

# Ressources produites par le groupe IREM *Mathématiques et Philosophie* de l'IREM de Montpellier

## 1. Thème Epistémologie des sciences

- **Ressource « Une science de la nature : la cosmologie » (2009)**  
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02319629>  
**Résumé :** Cette ressource présente un dispositif pédagogique organisé autour d'une conférence donnée par un chercheur en cosmologie. L'activité poursuit différents objectifs : découvrir une discipline scientifique contemporaine : la cosmologie ; donner les moyens aux élèves de préciser leurs représentations et connaissances approximatives, voire de dépasser des représentations erronées concernant la connaissance scientifique ; vérifier la compréhension de la conférence et asseoir les notions apportées ; promouvoir une synergie entre les enseignants de physique et de philosophie, pour autant que ce travail puisse servir de point de départ à une réflexion épistémologique sur les sciences de la nature, à mener en cours de philosophie
- **Ressource « Epistémologie d'une science de la nature » (2009)**  
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02319667>  
inclus, **deux ressources satellites** : « *Epistémologie d'une science de la nature* » et « *Peut-on classer les sciences ?* »  
**Résumé :** Cette ressource présente une activité menée en cours de philosophie en classe de Terminale. Un débat sur l'épistémologie d'une science de la nature précède l'exploitation d'une analyse d'un texte de Popper qui conduit à une institutionnalisation des concepts suivants : Théorie scientifique / raison / réel / vérité / Connaissance / interprétation. La ressource inclut également deux fichiers satellites : l'un qui questionne les démarches de classification des sciences, en lien avec leurs épistémologies ; l'autre qui vise à éclairer le concept de falsification de Popper du point de vue de la logique. Ces documents sont rédigés à destination des professeurs de philosophie et de sciences, en tant que ressource pour la classe et pour l'auto-formation des enseignants.
- **Ressource « La démonstration : limites et fondements » (2014)**  
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02318395>  
**Résumé :** En géométrie plane, un réseau déductif constitué de quelques propositions est le point de départ d'une discussion avec la classe pour interroger les limites, les conditions et la vérité des démonstrations. Le fait problématique qui sera mis en avant est l'impossibilité de tout démontrer. La discussion peut s'initier à partir d'une question ouverte ou des questions de guidage qui sont proposées. L'activité est pensée pour être proposée aux élèves durant le cours de philosophie, en présence du professeur de mathématiques. Le scénario est détaillé au sein de fiches rédigées à l'attention du professeur et tous les documents supports pour les élèves sont fournis dans la ressource.

## 2. Thème Nombres complexes

- **Ressource « Le réel et la raison 1 » (2011)**  
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02319748>  
inclus, **ressource satellite** « *Quelques repères historiques et épistémologiques sur les nombres complexes* »  
**Résumé :** Cette ressource présente un scénario pédagogique qui a été expérimenté en cours de philosophie de Terminale. Ce scénario se base sur la discussion, à l'oral et à partir d'un questionnaire, du fonctionnement des mathématiques et de leur rapport au réel. Les prérequis sont : un cours sur les complexes en mathématiques (cf. ressource « L'équation du troisième degré : une histoire complexe ») et une application des nombres complexes à la

physique (cf. ressource « Nombres complexes en physique : le cas de la réflexion totale frustrée »). L'activité poursuit différents objectifs : promouvoir une réflexion critique sur l'origine des êtres mathématiques et sur la « coïncidence » entre la raison et le réel ; donner les moyens aux élèves de préciser leurs représentations et connaissances approximatives, voire de dépasser des représentations erronées concernant les mathématiques et le rapport philosophie / sciences ; aborder quelques problèmes en relation avec les programmes pour lesquels un travail interdisciplinaire est pertinent ; promouvoir une synergie entre les enseignants de mathématiques, de physique et de philosophie. La ressource inclut également un document satellite présentant quelques repères historiques et épistémologiques sur les nombres complexes.

- **Ressource « Le réel et la raison 2 » (2011)**

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02319833>

inclus, **trois ressources satellites** « *glossaire des théories de la connaissance* », « *théorie de la connaissance de Kant* » et « *théorie de la connaissance de Platon* »

**Résumé** : Cette ressource fait suite à la ressource "le réel et la raison 1". Elle présente un scénario pédagogique expérimenté en cours de philosophie de Terminale, autour de l'analyse de textes de philosophes et de mathématiciens sur l'origine des êtres mathématiques. Il s'agit donc de promouvoir une réflexion critique sur l'origine des êtres mathématiques et sur la « coïncidence » entre la raison et le réel. Les objectifs pédagogiques poursuivis sont les suivants : donner les moyens aux élèves de préciser leurs représentations et connaissances approximatives, voire de dépasser des représentations erronées concernant les mathématiques et le rapport philosophie / sciences ; aborder quelques problèmes en relation avec les programmes pour lesquels un travail interdisciplinaire est pertinent ; promouvoir une synergie entre les enseignants de mathématiques, de physique et de philosophie ; préparer à l'explication de texte. La ressource inclut également différents documents satellites : un glossaire des théories de la connaissance, un satellite sur la théorie de la connaissance de Kant et un dernier satellite sur la théorie de la connaissance de Platon. Ces différents documents visent l'auto-formation des enseignants de philosophie et de sciences, en complément de la ressource pour la classe.

- **Ressource « L'équation du troisième degré: une histoire complexe » (2011)**

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02319858>

**Résumé** : Cette ressource présente un scénario pédagogique qui a été expérimenté en classe de Terminale en cours de mathématique. L'activité vise, à travers la résolution d'équations du troisième degré, à éclairer le processus de construction, dans l'histoire, des nombres complexes et par là-même à problématiser leur apprentissage. Dans un premier temps, l'enseignant montre en classe une vidéo dégageant quelques propriétés d'un polynôme du troisième degré (nombre de racines, obtention d'une formule exacte de celles-ci), ce qui conduit à un travail des élèves à la maison. Puis le scénario se poursuit en classe avec un travail sur les textes historiques de Bombelli pour introduire la notion d'opérateur racine carrée, dans le cas novateur d'un nombre négatif, permettant ainsi la résolution du problème de la simplification d'une racine cubique et l'obtention de la valeur d'une racine d'un polynôme du troisième degré. La comparaison des textes de Bombelli et Euler permet d'interroger l'importance de l'écriture symbolique choisie.

- **Ressource « Nombres complexes en physique : le cas de la réflexion totale frustrée » (2014)**

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02319884>

**Résumé** : Cette ressource présente un scénario pédagogique innovant autour d'une co-animation entre les professeurs de physique et de philosophie. Il s'agit de donner un exemple concret de l'usage des nombres complexes en physique et, à travers cet exemple, de discuter l'utilité des mathématiques en physique. Les objectifs poursuivis sont également de montrer qu'il ne va pas de soi que les mathématiques puissent s'appliquer au monde physique (« l'incroyable efficacité des mathématiques ») et de poser ainsi le problème du rapport

entre la raison et le réel. Lors d'une première phase, le phénomène physique et sa modélisation mathématique sont présentés à partir d'une vidéo et à travers une petite expérience avec un prisme. Dans une seconde phase, l'utilisation des mathématiques en physique est questionnée sous la forme d'une discussion avec la classe, puis d'un exercice.

Article :

### **Les nombres complexes : entre mathématiques, physique et philosophie**

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02318395>

**Résumé :** Les nombres complexes sont des objets qui se situent à la transition entre lycée et université. Mais ce sont également des objets interdisciplinaires : construits par le mathématicien, ils sont utilisés par le physicien et discutés par le philosophe. Nous examinons au cours de cet atelier des exemples de scénarios pédagogiques visant à croiser les regards sur les nombres complexes. Nous montrons également, en nous appuyant sur cet exemple, comment la réflexion épistémologique peut-être utile afin de faciliter la transition lycée-université.

## **3. Thème Géométries non euclidiennes**

- **Ressource « Géométrie et réalité, un questionnement sur la vérité » (2016)**

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01469911>

**Résumé :** Ces différents fichiers constituent une ressource produite par l'équipe "math-philo" de l'IREM de Montpellier, portant sur les géométries non-euclidiennes. Elle a été rédigée à l'attention des enseignants de mathématiques et de philosophie. L'activité proposée permet aux élèves de terminale scientifique, à travers quelques exercices, de manipuler une géométrie non-euclidienne (la géométrie hyperbolique via le modèle du demi-plan de Poincaré) et d'en découvrir certaines propriétés. S'en suit une discussion philosophique menée par le professeur de philosophie avec l'appui du professeur de mathématiques, destinée à problématiser les enjeux du pluralisme théorique engendré par l'existence de cette nouvelle géométrie. En mathématiques, on montre aux élèves qu'il existe plusieurs géométries, qui diffèrent tant par leurs axiomes que par leurs théorèmes, mais qui sont chacune logiquement cohérentes et s'appliquent au réel. En philosophie, on s'interroge, avec les élèves, sur les implications de ce « pluralisme théorique ». Son acceptation implique un changement de perspective sur la nature des mathématiques et plus généralement les rapports entre raison et réalité.

- **Ressource satellite « Repères historiques et épistémologiques sur les Géométries non euclidiennes » (2015)**

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01442924>

**Résumé :** Ce document est destiné essentiellement à l'auto-formation des enseignants de mathématiques, de SPC et de philosophie. Il offre quelques repères historiques et épistémologiques sur les géométries non euclidiennes. Certains éléments pourront également nourrir les discussions en classe, lorsqu'il s'agira, par exemple, de présenter la démarche historique du mathématicien qui a conduit à l'élaboration de nouvelles géométries ou de discuter les obstacles à leur émergence. En termes de contenus, ce document vise d'une part à mettre en perspective la géométrie en la situant entre logique et intuition au cours de son évolution historique d'Euclide à Hilbert et Klein. D'autre part, ce document pose les principaux jalons historiques sur les géométries non euclidiennes en mettant en avant les enjeux conceptuels.

- **Ressource satellite « Enjeux des Géométries non euclidiennes » (2015)**

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01442915>

**Résumé :** Ce document de synthèse est destiné aux enseignants de mathématiques, de sciences physiques et de philosophie, et plus généralement à tous ceux qui souhaitent se former sur les géométries non euclidiennes. Le texte présente, de manière synthétique, différents « enjeux » (épistémologiques, scientifiques, cognitifs, etc.) de ces géométries. Il

renvoie à chaque fois à une ressource (ou autre satellite) produite par l'équipe IREM math-philo de Montpellier et/ou à des ouvrages et textes publiés détaillant l'aspect identifié comme un enjeu, de façon à permettre un approfondissement.

- **Ressource satellite « Géométrie et espace chez Poincaré : aux sources du conventionnalisme » (2013)**

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01454798v1>

**Résumé :** Ce document est destiné aux enseignants de philosophie, de physique et de mathématiques. Il vise à expliciter et rendre accessible le point de vue de Poincaré, d'une part, sur l'origine de notre représentation commune de l'espace physique, et d'autre part, sur le rapport entre les géométries et l'expérience et la question de leur possible correspondance avec la structure de l'espace physique. Le conventionnalisme de Poincaré et les arguments qu'il avance apportent des éléments de réflexion particulièrement pertinents sur le thème « la raison et le réel » au programme de philosophie de Terminale. Le texte qui suit peut servir d'appui aux enseignants qui souhaitent mener des séances sur ce thème en prenant l'exemple des géométries non euclidiennes.

Article :

### **Géométries non-euclidiennes et interdisciplinarité mathématique-philosophie : un exemple d'activité pour la classe de terminale scientifique**

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01668202>

**Résumé :** Souvent évoqué dans l'enseignement de philosophie en classe de Terminale, l'exemple des géométries non-euclidiennes (GNE) est rarement étudié de façon poussée. Dans cet article, nous présentons une activité en classe proposant une exploitation approfondie des GNE selon des angles à la fois mathématique et philosophique, et discutons les résultats de son expérimentation en classe. Notre étude permet de pointer certaines difficultés des élèves face à la complexité des GNE. Elle met également en lumière la richesse et la faisabilité d'un traitement interdisciplinaire de cet objet en classe de Terminale.

## **4. Thème Mathématiques sociales et démocratie**

- **Ressource « Le vote et la démocratie » (2018)**

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02314671>

**Résumé :** Le but des séquences pédagogiques présentées ici est d'aborder la question de la volonté générale en croisant les approches mathématiques et philosophique, pour un enrichissement mutuel. Du côté de la philosophie : questionnement sur la démocratie, discussion des présupposés philosophiques, de la pertinence et des limites de la méthode de détermination de la volonté générale par l'agrégation des préférences individuelles (systèmes de vote). Du côté des mathématiques : problématisation du choix d'un système de vote parmi d'autres, travail autour de la notion d'ordre, laquelle est au coeur des processus d'agrégation des préférences. Ce travail du formalisme mathématique vise également à faciliter la transition secondaire-supérieur, le formalisme et l'abstraction étant deux obstacles importants pour les étudiants lors de l'entrée à l'université. Après une introduction en cours de philosophie portant sur les modalités de prise de décision en démocratie, une séquence interdisciplinaire mathématiques-philosophie pose le problème du choix d'un système de vote parmi une pluralité de choix possibles susceptibles de faire émerger différentes préférences collectives. La séquence se termine par une discussion philosophique des limites et de la fonction du scrutin uninominal. Elle se poursuit en cours de philosophie par une mise en perspective des présupposés philosophiques, de la pertinence et des limites de la méthode de détermination de la volonté générale par l'agrégation des préférences individuelles, autour de la lecture de différents textes. En cours de mathématiques, un travail est mené autour de la notion d'ordre : sa formalisation mathématique (notamment l'axiome de transitivité qui fait défaut dans les systèmes de votes) et ses représentations (« graphe des

duels », dans l'esprit de Condorcet). L'activité aborde ensuite la méthode de Schultze, une stratégie pour remédier au paradoxe de Condorcet, et se termine par une brève discussion du théorème d'Arrow. Enfin, un devoir de mathématiques est proposé à la maison sur la méthode de Borda.