Sur les futurs programmes de seconde

1 Introduction

La mise en place des nouveaux programmes de collège impose de revoir en partie le programme de mathématiques de la classe de seconde, de manière à faciliter la transition entre collège et lycée et à rendre possible la jonction avec les actuels programme de première et terminale.

Il semble que la brièveté des délais fait que l'on s'oriente vers des aménagements a minima, ce qui est dommage, tant le programme actuel de seconde, mis en place dans la hâte en 2009, est insatisfaisant. Conscients de cette contrainte, nous nous bornons à des préconisations limitées, faciles à mettre en place, mais susceptibles de produire assez facilement des effets bénéfiques.

En marge des suggestions ci-après, il serait bienvenu de corriger l'erreur dans le théorème relatif à l'intervalle de fluctuations, pointée dans un très intéressant texte de Daniel Perrin [1].

2 Critères de choix

Nos propositions portent sur des points choisis selon les critères suivants.

- Prendre en compte le fait que les mathématiques comportent un certain nombre de connaissances et de techniques fondamentales dont la maîtrise dans la vie courante est importante pour tous.

- Prendre en compte que la seconde est une classe d'orientation.

Ces deux premiers points conduisent à privilégier des modifications profitables à l'ensemble des lycéens, quelle que soit la filière choisie à l'issue de la classe de seconde.

- Prendre en compte le fait que les mathématiques fournissent des outils aux autres disciplines, aussi bien aux sciences expérimentales qu'aux sciences économiques et sociales.

Ce dernier point conduit à proposer des aménagements qui puissent avoir des répercussions positives significatives en dehors des mathématiques.

1. « Remarques sur l'enseignement des probabilités et de la statistique au lycée », paru dans *Statistique et Enseignement*, **6**, 51-63, également accessible sur la page web de Daniel Perrin.

3 Orientation générale

Les raisons précédentes nous conduisent à mettre essentiellement l'accent sur deux point étroitement liés, la maîtrise des nombres et le calcul algébrique.

Ces choix obéissent aux critères susmentionnés et répondent en outre à une situation préoccupante. Pour diverses raisons, les exigences en matière de familiarité avec les nombres et de maîtrise du calcul littéral ont été allégées de manière très excessive au fil des réformes. Cette évolution a entraîné un innumérisme préoccupant. Elle est source de grandes difficultés chez les étudiants qui entreprennent des études supérieures. D'autre part, la réforme du collège a notablement diminué les exigences en matière de calcul algébrique, ce qui impose de d'autant plus corriger le tir.

Le calcul est consubstantiel aux mathématiques, ce même à niveau élémentaire. Il demande un entraînement sérieux, analogue aux gammes, sous la forme d'exercices répétitifs faisant doucement mais régulièrement progresser. Contrairement à une idée reçue, la pratique de tels exercices est à la fois satisfaisante et rassurante pour les élèves [2]. C'est pourquoi nous estimons que les modifications suggérées ci-après sont facilement réalisables et amèneraient un réel progrès.

L'utilisation de la calculatrice, pertinente pour des calculs compliqués, est toxique dans des situations simples. L'abus qui en a été fait ces dernières décennies a entraîné une très lourde perte en termes de familiarité avec les nombres et de sens critique [3]. Aussi trouverions nous salutaire de limiter strictement l'utilisation des outils de calcul.

4 Nombres

La mauvaise maîtrise des nombres des élèves sortant de terminale est un constat largement partagé. Il importe de remédier à cette situation et de rédiger un programme permettant de donner aux élèves une vraie familiarité avec les nombres. Il ne s'agit pas de tomber dans une technicité sans intérêt, mais de pratiquer de manière intensive des calculs simples. Dans cette optique, nous faisons les préconisations suivantes.

1. Introduire clairement les ensembles $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$ (représenté comme droite numérique), en faisant apparaître les relations d'inclusion entre ces ensembles.

2. Rappeler les règles de calcul sur les nombres réels (calcul algébrique et inégalités, en particulier règle des signes) [4].

3. Donner une place importante aux nombres entiers, en présentant la division euclidienne, la divisibilité, la notion de nombre premier, la décomposition en produit de facteurs premiers (admise) et les notions de p.g.c.d. et p.p.c.m., introduites via la décomposition en produit de facteurs premiers.

2. Bien entendu, la pratique d'exercices plus ludiques peut être stimulante. Mais nous estimons qu'elle ne peut être que marginale tant que les réflexes de base ne sont pas en place.

3. Perte préjudiciable à d'autres disciplines, notamment parce qu'elle s'accompagne de la disparition du sens des ordres de grandeur.

4. Voir paragraphe **5**).

4. Appliquer les notions précédentes aux nombres rationnels, en définissant la notion de fraction irréductible et en mentionnant la condition d'égalité de deux fractions (« produit en croix ») ; le résultat d'un calcul sur les nombres rationnels devrait être systématiquement présenté comme une fraction irréductible. Utiliser le p.p.c.m. pour additionner des fractions.

5. Introduire les notions de partie entière et partie décimale, d'un nombre réel positif, ainsi que l'approximation à 10^{-n} près, indispensable pour parler de nombre de chiffres significatifs. Faire largement pratiquer les encadrements de manière à ce que les élèves soient à même d'estimer rapidement l'ordre de grandeur du résultat d'une opération simple.

6. Donner de nombreux exemples de développements décimaux de nombre rationnels [5]. Les formes décimales de certains nombres rationnels d'usage très courant doivent être connues : $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{k}{5}$ pour k dans $\{1, 2, 3, 4\}$.

7. Entraîner les élèves au calcul sur les radicaux, qui n'est plus du tout pratiqué au collège, et qui apparaît aussi bien en géométrie (théorème de Pythagore) qu'en probabilités et statistiques (écart-type). La technicité en la matière doit être raisonnable ; elle peut aller jusqu'à des exemples d'utilisation de la « quantité conjuguée ».

7. Pour tous les items précédents, nous pensons profitables de faire systématiquement du calcul mental.

9. Le thème des nombres est susceptible, dès ce niveau, d'approfondissements. Indiquons-en deux :

- lien entre le caractère périodique du développement décimal d'un nombre réel et son caractère rationnel ;

- irrationalité de $\sqrt{2}$.

5 Calcul littéral

Le calcul littéral est une étape délicate mais indispensable dans une formation mathématique élémentaire. Son champ d'application déborde d'ailleurs largement les mathématiques.

La situation actuelle est préoccupante : une grande partie des bacheliers, y compris de la filière S, sont poursuivis par des difficultés en la matière qui sont un frein majeur à leur réussite dans l'enseignement supérieur.

Les nouveaux programmes de collège réduisent la part du calcul littéral. Plus que jamais, c'est en classe de seconde que se situe l'étape décisive.

L'enseignement que nous préconisons doit montrer l'efficacité du calcul littéral dans de nombreux contextes (problèmes d'optimisation, notamment géométriques, éventuellement problèmes arithmétique). Il doit également faire la part belle à la technique. Il ne s'agit pas de développer une virtuosité sans objet, mais de s'exercer intensivement à des calculs simples et variés. Le contenu que nous proposons est le suivant.

5. C'est une occasion, parmi d'autres, de faire le lien avec ce que fait une calculatrice.

1. Calcul sur les puissances entières ; formules $(ab)^n = a^n b^n$, $a^m a^n = a^{m+n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$ pour a dans $\mathbb{R}$, m et n dans $\mathbb{N}$ d'abord, puis extension à des exposants négatifs.

2. Développement et factorisation. Identités remarquables $(a + b)^2$ (avec interprétation géométrique), $(a - b)^2, (a - b)(a + b)$.

Les élèves doivent savoir identifier la forme d'une expression algébrique la plus adéquate pour résoudre un problème donné.

3. Exemples simples de calcul sur les expressions polynomiales et rationnelles (sommes et différences, produits, quotients) ; utilisation de la réduction à un dénominateur commun. Exemples simples d'équations et d'inéquations algébriques.

4. La maîtrise des équations et inéquations du premier degré est un objectif essentiel. Nous recommandons d'étendre les activités de calcul mental à ce domaine, à travers la pratique d'exercices très simples.

5. Exemples simples de systèmes linéaires de deux équations à deux inconnues. Interprétation géométrique en terme d'intersection de droites.

6. Exemples simples de problèmes conduisant à des équations et des inéquations.

7. Introduction à l'étude du second degré : exemples simples d'utilisation de la mise sous forme canonique.

8. Un approfondissement possible et important réside dans l'étude de problèmes comportant un paramètre.