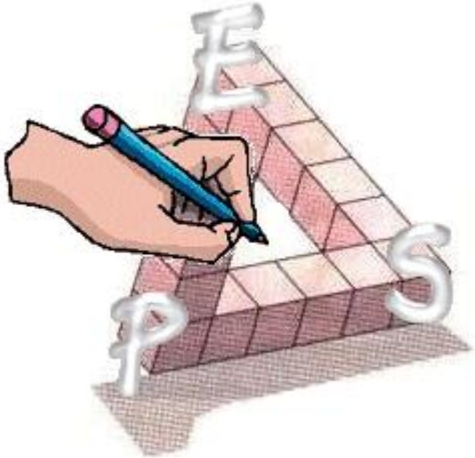


Quelques productions d'affiches



Points communs aux 2 classes

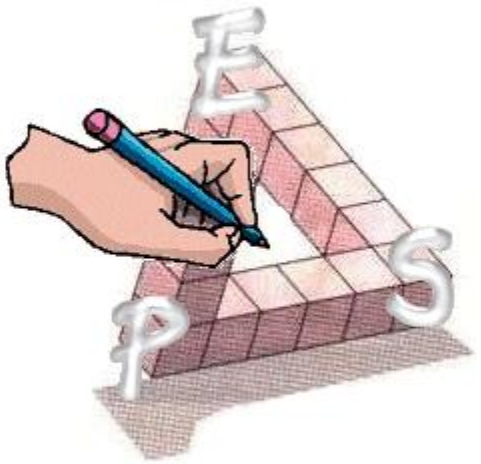
- Prise d'initiative, les élèves cherchent et se posent des questions
- Ils utilisent leurs manuels, les autres manuels, le dictionnaire, internet
- L'envie de démontrer : la question du pourquoi ?



Une dynamique installée dans les 2 classes liée certainement au changement de contrat.

Points communs aux 2 classes

- La conjecture du parallélisme qui vient assez vite !
- La difficulté de distinguer symétrie axiale et symétrie centrale.
- L'utilisation du théorème de Thalès, trouvé dans les manuels ou sur internet : volonté de prouver les conjectures
- interrogation sur l'autorisation de faire la figure avec M1 ou pas : Ils concluent que oui !



Points divergents des 2 classes

Classe 1	Classe 2
Difficulté avec les indices	Difficulté avec le mot « intermédiaire »
Conjecture du double de la longueur	Pas de conjecture sur les longueurs
Utilisation de Géogébra et pas d'internet	Utilisation d'internet et pas de Géogébra

La conjecture sur les longueurs

- Classe 1 : la longueur AB de 3 cm est donnée
- Classe 2 : la longueur n’est pas donnée

- Hypothèse : la donnée de la longueur a poussé la classe 1 à aller chercher des relations au niveau des longueurs alors que la classe 2 non.

Conclusion

Les professeurs qui voudront essayer les propositions de PER auront envie de s'approprier les documents et de changer certaines données.

Le changement d'une donnée peut avoir des conséquences importantes.

Préciser les éléments à verrouiller et pourquoi les verrouiller.