Origamis et polyèdres

CII Pop'Math

Des mathématiques dans notre environnement

Lyon - 22 juin 2018

Présentation

- animations à la fête de la science ;
- travail avec des étudiants de master MEEF 2 ;
- stage de formation d'enseignants ;
- travail de la CII Pop'math ;

  Josiane Lorblanche (Bordeaux), Gérard Martin (Toulouse)

  Gilles Damamme (Caen), Marie-José Pestel (CIJM), Patricia Rat (Tours)
- ateliers avec des classes.

1. Solides Pop'up

2. Solides réguliers
   - Le cube
   - Polyèdres étoilés

Solides pop'up - Tétraèdre régulier

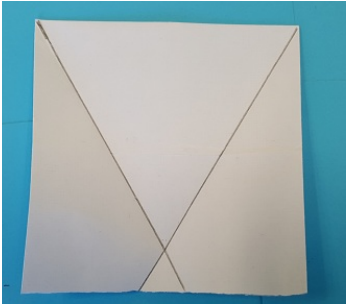
Matériel : 1 enveloppe 11cmx22cm, collée, partagée en deux dans sa largeur.

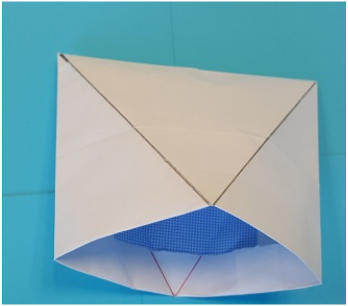
But : Réaliser un tétraèdre régulier à insérer entre les pages d'un cahier.
Le pliage sera alternativement en 3 ou 2 dimensions, au gré de l'ouverture ou de la fermeture des pages concernées.

Solides pop'up : intérêt

- Matérialiser un solide de base (REPRÉSENTER) ;
- solide peu encombrant et toujours disponible (pop'up) ;
- prouver que la réalisation a les propriétés attendues (RAISONNER) ;
- objet source de questionnement : hauteur, aire extérieure, volume ? (MODÉLISER, CALCULER).

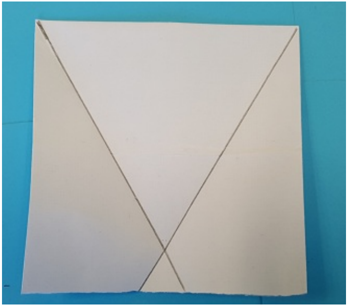
Pliage

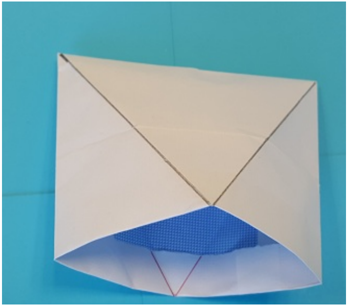




- L'ouverture de l'enveloppe est dirigée du côté de la personne qui réalise le pliage.

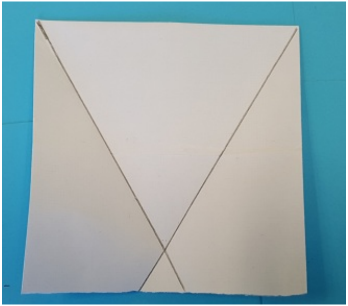
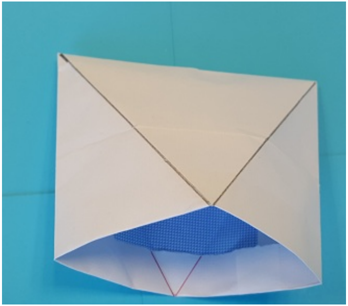
Pliage





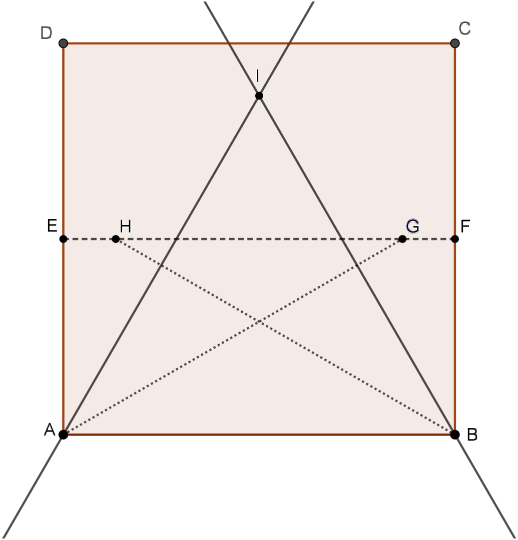
- L'ouverture de l'enveloppe est dirigée du côté de la personne qui réalise le pliage.
- Le pliage consiste à faire apparaître un triangle équilatéral dont une base est le côté de l'enveloppe opposé à l'ouverture.

Pliage

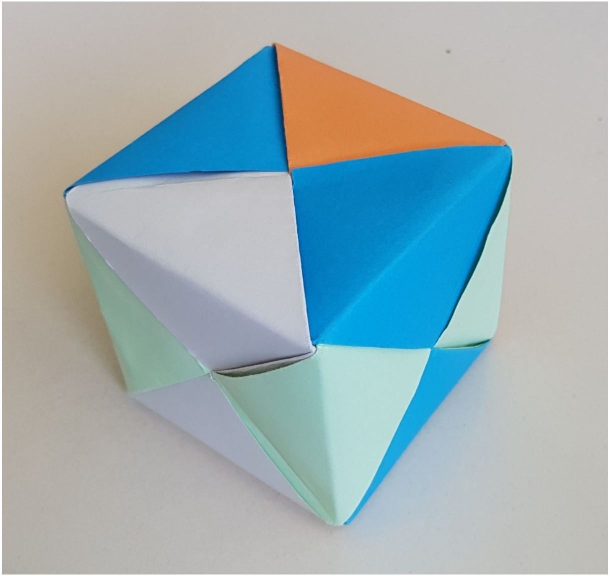



- L'ouverture de l'enveloppe est dirigée du côté de la personne qui réalise le pliage.
- Le pliage consiste à faire apparaître un triangle équilatéral dont une base est le côté de l'enveloppe opposé à l'ouverture.
- Ensuite, on rabat la bande excédentaire à l'intérieur de l'enveloppe.

Démonstration



D se rabat en G.
C se rabat en H.



Module 1, de Sonobe

Tutoriel – Module 1 (Sonobe)

Fig. 1 et 2

Partager une feuille carrée en 4. Puis rabattre les côtés extérieurs sur la médiane

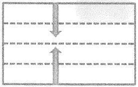
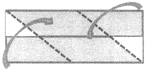


Fig. 2

Fig. 3. Replier à l'intérieur les coins supérieur gauche et inférieur droit de la feuille extérieure selon la bissectrice.

Fig. 4 et 5.

Plier le long des pointillés. On obtient un parallélogramme.



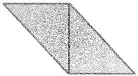


Fig. 6.

Insérer la pointe en bas à gauche à l'intérieur du piage, idem avec la pointe en haut à droite.

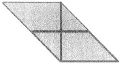


Fig. 7.

Retourner le pliage sur l'autre face.

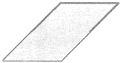
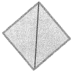


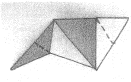
Fig. 8.

Plier selon les pointillés (médiatrices des côtés).

Fig 9. On obtient un carré posé sur un de ses sommets.

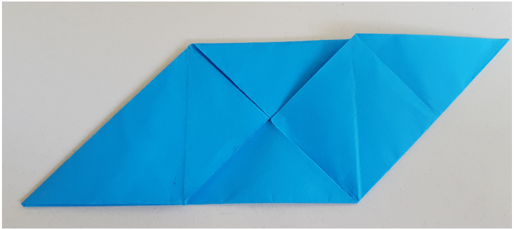
Fig10. Plier selon le segment vertical, puis déplier

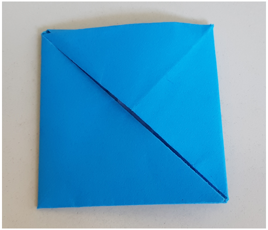




Pour terminer, replier en deux les triangles rectangles de chaque extrémité. (Plier selon la médiatrice qui passe par le sommet de l'angle droit).

Raisonner : propriétés du module



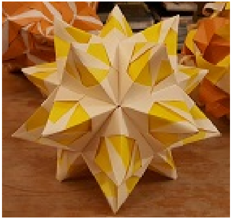


Quelles sont les dimensions du module par rapport au carré initial ?

Pourquoi voit-on apparaître un carré lorsque l'on replie les coins ?

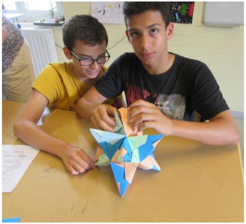
Quel est le volume du cube réalisé ?

Des objets fascinants




Avec les classes

- À la remise des prix du RMFC, classe de troisième de Chatillon le duc ;
- Au collège Notre-Dame de Mont Roland, classe de quatrième



Un triple objectif

- satisfaction esthétique ;
- décorer la salle de classe ;
- travail autour des polyèdres réguliers convexes *(liste, noms, caractéristiques géométriques telles que nombre de faces, de sommets, d'arêtes, degré des sommets)*.

Le principe

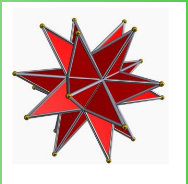
- représenter d'un polyèdre régulier convexe en « l'étoilant » ;
- produire des modules (prévoir le nombre de modules nécessaires) ;
- assembler les modules de façon à assembler une puis plusieurs pyramides (chaque pyramide correspondant à une face du polyèdre choisi).

Les solides réguliers

I) Voici les cinq solides réguliers « convexes » :

-1- -2- -3- -4- -5-

Voici un polyèdre régulier non convexe :



(si on se déplace en ligne droite d'un point du solide à un autre point, on peut sortir de la figure)

Pourquoi dit-on que les cinq premiers solides sont réguliers ?

……

……

II) Attribue à chaque nom, le numéro du solide qui lui correspond :

Cube ……, Tétraèdre ……., Octaèdre ……., Icosaèdre …….., Dodécaèdre ……

*Issus du grec ancien : **tetra** signifie quatre, **icosa** signifie vingt, **dodeca** signifie douze et **octo** signifie 8.*

III) Complète au maximum le tableau suivant :

Nom	**Forme des faces**	**Nombre de faces (F)**	**Nombre de sommets (S)**	**Nombre d'arêtes (A)**	**Nombre d'arêtes se rejoignant en un sommet**
Tétraèdre					
Octaèdre					
Icosaèdre					
Cube					
Dodécaèdre					

IV) Dans chaque cas, calcule **S+F-A** . Qu'observe-t-on ?

V) Dans le polyèdre étoilé, quel polyèdre régulier retrouve-t-on si on « scie » les pyramides ?

Étude des solides

Voici les résultats concernant les cinq polyèdre réguliers convexes :

Nom du solide initial	**Nombre de faces**	**Nombres de côtés d'une face**	**Nombre d'arêtes**	**Degré d'un sommet**
Tétraèdre	4	3	6	3
Cube	6	4	12	3
Octaèdre	8	3	12	4
Dodécaèdre	12	5	30	3
Icosaèdre	20	3	30	5

Assemblage

Nom du solide initial	Nombre de modules	Nombre de pyramides autour d'un sommet
Tétraèdre	6	3
Cube	12	3
Octaèdre	12	4
Dodécaèdre	30	3
Icosaèdre	30	5

Tutoriel Module 1

Tutoriel – Module 1

Fig. 1 et 2

Partager une feuille carrée en 4. Puis rabattre les côtés extérieurs sur la médiane

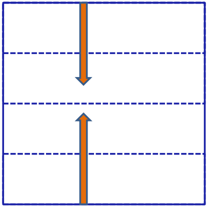


Fig. 3. Replier à l'intérieur les coins supérieur gauche et inférieur droit de la feuille extérieure selon la bissectrice.

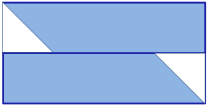
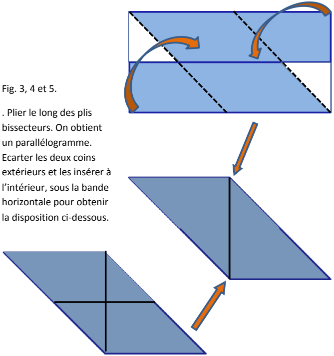


Fig. 3, 4 et 5.

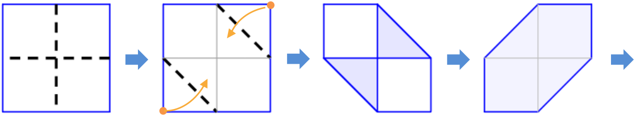
. Plier le long des plis bissecteurs. On obtient un parallélogramme. Ecarter les deux coins extérieurs et les insérer à l'intérieur, sous la bande horizontale pour obtenir la disposition ci-dessous.



Pour finir : rabattre finalement l'extrémité en bas à droite au centre de la croix. Faire de même avec l'extrémité en haut à gauche. (non représenté)

Tutoriel Module 2 (auteur S. Enocq)

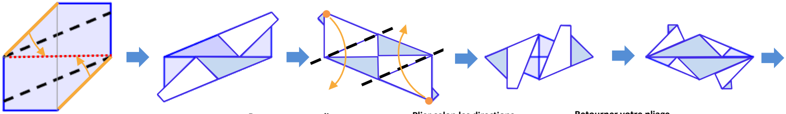
Création d'un module



Plier la feuille carrée selon les deux directions en pointillés et redéplier

Rabattre deux coins du carré identifiés en orange vers le centre et plier

Retourner votre pliage

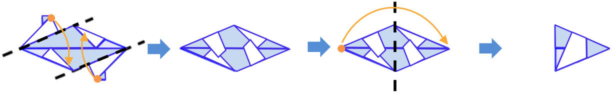


Plier les deux arêtes identifiées en orange selon les directions indiquées en pointillés noir. Elles doivent se superposer avec la ligne en pointillés rouge

Retourner votre pliage

Plier selon les directions indiquées en pointillés

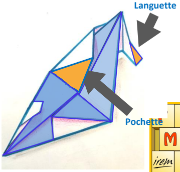
Retourner votre pliage



Rabattre les deux petites ailes selon les directions en pointillés

Plier en deux le module selon la direction en pointillés

Le module plié doit ressembler à ce dessin. Il n'est pas destiné à rester plié de la sorte, en dépliant légèrement ce dernier pli il doit ressembler au dessin ci-contre



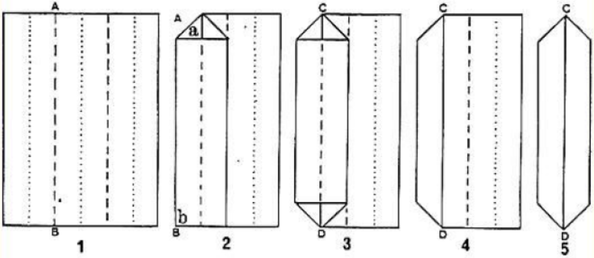
Boîte du pâtissier

Boîte du pâtissier

1. CONSIGNES DE CONSTRUCTION

1.1. On utilise une feuille de papier 21 × 29,7.
Les plis en creux sont représentés : ------
et les plis en relief : ......

figure 1



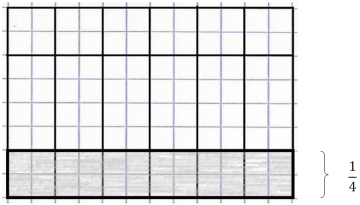
a) faire apparaître les cinq plis (équidistants) indiqués fig. 1
b) plier suivant AB, et réaliser les pliages du coin (a), fig. 2
c) réaliser dans le coin (b) les mêmes pliages qu'en (a), fig. 3
d) plier suivant le pli en creux CD, fig. 4
e) mêmes actions dans la partie droite de la feuille. On aboutit au résultat représenté fig. 5
f) il reste à ouvrir la boîte, et à marquer les plis des arêtes :

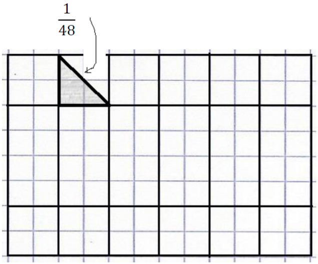
Boîte du pâtissier

Exemples d'activités :

- Représentations ;
- Travail sur les fractions ;
- Dimensions de la boîte réalisées ;
- Comment obtenir une boîte à fond carré ?
- Travail algébrique.

Boîte du pâtissier





Conclusion

Les pliages permettent d'apprivoiser la géométrie plane par l'espace.

La notion de réflexion y prend tout son sens.

C'est une pratique indispensable pour fixer des définitions ou des propriétés de base en géométrie.

Merci de votre attention !

- BOURSIN Didier, LAROSE Valérie, Mathémagie des pliages, ACL - Les éditions du Kangourou Paris, 2000.
- BOURSIN Didier, LAROSE Valérie, Pliages et mathématiques, Maths pour Tous. T . 7, ACL - Les éditions du Kangourou Paris, 1997.
- DELAHAYE Jean-Paul, Les mathématiques de l'origami, Pour la science Hors série n° 97, Oct. Nov. 2017.
- IREM de Rouen, Groupe école élémentaire, Boîte du pâtissier : former des professeurs d'école en mathématiques, Collection : IREM de Rouen Num. R 082, 1993.
- JUSTIN Jacques, Aspects mathématiques du pliage de papier, L'Ouvert. Num. 47. p. 1-14.
  Disponible en ligne sur le site de l'IREM de Strasbourg ou dans la bibliothèque numérique des IREM et de l'APMEP.
- JUSTIN Jacques, Résolution par le pliage de l'équation du 3e degré et applications géométriques, L'Ouvert. Num. 42. p. 9-19.
  Disponible en ligne sur le site de l'IREM de Strasbourg ou dans la bibliothèque numérique des IREM et de l'APMEP.

- JUSTIN Jacques, Trisection d'angles et pliages, PLOT. Num. 28. p. 28.
- LAFOND Michel, Mieux que la règle et le compas : l'origami, Bulletin de l'APMEP. Num. 502. p. 67-78.
- PELTIER Marie-Lise ; HOUDEMENT Catherine ; BUTLEN Denis, Carnets de route de la COPIRELEM. T. 3. La boîte du pâtissier. p. 47-55, Association pour l'élaboration et la diffusion de ressources pédagogiques sur l'enseignement des mathématiques à l'école (ARPEME) Paris, 2003.
- CHAPPAZ Jacques, MICHON Florence, Il était une fois... la boîte du pâtissier, Grand N. Num. 72. p. 19-32, IREM de Grenoble, Grenoble, 2003.
Disponible en ligne sur le site de l'IREM de Grenoble.

- Sur le portail des IREM, rubrique CII Pop'math, construction de solides pop'up.
  http ://www.univ-irem.fr/spip.php ?rubrique480
- Étoiles géométriques en origami - Micmaths
- Autour de la boîte du pâtissier
  - maths.ac-creteil.fr/IMG/pdf/boite(soustiret)patissier.pdf
  - https ://www.apmep.fr/IMG/pdf/Atelier(soustiret)L02.pdf
- Diaporama de Christiane Rousseau, Université de Montréal
  http ://www.dms.umontreal.ca/ rousseac/Origami.pdf
- Laboratoire de mathématiques de Rouen
  http ://lmrs.univ-rouen.fr/Vulgarisation/Origami/origami.html