

# Presentación Nacional de la educación matemática en Francia en el ICME-14

Archivo producido por la CFEM,  
Comisión Francesa para la Educación Matemática





# Índice general

<b>I Introducción: la CFEM</b>	5
1. ¿Qué es la CFEM?	5
2. Una vocación internacional	5
3. Un compromiso con la francofonía	6
4. Algunas consideraciones sobre su rol a nivel nacional	7
5. Algunos ejemplos de acciones nacionales	8
6. ¿Qué es lo siguiente?	12
<b>II Evoluciones curriculares recientes</b>	15
1. La estructura del sistema educativo francés	15
2. Las reformas curriculares (2000 – 2020)	18
3. Algorítmica, programación e informática	23
4. La Comisión Villani-Torossian y sus consecuencias	25
5. Comentarios y reflexiones	27
Apéndice: Programas actuales	27
<b>III Formación del profesorado</b>	30
1. Las invariantes de la formación inicial	30
2. Reformas ininterrumpidas	34
3. El continuo: de la preprofesionalización a la formación continua	36
4. Convertirse en profesor en la enseñanza superior	38
5. Conclusión: mantener el rumbo	39
<b>IV Investigación en didáctica de las matemáticas</b>	40
1. La investigación en didáctica de las matemáticas en Francia: temas emergentes	40
2. El estudio del trabajo documental colectivo de los profesores	41
3. La didáctica en la enseñanza superior	45
<b>V La aventura de los IREM</b>	50
1. Presentación general de la red IREM	50
2. Descripción detallada de las actividades	57
3. Los actores de la red	69
<b>VI Divulgación y actividades extraescolares</b>	71
1. ¿Qué público?	72
2. ¿Qué actividades?	72
3. Ejemplos de actividades de iniciación a la investigación	74
4. Un sitio de difusión de la investigación: <i>Images des mathématiques</i>	77
5. Las jornadas “Chicas, matemáticas e informática: una ecuación luminosa”	79
6. Acciones internacionales de Animath	80
7. Actores en la divulgación de las matemáticas	82
<b>Índice alfabético</b>	85
<b>Bibliografía</b>	88

**Agradecimientos, contribuciones**

97

# I Introducción: la CFEM

Este dossier, como se ha indicado, ha sido elaborado por la CFEM, la Comisión Francesa para la Educación Matemática. Es útil, antes de entrar en la presentación de la enseñanza de las matemáticas en Francia, comenzar con una introducción sobre el papel de esta institución y su contexto.

## 1. ¿Qué es la CFEM?

Es la subcomisión francesa de la ICMI (Comisión Internacional de Instrucción Matemática). En Francia, es una plataforma común para todas las asociaciones profesionales y sociedades científicas relacionadas con las matemáticas y su enseñanza (ADIREM, APMEP, ARDM, CNFM, *femmes et mathématiques*, SFdS, SMAI, SMF y UPS<sup>1</sup>), y también el Instituto Henri Poincaré (IHP) y desde 2020 MATH.en.JEANS. Trabaja en colaboración con el grupo de matemáticas de la Inspección General de Educación Nacional, ahora Inspección General de Educación, Deporte e Investigación (IGÉSR) y la Academia de Ciencias. El papel de la CFEM es fomentar la cooperación entre los distintos actores de las matemáticas y su enseñanza, así como su participación en acciones comunes, con el fin de promover una enseñanza viva de las matemáticas. Es en este sentido que la CFEM actúa ante los organismos públicos y, en general, ante la sociedad.

Su estatuto es el de una asociación compuesta únicamente por miembros individuales delegados por las organizaciones mencionadas, y un número limitado de miembros elegidos por votación interna, lo que permite, por ejemplo, vincularse con otras asociaciones como Animath, cuyo objetivo es promover el gusto y la práctica de las matemáticas entre los jóvenes.

## 2. Una vocación internacional

A través de su vínculo con la ICMI, la CFEM desempeña un papel esencial de interfaz internacional. En particular, coordina la participación francesa en los Congresos Internacionales de Educación Matemática (ICME) que se celebran cada 4 años: los dos últimos fueron ICME-12 (Seúl, Corea, 2012) e ICME-13 (Hamburgo, Alemania, julio de 2016). Este texto se ha escrito en miras al congreso ICME-14 que se celebrará en Shangai (China) en julio de 2021 (previsto anteriormente para 2020 se pospuso un año debido a la pandemia de Covid). Luc Trouche, presidente de la CFEM de 2012 a 2016, es miembro de su Comité del Programa Internacional.

La CFEM también contribuye a los estudios internacionales que la ICMI realiza periódicamente; recientemente : *Proof and Proving in Mathematics Education* (19),

---

<sup>1</sup>Asamblea de directores de institutos de investigación en educación matemática (ADIREM), Asociación de profesores de matemáticas de centros públicos (APMEP), asociación para la investigación en didáctica de las matemáticas (ARDM), Comité nacional francés de matemáticas (CNFM), *mujeres y matemáticas*, Sociedad francesa de estadística (SFdS), Sociedad de Matemática Aplicada e Industrial (SMAI), Sociedad matemática de Francia (SMF), Unión de profesores de clases preparatorias científicas (UPS)

*Educational Interfaces between Mathematics and Industry* (20), *Mathematics Education and Language Diversity* (21), *Task Design* (22) et *Primary Mathematics Study on Whole Numbers* (23), *School Mathematics Curriculum Reforms: Challenges, Changes and Opportunities* (24), y la actual *Teachers of mathematics working and learning in collaborative groups* (25)<sup>2</sup>.

La actividad de la CFEM también se ve impulsada por el reconocimiento internacional de investigaciones realizadas en Francia respecto de la enseñanza de las matemáticas, como lo muestran las distinciones concedidas por el ICMI: la medalla Félix Klein a Guy Brousseau en 2003 y a Michèle Artigue en 2013; la medalla Hans Freudenthal a Yves Chevallard en 2009. Recordemos también el premio Paul Erdős concedido en 2004 a André Deledicq, cofundador del Kangourou des Mathématiques, e impulsor de la creación de la actual CFEM en 1994<sup>3</sup>.

Señalemos que Jean-Pierre Kahane (presidente del ICMI de 1983 a 1990), fallecido en junio de 2017, y Michèle Artigue (presidenta de 2007 a 2010), aún muy activa dentro del ICMI, y en este congreso ICME-14, han desempeñado un rol importante en el ICMI, lo que ha permitido que la CFEM se beneficie de sus experiencias y entrega excepcional. La llegada en 2021 de Jean-Luc Dorier, Presidente de la CFEM de 2002 a 2006, como Secretario General del ICMI en enero de 2021 es un estímulo más.

### 3. Un compromiso con la francofonía

En julio de 2000, año mundial de las matemáticas, la CFEM organizó en Grenoble el primer Congreso Francófono de Educación Matemática. El éxito de esta iniciativa creó una dinámica que condujo a la organización de un coloquio llamado Espace Mathématique Francophone (EMF) que se realiza cada tres años, reconocido como congreso regional por el ICMI, al que la CFEM sigue contribuyendo activamente. Seis países ya han acogido sucesivamente este importante evento: Francia, Túnez, Canadá (Quebec), Senegal, Suiza y Argelia (el EMF2015 tuvo lugar en Argel) y de nuevo Francia para el EMF2018 (en París (Gennevilliers), la CFEM fue miembro del comité organizador <https://emf2018.sciencesconf.org/>). El próximo estaba previsto en Cotonú (Benín) en diciembre de 2021, y también deberá posponerse<sup>4</sup>.



Además, la CFEM ha apoyado desde su creación el programa CANP (Capacity & Networking Project) de la ICMI, que tuvo lugar por primera vez en Bamako (Malí) en

<sup>2</sup><https://www.mathunion.org/icmi/conferences/icmi-study-conferences>

<sup>3</sup>Algunos elementos de la historia de la CFEM, escritos por Jean-Pierre Kahane, pueden encontrarse en <http://www.cfem.asso.fr/cfem/elements-pour-l-histoire-de-la-cfem>

<sup>4</sup>Ver la página web del *Espace Mathématique Francophone*: <http://emf.unige.ch/>

octubre de 2011. El informe “La Formation des Enseignants en Afrique Francophone Sub-Saharienne. Cinco estudios de caso: Burkina Faso, Costa de Marfil, Malí, Níger y Senegal” está disponible en francés e inglés en la página web del ICMI<sup>5</sup>.

#### 4. Algunas consideraciones sobre su rol a nivel nacional

La CFEM es la encarnación de la gran cohesión de la comunidad científica vinculada a la enseñanza de las matemáticas. Su papel efectivo y sus acciones siguen siendo, sin embargo, muy limitados por el sistema que se encarga de la política educativa en Francia, el cual se encuentra a su vez completamente ligado al sistema político: ritmo de las elecciones, elección de los ministros y atribución de competencias (por ejemplo, en 2021 hay un Ministerio de Educación Nacional de la Juventud y el Deporte, y un Ministerio de Educación Superior de Investigación e Innovación, en cambio, entre abril de 2014 y mayo de 2017 hubo solo un ministerio a cargo de educación) La sucesión de ministros encargados de la educación nacional da lugar a una sucesión de decisiones que conciernen directamente a la enseñanza de las matemáticas en los niveles primario y secundario, tomadas de forma más o menos concertada con la comunidad matemática y, por tanto, más o menos consensuadas y más o menos apoyadas por ésta. En cuanto a su aplicación, tanto para la enseñanza primaria como para la secundaria, se apoya en una administración central (DGESCO, Direction générale de l’enseignement scolaire), y también en una división territorial en academias. La ejecución a nivel local de las academias puede ser muy variable, al igual que las relaciones con la comunidad – los IREM (Institutos de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas, véase el capítulo V) establecidos en cada academia, pueden dar testimonio de esta diversidad.

Un ejemplo es la Estrategia Matemática [141], que se menciona en el siguiente capítulo sobre la evolución reciente de los planes de estudio. La CFEM participó en su elaboración y fue miembro del comité de seguimiento. Esto permitió mantener relaciones regulares y privilegiadas con un cierto número de actores institucionales, entre ellos la DGESCO, y a cambio reforzó la colaboración entre los componentes de la CFEM. Es obvio que ser considerado como un interlocutor facilita la circulación de la información y, por tanto, requiere y fomenta esta colaboración.

Por otra parte, la CFEM fue simplemente consultada por la Comisión Villani-Torossian [149], al igual que todas las asociaciones que la componen y, en lo que respecta a la última reforma del *lycée*, fue consultada por el CSP (Consejo Superior de Programas), pero no directamente por el Comité de seguimiento de la reforma del *lycée* general y tecnológico en 2020. No obstante, en cada consulta, la CFEM ha expresado una posición y ha realizado propuestas elaboradas de forma colectiva y, cuando una asociación de la CFEM es solicitada para tratar un tema de interés común, se le informa a las demás componentes. Además, se han redactado y publicado conjuntamente algunos comunicados para alertar sobre puntos que merecen atención, pero no reciben una respuesta directa.

---

<sup>5</sup><https://www.mathunion.org/icmi/activities/developing-countries-support/capacity-networking-project-camp>

Estas consideraciones no pretenden minimizar el papel que desempeña y puede desempeñar la CFEM. La existencia de una estructura que fomenta el debate entre componentes que intrínsecamente tienen objetivos al menos parcialmente distintos es una gran fortaleza que no poseen otras disciplinas escolares. En un período de reformas de muy rápida aplicación, la organización de la comunidad permite realizar encuestas, análisis, reflexionar en profundidad, señalar disfunciones (se pueden citar, por ejemplo, las elecciones de especialidades muy sexistas por parte de los alumnos en el último ciclo del bachillerato general, y también los problemas que plantea el tronco común y la enseñanza científica, véase el capítulo II), proponer mejoras (como para el sistema de asistentes educativos en la preprofesionalización<sup>6</sup>). Aunque no siempre se nos escuche, nuestra comunidad sigue defendiendo una educación matemática de calidad para todos los estudiantes porque creemos que es una parte esencial de la educación tanto de los futuros ciudadanos como de los futuros científicos.

## 5. Algunos ejemplos de acciones nacionales

Los ejemplos que se desarrollan se eligieron para ilustrar la diversidad de las acciones que la CFEM intenta poner en marcha o apoyar, con la institución o de forma independiente. La posibilidad de poner en marcha acciones sigue estando limitada por la estructura de la asociación que tiene, por su condición desde su creación, medios de financiación muy limitados, y por la dificultad de obtener subvenciones del ministerio, o al menos la imposibilidad de obtenerlas con un mínimo de antelación. Por otro lado, cabe destacar que estas acciones han sido posibles gracias al trabajo voluntario de muchos profesores de todos los niveles.

**5.1. Foro de Matemáticas Vivas.** Lanzado en el marco de la Estrategia Matemática, el “Forum des Mathématiques Vivantes” (el Foro de Matemáticas Vivas) organizado junto con la Semana de las Matemáticas, ofreció actividades de formación para los profesores y también una variedad de actividades para el público en general en algunos lugares emblemáticos: París, Lyon y Marsella para el primero<sup>7</sup>, con una organización coordinada por Michèle Artigue, entonces presidenta del CS-IREM, y Cédric Villani, en clausura de la Semana de las Matemáticas de 2015 sobre el tema “Las matemáticas nos transportan”, luego París, Lyon, Rennes y Toulouse en 2017. En el marco de la organización de este segundo Foro, la CFEM tomó la iniciativa de elaborar un “Panorama”<sup>8</sup>, colección de contribuciones sobre el tema *Mathématiques et langages* (Matemáticas y lenguajes), tema de la Semana de las Matemáticas. Se han solicitado contribuciones de diversos orígenes, con el objetivo de obtener puntos de vista variados sobre este tema tan amplio.

Veremos que la CFEM también participó en el 3er Gran Foro de Matemáticas Vivas, pero sin dirigirlo como había hecho en los dos anteriores.

<sup>6</sup><http://www.cfem.asso.fr/actualites/communique-de-la-cfem-et-de-ses-partenaires-sur-les-aed-avril-2021>

<sup>7</sup><https://mathematiquesvivantes.weebly.com/>

<sup>8</sup><http://www.cfem.asso.fr/actualites/forum-mathematiques-vivantes-2017>



FIGURA 1. Póster del 1er Foro de Matemáticas Vivas 2015. Folleto Panorama del tema ‘Matemáticas y lenguajes’ del Foro Matemáticas Vivas 2017



FIGURA 2. La guía nacional elaborada por el Ministerio

**5.2. Participación en el Año de las Matemáticas.** En colaboración con el CNRS (Centro Nacional de Investigación Científica), (por su octogésimo aniversario), el Ministerio de Educación Nacional y Juventud lanzó el Año de las Matemáticas el 2 de octubre de 2019<sup>9</sup>. Su objetivo era mostrar al público en general la cara viva de las matemáticas y reforzar el vínculo entre el mundo de la investigación y los profesores de secundaria<sup>10</sup>. La CFEM fue invitada a formar parte del comité de dirección del Año de las Matemáticas, que iba a estar acompañada de actos y encuentros emblemáticos en todo el país, con la participación de numerosos socios asociativos, y de actividades de formación para los profesores, de acuerdo con las medidas del plan Villani-Torossian,

<sup>9</sup><https://www.education.gouv.fr/annee-des-mathematiques-2019-2020-5444> y en el sitio web del CNRS <http://annee.math.cnrs.fr/>

<sup>10</sup><http://www.cnrs.fr/fr/cnrsinfo/annee-des-mathematiques-rapprocher-chercheurs-et-enseignants>, [18]

aplicadas por la *Mission Mathématiques*<sup>11</sup>. El último acontecimiento que debía cerrar el Año era la participación de Francia en el congreso ICME-14. La pandemia del Covid 19 desbarató la organización, y el Gran Foro de Matemáticas Vivas (GFMV), previsto en Lyon del 13 al 16 de mayo de 2020, ha sido aplazado y transformado en un evento más modesto y a distancia<sup>12</sup>. La CFEM ha participado activamente en la realización de la guía nacional del Año [75] en el comité y la organización científica del GFMV.



FIGURA 3. Pósters del Colloquium CFEM-ARDM (años 2015 y 2019)

**5.3. Colloquium CFEM-ARDM.** El colloquium sobre didáctica de las matemáticas, organizado desde 2005 por la ARDM, conjuntamente con su seminario nacional, y la CFEM, ha evolucionado desde 2012. Rebautizado como Colloquium sobre Educación Matemática, se ha ampliado con la participación de varios ponentes y una mesa redonda. Este evento, en el que la didáctica sigue estando muy presente, pretende reunir a toda la comunidad de educación matemática en torno a un tema unificador: Matemáticas y ciudadanía (2017), Lo concreto y lo abstracto en el aprendizaje de las matemáticas, desde la escuela infantil hasta la universidad (2018), La enseñanza de las matemáticas desde la escuela infantil hasta la universidad. ¿Qué formación reciben los profesores? (2019), Apropiación de las matemáticas y usos en la sociedad (Escuela, enseñanza y formación) (2020) y Contratación de profesores de matemáticas: ¿qué conocimientos y habilidades matemáticas, didácticas y pedagógicas para los profesores de primaria y

<sup>11</sup><https://eduscol.education.fr/1476/actualites-de-la-mission-mathematiques>

<sup>12</sup><https://eduscol.education.fr/2692/grand-forum-des-mathematiques-vivantes-et-le-programme> [https://gfmv.enseigne.ac-lyon.fr/distanciel/programmes\\_mercredi.html](https://gfmv.enseigne.ac-lyon.fr/distanciel/programmes_mercredi.html)

secundaria? (Abril 2021). Estas dos últimas ediciones se celebraron a distancia, con un gran número de participantes.

Mencionemos también la organización en marzo de 2018 de una jornada sobre “La enseñanza de las matemáticas, la informática y la física en la transición del bachillerato a la universidad: ¿continuidad o ruptura?”. Este tema de la transición entre bachillerato y universidad ha empezado a preocupar recientemente la formación universitaria, que se conformaba hasta entonces con lamentar las “lagunas” de los estudiantes de grado (o licenciatura), sin interesarse realmente por los conocimientos y las competencias adquiridas al final del bachillerato. La convulsión de la reforma del bachillerato hace imprescindible pensar en esta transición desde el diseño de los planes de estudio y establecer criterios de aceptación de los alumnos cuando acceden a la enseñanza superior. En el caso de las matemáticas, el tema se ha convertido incluso en una de las principales preocupaciones, pero aún es demasiado pronto para juzgar las consecuencias de la reforma, ya que la primera generación que se ha sometido a su implementación rendirá el examen de Bachillerato este año 2021.

**5.4. Comunicación.** Para mantener los vínculos dentro de la comunidad entre los diversos eventos organizados durante el año, la CFEM produce un Boletín que fue mensual bajo la presidencia de Luc Trouche y se ha convertido en bienal<sup>13</sup>, complementado con un boletín mensual.



FIGURA 4. Folleto *Zoom métiers*, ediciones 2015 y 2021

La CFEM también ha participado en la elaboración de un folleto para los estudiantes y sus familias, titulado *Zoom métiers des mathématiques de la statistique et de l'informatique*, en colaboración con la Onisep, las sociedades científicas (asociaciones componentes de la CFEM) y la AMIES, agencia para las matemáticas en interacción

<sup>13</sup><http://www.cfem.asso.fr/liaison-cfem>

con la empresa y la sociedad. Es importante informar a los estudiantes de las numerosas carreras que pueden elegir después de la enseñanza superior (de bac + 3 a bac + 8). Ya se habían elaborado dos folletos en años anteriores, y la CFEM ha querido sumarse a esta nueva edición. En efecto, la cuestión de la orientación de los alumnos se plantea de manera general, pero en particular en el *lycée* para los alumnos que no tendrían ninguna dificultad en continuar los estudios de matemáticas, pero que no se animan a hacerlo, porque los propios profesores, el público en general, los medios de comunicación conocen poco las posibilidades que se ofrecen. Una vigilancia particular concierne la ayuda a la orientación de las chicas a la cual la asociación *femmes et mathématiques*, miembro de la CFEM, aporta mucha energía<sup>14</sup>.

## 6. ¿Qué es lo siguiente?

El resto de este documento arroja luz sobre algunos puntos concretos que se han elegido porque nos parece que reflejan la situación actual de la enseñanza de las matemáticas en Francia, desde el punto de vista de la comunidad que se dedica a ella a través de la enseñanza o la investigación. Los cinco capítulos que siguen se dedican cada uno a un aspecto: las evoluciones curriculares (II), la formación y la contratación de profesores (III), la investigación didáctica (IV), la red IREM (V) y las acciones de divulgación (en las escuelas, las actividades extraescolares o dirigidas al público en general) (VI). Son autónomos, con algunas intersecciones, por supuesto, pero con la preocupación de evitar la repetición. Esta es una visión parcial y apenas hemos tocado las consecuencias de la pandemia de Covid19, que ya ha empezado a ser investigada y estudiada (véase [6] por ejemplo). No obstante, destacaremos la forma en que la comunidad ha tratado de adaptarse a la situación de la pandemia, con muy buenos logros y también una gran solidaridad.

Este texto, escrito por varias manos, tiene a veces un tono crítico. Refleja una preocupación que va más allá del único tema de la enseñanza de las matemáticas, pero que, sin embargo, encuentra su origen en puntos concretos directamente relacionados con ella. Salvo en el capítulo VI, que trata de aspectos más gratificantes, que son gestionados y asumidos íntegramente por nuestra comunidad, con una gran libertad que permite iniciativas pero también redes que permiten fomentarlas y valorarlas. Incluso en este tema, se puede pensar que esta actividad es tanto más intensa cuando la enseñanza tradicional muestra sus debilidades y, a pesar de su notable carácter e intensidad, sólo afecta a una minoría de alumnos.

La situación es compleja, con una mezcla de crítica bastante clara a la forma en que se deciden y aplican las reformas, como veremos en el capítulo III con la formación del profesorado, y una conciencia de la necesidad de cambiar las estructuras, los contenidos, las profesiones y la formación; una cierta lucidez sobre la complejidad de la tarea y la imposibilidad de satisfacer a todos; pero una impugnación del lugar otorgado a las ciencias, y en particular a las matemáticas, en el núcleo común del *lycée* general; un cierto enfado tras la constatación del aumento de las desigualdades que aparece en

<sup>14</sup><https://femmes-et-maths.fr/wp-content/uploads/2020/02/Propositions2020.pdf>

la elección de las especialidades en el *lycée*, a pesar de que esta situación estaba prevista [112][113]; una gran pena que la verdadera energía que la institución parece querer aportar a ciertas acciones se disipe rápidamente. De ello se desprende una cierta amargura por parte de una parte del profesorado junto a una increíble motivación por parte de otros.

Ya se han escrito muchos informes sobre algunos de los temas que hemos elegido, algunos de ellos por parte de la institución (informes de la IGÉSR [84], del CNESCO [29], de la DEPP [109], [110] o el Tribunal de Cuentas (Cour des comptes [39]) o la Academia de Ciencias (Académie des sciences [2]) por citar algunos). No se puede competir con estos estudios tan exhaustivos, pero animamos a los lectores interesados a echarles un vistazo para hacerse una mejor idea de la evolución de la situación, al tiempo que se comprueba una cierta estabilidad en las conclusiones. Hemos optado por no tratar los resultados de las pruebas internacionales PISA [123], TIMSS [143], o de los CEDRE nacionales (ciclo de evaluaciones disciplinarias realizadas por muestreo [111]), que proporcionan las raras ocasiones en que el tema recibe atención de los medios de comunicación, y ya son objeto de numerosos análisis.

Por último, en lo que respecta a la reforma de la enseñanza de las matemáticas, el Instituto Francés de Educación (Ifé) organizó en 2012, a petición de la DGESCO, una Conferencia Nacional sobre la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria y el primer ciclo de secundaria<sup>15</sup>; varias comisiones realizaron trabajos de profundización, incluso sobre los contenidos para la CREM presidida por Jean-Pierre Kahane, en el cambio de siglo, y la más reciente, la llamada comisión Villani-Torossian, se mencionará varias veces en el resto del texto, en particular en el capítulo II. Estas comisiones dispusieron de recursos reales para hacer un balance y analizar la situación, por lo cuál podemos confiar en su trabajo. Sin embargo, tuvieron un éxito relativo, ya que cada vez que se implementaban las medidas que recomendaban, estas, en el largo plazo, no se ajustaban a las necesidades. Y la comisión Villani-Torossian tampoco parece escapar a esta observación, a pesar de la aplicación de un ambicioso plan.

La formación de los futuros profesores y la formación continua deben beneficiarse de las aportaciones de la investigación didáctica, y ésta ha alcanzado una verdadera madurez en Francia, como se muestra en el capítulo IV. Deben reforzarse las sinergias entre mundos todavía demasiado separados, a pesar del papel que los IREM desempeñan desde hace décadas para acercarlos (véase por ejemplo [30]). Un punto muy positivo para reforzar las sinergias proviene de la conciencia del CNRS de que la reserva de investigación se nutre de estudiantes bien formados, lo que va acompañado de un mayor interés por la enseñanza.

Entonces, ¿qué esperamos? La creación de los IREM ha sido un (raro) ejemplo ideal en el que la política ha respondido de forma concreta a proyectos propuestos por profesores ilustrados, quizá por el azar de las personas y el contexto social. Intentamos mantener viva la pequeña llama de este optimismo, y el capítulo V lo refleja. Esperamos que el Ministerio, y sus distintos organismos, comprendan el interés de “aprovechar”

<sup>15</sup><http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/manifestations/dossier-manifestations/conference-nationale>

esta red existente, organizada desde hace 50 años, y contribuyan a darle un nuevo impulso, a fomentar el acercamiento a nivel de las academias para co-construir cursos de formación, y a incentivar a los profesores en el desarrollo profesional que permiten los IREM. Nos parece esencial que se fomente la colaboración entre la comunidad vinculada a la enseñanza de las matemáticas y la institución a todos los niveles, y la CFEM puede ser uno de los actores de este acercamiento.

## II Evoluciones curriculares recientes

A lo largo de este siglo y con mayor frecuencia en los últimos años, Francia ha sido objeto de reformas curriculares importantes [5], [69]. Estas reformas se han dirigido no solo a las estructuras de enseñanza, a los programas, a los modos de evaluación sino también a la formación del profesorado. Además de esto, se han tomado nuevas medidas luego de la publicación en febrero de 2018 del informe elaborado por la Comisión Villani-Torossian [149].

En este texto, después de recordar la estructura del sistema educativo francés, de describir brevemente las principales reformas que han tenido lugar desde el año 2000, y de subrayar algunas tendencias fuertes, tales como el creciente interés que se le ha dado al campo de la probabilidad-estadística, la atención prestada a la modelización y a la interdisciplinariedad, nos centraremos en una de ellas: el auge de la algorítmica y la programación en los programas de matemáticas, en relación con el auge de la informática como disciplina autónoma. Estos procesos evolutivos, como muestra el estudio ICMI 24 [138], forman parte de tendencias que se comparten a nivel internacional. Posteriormente, hablaremos de la misión Villani-Torossian y sus resultados. Finalmente, concluimos con los avances positivos, así como con las preocupaciones que suscita tal acumulación de reformas, destacando la necesidad de formación y apoyo al profesorado, y la necesidad de establecer procesos de regulación eficaces.

### 1. La estructura del sistema educativo francés

La figura 1 presenta el sistema educativo francés. Desde septiembre de 2019, la escolaridad obligatoria comienza a los 3 años de edad, con 3 años de escuela infantil, sin embargo, el 97%<sup>1</sup> de los niños ya se encuentran escolarizados a los 3 años, el 99,6% a los 4 años y el 100% a los 5 años en 2018-2019. Luego, se imparten cinco años de escuela elemental; la escuela infantil y la escuela elemental constituyen la escuela primaria ( $\approx 6,7$  millones de alumnos). Desde 2008, la educación se organiza en ciclos de tres cursos y el ciclo 3 incluye el primer año de enseñanza secundaria desde 2016-2017.

La enseñanza secundaria ( $\approx 6$  millones de alumnos) comienza con cuatro cursos (clases de *sixième* 6<sup>e</sup> a *troisième* 3<sup>e</sup>) que corresponden una estructura unificada desde 1975: el *collège*. Desde 2016-2017 los tres últimos cursos constituyen el ciclo 4. Luego, el sistema se diversifica en el *lycée* con una primera separación en el primer curso (*seconde*), entre el *lycée* de enseñanza general y tecnológica (71,6% de los alumnos) y el *lycée* de enseñanza profesional (28,4%). Desde la creación del bachillerato profesional en 1985, ambos tipos de enseñanza conducen al bachillerato (examen nacional de final de *lycée*), pero el *lycée* de enseñanza profesional también prepara a los alumnos para

---

<sup>1</sup>Las cifras y los porcentajes indicados proceden de la publicación *Repères et références statistiques 2020 de la DEPP* (Dirección de evaluación, previsión y rendimiento) del Ministerio de la Educación Nacional, de la Juventud y de los Deportes [130]

Grade	Âge		Niveau scolaire	Établissement
15	17-18		Terminale	Lycée Professionnel
14	16-17		Première - 1 <sup>o</sup>	
13	15-16		Seconde - 2 <sup>o</sup>	
12	14-15	Cycle 4	Troisième - 3 <sup>o</sup>	Collège
11	13-14		Quatrième - 4 <sup>o</sup>	
10	12-13		Cinquième - 5 <sup>o</sup>	
9	11-12		Sixième - 6 <sup>o</sup>	
8	10-11	Cycle 3	Cours Moyen 2 - CM2	École Primaire École Élémentaire
7	9-10		Cours Moyen 1 - CM1	
6	8-9	Cycle 2	Cours Élémentaire 2 - CE2	
5	7-8		Cours Élémentaire 1 - CE1	
4	6-7		Cours Préparatoire - CP	
3	5-6	Cycle 1	Grande Section	
2	4-5		Moyenne Section	
1	3-4		Petite Section	

FIGURA 1. Estructura del sistema de enseñanza primaria y secundaria en Francia

otros diplomas de nivel intermedio, en particular para el CAP (Certificado de Aptitud Profesional). Por otro lado, en 2010, el plan de estudios del *lycée* de enseñanza profesional que originalmente conlleva 4 años de estudio, se alineó con el de los *lycée* de enseñanza general y tecnológica en 3 años. En el segundo curso del *lycée* (*première*) existe una segunda bifurcación entre *lycée* de enseñanza general y tecnológica.

Hasta el año 2019-2020, el *lycée* de enseñanza general ofrecía tres orientaciones a partir del segundo curso (*première*): literaria (serie L), ciencias económicas y sociales (serie ES), y científica (serie S)<sup>2</sup>. A esta diferenciación por series se sumaba la elección de opciones y luego de especialidades en el último curso (*terminale*). El *lycée* de enseñanza tecnológica ofrecía ocho series distintas y el de enseñanza profesional una diversidad aún mayor. La reforma de los *lycées*, que entró en vigor en septiembre de 2019, ha cambiado profundamente la estructura del *lycée* de enseñanza general. Las series han desaparecido. En *première*, los estudiantes siguen un núcleo común de 16h por semana donde las matemáticas sólo están presentes en una enseñanza científica de

<sup>2</sup>Una descripción detallada del sistema educativo francés a principios de este siglo, preparada para el congreso ICME-10 por la CFEM, está disponible en su sitio web: <http://www.cfem.asso.fr/ressources/panorama>

2h compartida entre cuatro disciplinas. Aquí, los estudiantes eligen tres especialidades (3x4h) entre 12 *a priori* posibles<sup>3</sup>. Luego, tienen que renunciar a una de ellas en *terminale* y continúan las otras dos con un horario semanal de 6 horas. En el lycée de enseñanza tecnológica se mantienen las series con especialidades adaptadas. Cabe mencionar que una reestructuración del lycée de enseñanza profesional está también en curso (véase 2).

Como se muestra en la figura 2, la obtención del bachillerato<sup>4</sup> da acceso a la enseñanza superior ( $\approx$  2,9 millones de estudiantes) con una coexistencia de formaciones no selectivas y selectivas, tanto dentro como fuera de la universidad. Esto incluye las tradicionales clases preparatorias para las grandes escuelas (CPGE) y los cursos preparatorios para el diploma de técnico superior ofrecidos en los lycées. Desde 2002, los estudios universitarios se organizan, en una licenciatura (3 años), un máster (2 años) y un doctorado (como en otros países europeos). A esta ya compleja estructura del sistema educativo, se suman instituciones como los lycées agrícolas (que dependen del Ministerio de Agricultura) y clases específicas para acoger a los alumnos con diversas discapacidades. Sin embargo, estos últimos se matriculan cada vez más en las clases ordinarias, dentro del marco de una educación que pretende ser más inclusiva (Ley n° 2005-102 de 11 de febrero de 2005, Ley Peillon de 8 de julio de 2013)<sup>5</sup>.

Tradicionalmente, en las escuelas primarias, las matemáticas son impartidas por profesores polivalentes, en los lycées de enseñanza profesional por profesores con doble calificación que enseñan tanto matemáticas como ciencias físicas y químicas, y en los collèges y lycées de enseñanza general y tecnológica por profesores con una sola calificación en matemáticas que pueden enseñar ambos niveles.

Desde la creación de los IUFM (Institutos Universitarios de Formación del Profesorado) en 1990, que se convirtieron en ESPE (Escuelas Superiores de Magisterio y Educación) en 2013 y en INSPE (Institutos Nacionales Superiores de Magisterio y Educación) en 2019, la formación inicial del profesorado es compartida entre estas instituciones y las universidades a las que pertenecen o con las que tienen convenios. Tradicionalmente, los profesores son contratados por concurso y tienen el estatus de funcionarios del estado. Desde 2010, los profesores deben también obtener un título de máster. Las prácticas en las escuelas y sus condiciones, el estatus de los profesores en prácticas y el lugar del concurso, han variado en el transcurso de las reformas. Además, una nueva reforma actualmente en curso, volverá a cambiar el sistema (véase capítulo III). En el caso de las matemáticas, la dificultad actual para atraer a los estudiantes a

<sup>3</sup>En 2019-2020, el 68,7% de los alumnos eligió la especialidad de matemáticas. Es la primera especialidad elegida, siendo la segunda la de físico-química con un 46,7% de los alumnos.

<sup>4</sup>Los porcentajes de éxito en el bachillerato en 2019 fueron del 91,1% para el bachillerato general, del 88% para el bachillerato tecnológico y del 82,4% para el bachillerato profesional. En 2019, el 80% de una generación tiene el bachillerato (42,6% con bachillerato general, 16,5% con bachillerato tecnológico y 20,9% con bachillerato profesional).

<sup>5</sup><https://www.legifrance.gouv.fr/loda/id/JORFTEXT000000809647/> y <https://www.education.gouv.fr/loi-ndeg2013-595-du-8-juillet-2013-d-orientation-et-de-programmation-pour-la-refondation-de-l-ecole-5618>

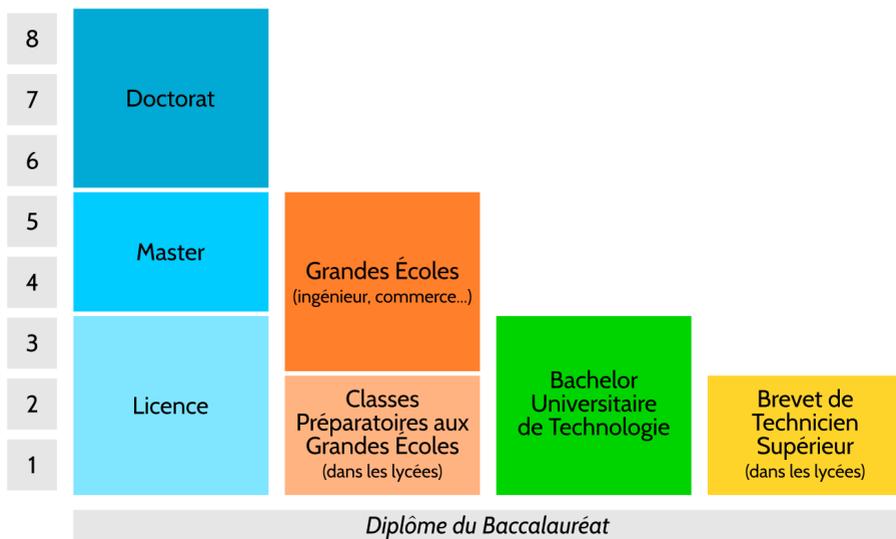


FIGURA 2. Estructura de la enseñanza superior en Francia

la profesión docente, ha implicado una marcada diversificación de las trayectorias profesionales y de las disciplinas universitarias de los candidatos en los últimos años, sumado a un aumento considerable del número de profesores contratados temporalmente, sin formación específica, sobre todo, en zonas socialmente desfavorecidas.

## 2. Las reformas curriculares (2000 – 2020)

Las reformas curriculares son regulares en Francia. Sin embargo, su número parece haberse acelerado en los últimos años, afectando tanto a los programas como a las estructuras. Cabe señalar que, en Francia, los programas son nacionales y las reformas suelen aplicarse al mismo tiempo en todo el país. Además, los cambios políticos en los últimos 20 años, han llevado a la adopción de tres leyes sucesivas sobre la organización escolar que han tenido impactos curriculares: la ley sobre la orientación y la programación para el futuro de la escuela (ley Fillon 2005), la ley sobre la orientación y la programación para la refundación de la Escuela de la República (ley Peillon 2015), y la ley sobre la escuela de la confianza (ley Blanquer 2019)<sup>6</sup>.

**2.1. Enseñanza primaria y secundaria.** La tabla en figura 3 menciona las principales reformas desde el año 2000.

<sup>6</sup><https://www.education.gouv.fr/bo/2005/18/MENX0400282L.htm>, <https://www.education.gouv.fr/loi-ndeg2013-595-du-8-juillet-2013-d-orientation-et-de-programmation-pour-la-refondation-de-l-ecole-5618> y <https://www.education.gouv.fr/la-loi-pour-une-ecole-de-la-confiance-5474>

2000	Reforma del lycée de enseñanza general pilotada por el CNP (Consejo nacional de los planes de estudio)	2012	Creación del CSP (Consejo superior de los planes de estudio)
2002	Reforma de la escuela elemental	2015	Ley Peillon - Nuevo núcleo común de conocimientos, competencias y cultura.
2005-2006	Nueva ley sobre la escuela (ley Fillon) y disolución del CNP - Núcleo común de conocimientos y competencias - Reforma del collège	2015	Reforma de la escuela infantil
2008	Reforma de la escuela primaria	2016	Reforma de la escuela elemental y del collège
2009-2010	Reforma del lycée profesional (2009) - Reforma de los lycées de enseñanza general y tecnológica (2010)	2018-2020	Ley Blanquer - Reforma de los lycées y del bachillerato - Reforma del acceso a la enseñanza superior

FIGURA 3. Evolución curricular en Francia (enseñanza primaria y secundaria)

El siglo comenzó con una reforma del lycée de enseñanza general, cuya preparación se llevó a cabo bajo los auspicios del Consejo Nacional de Programas (CNP) creado en 1989. Entre los cambios importantes introducidos por esta reforma, cabe destacar el lugar que se da al campo de la estadística, con una introducción a la estadística inferencial a partir del curso de *seconde*, que va más allá de la estadística descriptiva. También la atención prestada a las relaciones entre las disciplinas científicas, más específicamente a la interdisciplinariedad. Esto se evidencia con la introducción de los TPE (trabajos personales supervisados), con un tiempo de dos horas semanales, en *première* y luego en *terminale*. Estos proyectos, para los que se propone una gama de temas muy amplios a nivel nacional, son realizados por pequeños grupos de estudiantes a lo largo de un semestre. Los TPE implican al menos dos disciplinas y son co-supervisados por los profesores de dichas disciplinas. También, hay una diferenciación de la enseñanza entre las distintas series, la cual está mejor pensada. Esto ha implicado, por ejemplo, la introducción de la teoría de grafos en la serie ES.

En 2002 se llevó a cabo una reforma de la escuela primaria, donde se hizo especial hincapié en la resolución de problemas para motivar la introducción de nuevos conceptos, explotarlos, y desarrollar la capacidad de indagación. En estas dos reformas, los grupos de expertos encargados de redactar los programas, elaboraron numerosos documentos de acompañamiento que fueron recursos oficiales para los profesores.

En 2005, tras la ley Fillon, el CNP se disolvió pero se produjo un cambio importante. La idea, que se venía gestando desde hace décadas, de formalizar en las escuelas una base común de conocimientos y competencias que dominen los alumnos al final de

la enseñanza obligatoria, se convirtió en ley<sup>7</sup>. Esta base común, publicada en 2006, se organizó en torno a siete pilares, uno de ellos titulado “Los principales elementos de las matemáticas”. Globalmente, este último retomaba los principales elementos de los nuevos programas de *collège* implementados el mismo año, pero limitaba las expectativas en términos de experticia [10].

En 2008, se llevó a cabo una nueva reforma de la educación primaria. En particular, esta replantea su organización con la introducción de un espacio de 2 horas semanales para la ayuda personalizada, y la organización en ciclos. Se propusieron programas concisos; en matemáticas se puso el énfasis en el cálculo, particularmente, en el aprendizaje de las técnicas operativas. Estos programas se supone que deben garantizar que todos los alumnos dominen los fundamentos.

Tras un intento abortado en 2008, a partir de 2010 se realizó una nueva reforma del *lycée*. En la enseñanza general, se confirmó la importancia dada al sector de la probabilidad y la estadística, a la atención de la interdisciplinariedad con una nueva opción MPS (Métodos y prácticas científicas) propuesta en *seconde*. Sin embargo, además del regreso de la lógica, la principal novedad fue la inclusión de la algorítmica en el programa de matemáticas desde la *seconde*, y la creación de una especialidad ISN (Informática y ciencias digitales) que se sumó a las cuatro especialidades científicas existentes en *terminale* (Matemáticas, Ciencias Físicas, Ciencias de la Vida y de la Tierra (SVT) y Ciencias de la Ingeniería).

El cambio político de 2012 dio lugar a una nueva ley, la ley Peillon, y a la creación del Consejo Superior de Programas (CSP), donde una de las tareas fue replantear la base común. La nueva base común de conocimientos, competencias y cultura, adoptada en 2015, ha sido organizada en torno a cinco áreas transversales, a las que deben contribuir las distintas disciplinas<sup>8</sup>. En relación con esta base común, bajo los auspicios del CSP, se prepararon nuevos programas para la escuela y el *collège* [69]. Su aplicación se realizó de forma acelerada en solo dos años: en 2015-2016 para la escuela infantil y en 2016-2017 para la escuela elemental y el *collège*. En la escuela primaria se reconsideran las prioridades de la reforma anterior, ya que no dieron los resultados esperados. En secundaria, la principal novedad es la introducción del nuevo dominio de “Algorítmica y programación”, un área cuya enseñanza es compartida entre las asignaturas de matemáticas y tecnología.

El nuevo giro político de 2017 llevó a cambios más radicales: una reforma del acceso a la universidad, una reforma del bachillerato, una reforma de los *lycées*, y en particular, la supresión de las series del *lycée* de enseñanza general como se ha indicado anteriormente, y una reorganización completa de la oferta de enseñanza en matemáticas. En *première* y *terminale*, en el tronco común, los alumnos tienen una sola enseñanza científica de 2 horas semanales. Esta debe movilizar las ciencias físicas y químicas,

<sup>7</sup><http://cache.media.education.gouv.fr/file/51/3/3513.pdf>

<sup>8</sup>Estas áreas son: 1. Los lenguajes para pensar y comunicar, 2. Los métodos e instrumentos para aprender, 3. La formación de la persona y del ciudadano, 4. Los sistemas naturales y los sistemas técnicos, 5. Las representaciones del mundo y la actividad humana [http://cache.media.education.gouv.fr/file/17/45/6/Socle\\_commun\\_de\\_connaissances,\\_de\\_competences\\_et\\_de\\_culture\\_415456.pdf](http://cache.media.education.gouv.fr/file/17/45/6/Socle_commun_de_connaissances,_de_competences_et_de_culture_415456.pdf)

las SVT, la informática y las matemáticas sobre temas transversales<sup>9</sup>. En *terminale*, los alumnos que han cursado la especialidad matemática en *première* (4 horas semanales) pueden mantenerla (6 horas) e incluso añadirle una opción titulada “Matemáticas Expertas” (3 horas, si su lycée la propone). Si abandonan la especialidad, y así lo desean, pueden elegir una opción titulada “Matemáticas Complementarias” (3 horas)<sup>10</sup>. En cuanto a las novedades de los programas propiamente dichos, en *seconde* destacamos una entrada oficial de la historia de las matemáticas con una sección específica para cada una de las cinco áreas del programa<sup>11</sup>, así como también, un cierto número de demostraciones que los alumnos tienen que encontrar para cada uno de estos dominios.

Durante este periodo también se produce una importante evolución de la enseñanza profesional secundaria, cuya última reforma databa de 1995. La reforma de 2009 equipara la duración de la preparación del bachillerato profesional con la de los demás bachilleratos (3 años). El primer año es un año común (clase de *seconde*), luego, los programas se diferencian según tres grupos de profesiones, lo que reduce en gran medida la diversidad antes existente. En cuanto a los contenidos, los programas son globalmente menos ambiciosos que los de 1995, pero se refuerza la enseñanza de la estadística y, para facilitar la continuación de los estudios después del bachillerato, se propone un programa complementario de matemáticas, en el marco de las horas dedicadas al apoyo personalizado a los alumnos. Desde el punto de vista pedagógico, se recomienda el uso de métodos de indagación, combinado con un abordaje experimental de las matemáticas apoyado de las tecnologías digitales. La evaluación de esta capacidad experimental cuenta el 30 % de la nota de matemáticas en el examen. También, se introduce un nuevo dispositivo pedagógico para garantizar el vínculo entre las matemáticas y las asignaturas profesionales de especialización: la enseñanza general ligada a la especialidad (EGLS). Sin un programa definido y no evaluado, este dispositivo proporciona un verdadero espacio de libertad. La reforma actual que empezó en 2019, menos importante, en particular incluye la introducción de la algorítmica y de la programación a partir de la clase de *seconde*, y la supresión del EGLS en favor de co-intervenciones mucho más estructuradas.

**2.2. Clases preparatorias para las Grandes Escuelas (CPGE).** En esta sección, nos centramos en los cambios de los programas de estudio de las CPGE científicas que predominan numéricamente: MP (matemáticas y física), PC (física y química),

---

<sup>9</sup>Los títulos de los temas de esta enseñanza científica son los siguientes: *Première*: Una larga historia de la materia, 2. El sol, nuestra fuente de energía, 3. La tierra, una estrella singular, 4. El sonido y la música como portadores de información ([https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/13/4/spe573\\_annexe\\_1063134.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/13/4/spe573_annexe_1063134.pdf)). *Terminale*: 1. Ciencia, clima y sociedad, 2. El futuro de la energía, 3. Una historia de los organismos vivos ([https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8\\_MENJ\\_25\\_7\\_2019/84/7/spe241\\_annexe\\_1158847.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/84/7/spe241_annexe_1158847.pdf)).

<sup>10</sup>En *terminale*, en 2020-2021, el 41.2% de los alumnos mantuvo la especialidad matemática y el 17,5% eligió la opción de matemáticas complementarias. Además, el 14% de los que eligieron la especialidad matemática también eligieron la opción de matemáticas expertas.

<sup>11</sup>Estas cinco áreas son: números y cálculo, geometría, funciones, estadística y probabilidad, algoritmos y programación, vocabulario de conjuntos y lógica – [https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/95/7/spe631\\_annexe\\_1062957.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/95/7/spe631_annexe_1062957.pdf)

PSI (física y ciencias de la ingeniería). Los programas de estas CPGE tienen partes comunes, donde la carrera de MP está marcada por una cierta profundización.

Tras la reforma del lycé en 2010, los programas de estas CPGE se modificaron considerablemente en 2013. Entre los principales cambios, cabe destacar la introducción de un curso de probabilidad, centrado en las variables aleatorias discretas y la desaparición de una gran parte de la geometría (cónicas, cuádricas, curvas paramétricas), del análisis (ecuaciones diferenciales no lineales, difeomorfismos) y de las series de Fourier. Esta evolución fue dictada por la necesidad de instaurar una introducción sustancial al aleatorio en las CPGE científicas, cuya ausencia parecía anacrónica, así como por la fuerte demanda de aligeramiento procedente de una parte de los profesores.

Ocho años después, podemos hacer un balance de esta reforma. La aparición de las probabilidades, recibida inicialmente con diversas reacciones, es ahora ampliamente reconocida como un gran éxito, tanto desde el punto de vista de los profesores como de los estudiantes. El corpus de probabilidades, bastante reducido, permite sin embargo interacciones muy ricas con el resto del programa, lo que se refleja en la aparición de ejercicios y problemas de competición que son, a la vez, ambiciosos, realistas y de gran calidad, tratando temas muy diversos (paseos aleatorios, cadenas de Markov, uso de las probabilidades en combinatoria, aritmética, etc.). Las simplificaciones en la geometría y el análisis no lineal se consideran generalmente relevantes. Por el contrario, la desaparición de las series de Fourier se lamenta desde un doble punto de vista. Por un lado, constituían un objeto pedagógico precioso gracias a la diversidad de las ideas implicadas. Por otra parte, su enseñanza podía modularse de forma satisfactoria en función del nivel de las clases. Además, su uso en física desempeñaba un papel importante en el diálogo entre las disciplinas científicas.

Como se mencionó anteriormente, la nueva reforma del lycé modifica la enseñanza de las matemáticas de manera muy importante. Para los estudiantes fuertemente atraídos por las matemáticas, los nuevos planes de estudio, más ambiciosos tanto en sus expectativas como en sus contenidos, deberían producir *a priori* mejores resultados. Sin embargo, aún existe incertidumbre sobre los efectos a largo plazo de la reforma, debido a su propia estructura y amplitud, así como a las perturbaciones creadas por la actual pandemia. Los grupos de expertos trabajaron con la perspectiva de “limpiar” los programas de 2013. Por lo tanto, el cambio no es tan grande como el de ese año. Los contenidos se mantienen en general estables, las principales líneas de trabajo fueron las siguientes:

- una reescritura del programa de probabilidad, para hacerlo más fluido y sus objetivos más claros, sin tocar el contenido;
- la poda de algunas ramas demasiado aisladas y la adición de temas que se adhieran a los programas actuales para aumentar su coherencia;
- la mención explícita, a petición de las principales escuelas de ingeniería, del tema “Optimización”.

Pero no hay una reintroducción de las series de Fourier. Los programas del primer año se han publicado, los del segundo año están en proceso de validación.

Además, la reforma establece una nueva carrera de CPGE científica, la MPI (matemáticas, física e informática), llamada MP2I (matemáticas, física, ingeniería e informática) en el primer año. El objetivo es dar salida a los estudiantes de secundaria que han elegido la especialidad NSI y, más ampliamente, crear una carrera en la que la enseñanza de la informática se verá fuertemente reforzada con respecto a la oferta actual, mientras que la de la física se reducirá. Los programas de matemáticas serán los de la carrera MP.

En la siguiente sección, nos centramos en una de las tendencias claras de estos múltiples y diversos desarrollos curriculares: el auge del área de la algorítmica y la programación, junto con una creciente atención prestada al desarrollo de la cultura digital de los alumnos y la emancipación de la informática como asignatura escolar.

### 3. Algorítmica, programación e informática

Como muchos países, Francia incluyó la informática en la enseñanza secundaria en los años 80 con la introducción de la programación a nivel del lycée. El desarrollo de la informática y de los software de gran consumo condujo al abandono de esta enseñanza en favor de la utilización de herramientas digitales, las llamadas TICE (Tecnologías de la Información y la Comunicación para la Educación) en todas las disciplinas, programas informáticos (hojas de cálculo, programas de tratamiento de textos...) y herramientas vinculadas al desarrollo de Internet. En matemáticas, esto llevó a la integración de herramientas específicas (programas de geometría dinámica, de cálculo formal, graficadoras, calculadoras gráficas y simbólicas, etc.). No es hasta la década de 2010 que la informática, como tal, reapareció en la enseñanza secundaria [69].

Para entender lo que ha sucedido con la algorítmica en la enseñanza de las matemáticas, hay que remontarse a la creación de la CREM (Comisión de reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas) en 1999. Esta comisión, presidida por Jean-Pierre Kahane, elaboró varios informes importantes durante los años siguientes [88], entre ellos un informe titulado “Informática y Enseñanza de las Matemáticas” en el que se recomendaba la introducción de una parte de informática en la enseñanza de las matemáticas. Ya en la reforma del lycée de 2000, encontramos una parte de algorítmica, pero sólo en los programas de la serie literaria. La reforma aplicada entre 2009 y 2012 generalizó esta introducción proponiendo una enseñanza de la algorítmica (y otra de la lógica) transversal a los capítulos de matemáticas. Cabe señalar que esta enseñanza se llevó a cabo sin que se impusiera un lenguaje de programación, y que coexistieron varios softwares y lenguajes. Al mismo tiempo, la sociedad, los científicos y la industria reclamaban con insistencia que se enseñara informática a todos los alumnos, y se creó un curso especializado de informática para el curso de *terminale* científica (el ISN mencionado anteriormente). Siendo esto sólo un primer paso, la expectativa de la comunidad informática por la creación de una disciplina escolar se materializó en un informe de la Academia de Ciencias (2013) [3].

En 2016, con motivo de la reforma de la escuela primaria y del collège, la informática apareció en el currículo, desde la escuela primaria. En el collège, la enseñanza de la informática se dividió entre las asignaturas de matemáticas y tecnología. Esto dio

lugar al tema “Algorítmica y programación” en el ciclo 4, con una introducción a la programación basada en un lenguaje de programación por bloques, como Scratch<sup>12</sup>. En 2017, la entrada en el lycée de los alumnos que terminaban el collège y que habían cursado informática requirió un ajuste de los programas de matemáticas de *seconde* incorporando explícitamente la programación junto a la algorítmica, y fundamentándola en las matemáticas. Los documentos curriculares de 2017 defendieron entonces, sin nombrarlo, el lenguaje de programación Python. En 2017 también se creó un nuevo curso de exploración en *seconde*, ICN (Informática y Creación Digital), que podía continuarse en *première* y *terminale* de forma opcional. Además, ese mismo año se creó una especialidad de “informática” para el CAPES de matemáticas.

La reforma del lycée de 2019 generaliza y hace explícito el apoyo del lenguaje Python en las matemáticas en el área de “Algorítmica y Programación”. Sin embargo, mientras que antes la algorítmica estaba presente en los programas de matemáticas de todas las series, la reforma de 2019 reestructuró las matemáticas como enseñanza de especialidad en *première* y en *terminale*, limitando así el público que recibe la enseñanza de algorítmica. Al mismo tiempo, se crea un curso titulado “Ciencias digitales y tecnología” en el tronco común del plan de estudios de *seconde*, así como la especialidad NSI (Digital y Ciencias Informáticas) en *première* y *terminale*. Actualmente, la especialidad NSI sigue siendo ofrecida por pocos establecimientos (el 8,1% de los estudiantes de *première* la eligieron en 2019 y el 3,7% en *Terminale* en 2020), pero debería ganar importancia en los próximos años. El año 2019 también marca la creación de un cuerpo de profesores de informática con la creación de un CAPES específico “NSI”<sup>13</sup>. La creación de la especialidad NSI en el lycée de enseñanza general no ha provocado la desaparición de los contenidos algorítmicos de los programas de matemáticas, lo que sugiere que el desarrollo de herramientas informáticas dentro de las matemáticas podría tener una cierta perdurabilidad, en coherencia con la evolución de las matemáticas ya señaladas en el informe de la CREM. Sin embargo, la fragmentación de las disciplinas resultante de la reforma del lycée no parece ser muy favorable a la interdisciplinariedad, y probablemente limitará el desarrollo de los vínculos entre las matemáticas y NSI.

La evolución también es visible en CPGE, desde la reforma de 2013. En esta reforma, se creó un curso de informática común para cada una de las tres carreras MP, PC y PSI, cuyo objetivo era proporcionar a los estudiantes la maestría de conceptos básicos de algorítmica y programación, mediante el aprendizaje del lenguaje Python. A esto se añadió, para los estudiantes de MP, una opción de profundización en informática basada en el lenguaje Caml. La evolución se confirma en la actual reforma con la creación de la carrera MPI.

Como lo muestran estos desarrollos curriculares, hay una evolución continua hacia la integración de la algorítmica y de la programación en la enseñanza, en donde las matemáticas juegan un papel crucial. Esta evolución incide en todos los niveles de la enseñanza, y va acompañada del establecimiento de la informática como asignatura

---

<sup>12</sup><https://scratch.mit.edu/>

<sup>13</sup>Lo que llevó a la desaparición de la opción informática en el CAPES de Matemáticas.

escolar autónoma en el panorama educativo, es decir, más claramente diferenciada de las matemáticas que antes.

#### 4. La Comisión Villani-Torossian y sus consecuencias

Las dificultades encontradas por la enseñanza de las matemáticas atestiguadas por las evaluaciones tanto nacionales como internacionales, la formación notoriamente insuficiente en esta disciplina y su didáctica de los maestros de primaria, de los cuales sólo un pequeño porcentaje (alrededor del 15%) tiene una formación científica inicial – un problema agravado por la reforma de 2010 de la formación del profesorado – y una acción coordinada de la comunidad matemática, condujeron primero a la puesta en marcha de un plan especial para esta disciplina. Fue el plan “Estrategia Matemáticas”, lanzado por la ministra de entonces (Sra. Najat Vallaud Belkacem) en diciembre de 2014<sup>14</sup>. Este plan, que proponía 10 medidas organizadas en torno a tres ejes principales (programas de matemáticas en fase con la época actual, profesores mejor formados y mejor apoyados para el éxito de sus alumnos, una nueva imagen de las matemáticas) ha tenido sin embargo efectos limitados.

Se abandonó con el giro político de 2017, pero el nuevo ministro decidió crear una comisión encargada de proponer medidas concretas para mejorar la enseñanza de las matemáticas. Esta comisión, formada por 21 miembros con perfiles diversos, y presidida por Cédric Villani y Charles Torossian, realizó un gran número de audiencias durante varios meses, cruzando los puntos de vista y las sugerencias de una multiplicidad de actores. Recogió un gran número de contribuciones en un sitio web dedicado, y luego redactó un informe estructurado en torno a 21 medidas principales publicado en febrero de 2018 y cuya calidad ha sido reconocida por la comunidad [149]. En esta presentación, nos centramos en tres de estas medidas, cuya aplicación comenzó en el último trimestre de 2018. Se trata de las medidas 14, 15 y 16, que se refieren a la formación continua y al desarrollo profesional de los profesores:

- 14. Referente matemático:** Desarrollar la formación continua en matemáticas para los maestros. En cada circunscripción, fomentar el desarrollo profesional entre colegas y en equipo, y nombrar un tercer asesor pedagógico, un ‘referente matemático’.
- 15. Desarrollo profesional en equipo:** Desarrollar la formación continua de los profesores de matemáticas a nivel local, con un espíritu de confianza, entre colegas y en equipo; promover la observación conjunta; reservar un tiempo común en el horario; identificar a “personas recurso”.
- 16. Laboratorio de matemáticas:** Experimentar, financiar y evaluar en un plazo de tres años, a partir de septiembre de 2018, en al menos cinco escuelas y un campus profesional por academia, la creación de laboratorios de matemáticas vinculados a la enseñanza superior y concebidos como lugares de formación y reflexión (disciplinar, didáctica y pedagógica) para los equipos.

---

<sup>14</sup><https://www.najat-vallaud-belkacem.com/2014/12/04/strategie-maths-le-dossier-de-presentation/>

En el plazo de un año, se nombraron 1228 referentes matemáticos de circunscripción (RMC) para la educación primaria, elegidos principalmente, entre los asesores educativos de circunscripción, y se estableció para ellos un curso de formación de 24 días repartidos en dos años, que combinaba acciones nacionales y académicas. También, se ha redactado un vademécum que, tras especificar en su primera parte las misiones de los RMC y los cambios deseados en la formación continua bajo su responsabilidad, delimita esta formación<sup>15</sup>. Se especifica así que se desea:

- formación local, descentralizada, basada en la confianza y a largo plazo;
- trabajo en torno a un grupo de 6-8 profesores de escuela;
- trabajo centrado en contenidos matemáticos abordados en profundidad, con vistas a una confrontación con la práctica en el aula.

En 2019-2020, estos RMC acompañaron a 3168 grupos (constelaciones) de 6 a 8 maestros, que trabajaron de forma colaborativa en diversos temas. Parece que se ha puesto en marcha una dinámica. Sin embargo, también observamos una gran heterogeneidad de situaciones, con el nombramiento, a veces, de referentes cuyos perfiles no son adecuados o que ya están asumiendo muchas responsabilidades, y también una evidente disparidad en los medios concedidos. Sin embargo, a finales de 2020, una nueva directiva pide que estas acciones se confíen preferentemente a los supervisores ya existentes (asesores pedagógicos) y que asuman desde ya responsabilidades de supervisión y de administración.

Las tres medidas hacen hincapié en el trabajo colaborativo de los profesores. Los laboratorios de matemáticas quieren apoyar esta colaboración, fomentando también el contacto con la enseñanza superior. La medida 16, que aboga por la creación de laboratorios de matemáticas, es otra de las medidas cuyos efectos se dejan sentir ahora. En noviembre de 2020, el Ministerio en carga de la Educación Nacional (MEN) contabilizó 240 laboratorios creados en lycées. Además, se ha iniciado la ampliación del sistema a los collèges y el MEN pretende crear 150 laboratorios en collèges al año, durante los próximos tres años. También, en este caso, las situaciones son diversas y es difícil saber en cuántos de estos laboratorios el trabajo no se limita a la preparación conjunta de lecciones o evaluaciones. El soporte de la red IREM, la entrega de la comunidad matemática con el apoyo del INSMI (Instituto nacional de las ciencias matemáticas y de sus interacciones) del CNRS (Centro nacional de la investigación científica) son apoyos esenciales<sup>16</sup>. Sin embargo, se puede tener un efecto negativo de las perturbaciones causadas por la reforma de los lycées y la situación de pandemia, así como el carácter muy vertical de la aplicación de las recomendaciones de la comisión Villani-Torossian.

---

<sup>15</sup><https://eduscol.education.fr/1466/referents-mathematiques-de-circunscription-rmc>

<sup>16</sup>En el marco del INSMI, por ejemplo, se propusieron 77 formaciones en 2019-2020, pero, sobre todo debido a la crisis sanitaria, solo pudieron realizarse 35.

## 5. Comentarios y reflexiones

Como se puede ver, durante los últimos veinte años, el sistema educativo francés ha estado sometido a intensos movimientos de reforma curricular que han tenido todos ellos un impacto, más o menos directo, en la enseñanza de las matemáticas. Han afectado a las estructuras, a la organización de la enseñanza, a los programas, a la evaluación, y a la formación de los profesores. Han hecho alarde de ambiciones *a priori* loables y recurrentes: luchar contra el fracaso escolar, adaptar la escuela a la evolución del mundo, cambiar la imagen de la enseñanza profesional, luchar contra la jerarquía entre las carreras..., pero también, han estado sometidas a los vaivenes de la política y al apresuramiento resultante. Esto conduce a reformar sin darse los medios para evaluar seriamente los efectos de las acciones anteriores, o incluso a veces para dejar que se pongan realmente en marcha, sin anticipar suficientemente los posibles efectos, sin organizar un acompañamiento suficiente a largo plazo, sin consultar realmente a los profesores [5]. La actual reforma del lycée y las legítimas preocupaciones que suscita, son testimonio de ello. Su tronco común está muy desequilibrado a favor de las humanidades, y las matemáticas luchan por sobrevivir en las dos horas de enseñanza científica donde se les incluyen. La diversidad de opciones y la heterogeneidad de los conocimientos de los alumnos reunidos en la especialidad matemática o en la enseñanza de matemáticas complementarias hacen, paradójicamente, más difíciles las interacciones entre las disciplinas, mientras que el dispositivo TPE y la opción MPS han desaparecido. Sin embargo, al mismo tiempo podemos ver las líneas continuas de evolución que se destacan y que conciernen, con una coherencia evidente, a los diferentes niveles de la enseñanza, ya sea la algorítmica más particularmente desarrollada en esta presentación, pero también el área de la estadística y de las probabilidades, o aún, la atención prestada a las interacciones entre las matemáticas y las otras disciplinas y, por consiguiente, a la modelización. En el trabajo de escucha y de síntesis de la misión Villani-Torossian, en el voluntarismo puesto en marcha en la aplicación de algunas de sus medidas, también podemos ver una movilización, una energía desplegada, que tratan de trascender las dificultades y son esperanzadoras. Es una situación que puede parecer paradójica, pero que refleja sin duda, además de la complejidad de las situaciones, el fuerte compromiso de la comunidad matemática, en el sentido más amplio de la palabra, con los asuntos de la enseñanza, y también su resiliencia.

### Apéndice: Programas actuales

#### **Escuela infantil.** (J.O. del 12-3-2015)

[https://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin\\_officiel.html?cid\\_bo=86940#ecole](https://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin_officiel.html?cid_bo=86940#ecole)

Memo n° 2019-085 del 28-5-2019:

[https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin\\_officiel.html?cid\\_bo=142291](https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=142291)

### **Escuela elemental y collège.**

Ciclo 2 – versión que incluye el BOEN especial del 11 al 26 de noviembre de 2015, las nuevas disposiciones publicadas en el BOEN n°30 del 26 de julio de 2018:

[https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes\\_2018/20/0/Cycle\\_2\\_programme\\_consolide\\_1038200.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes_2018/20/0/Cycle_2_programme_consolide_1038200.pdf)

Ciclo 3 (idem):

[https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes\\_2018/20/2/Cycle\\_3\\_programme\\_consolide\\_1038202.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes_2018/20/2/Cycle_3_programme_consolide_1038202.pdf)

Ciclo 4 (idem):

[https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes\\_2018/20/4/Cycle\\_4\\_programme\\_consolide\\_1038204.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes_2018/20/4/Cycle_4_programme_consolide_1038204.pdf)

**Lycée de enseñanza general y tecnológica.** Los programas de matemáticas en *seconde*, en *première* tecnológica y para la especialidad matemática de *première* están definidos por los decretos del 17-1-2019 publicados en el BO especial n° 1 del 22 de enero de 2019.

Los programas de matemáticas de *terminale* tecnológica, de la especialidad matemática y de las optativas de *terminale* están definidos por los decretos del 19-7-2019 publicados en el BO especial n° 8 del 25 de julio de 2019. Estos programas entraron en vigor en *seconde* y en *première* en 2019-2020 y en *terminale* en 2020-2021.

Seconde (general y tecnológica):

[https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/95/7/spe631\\_annexe\\_1062957.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/95/7/spe631_annexe_1062957.pdf)

Première tecnológica:

[https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/53/0/spe630\\_annexe\\_1063530.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/53/0/spe630_annexe_1063530.pdf)

Terminale tecnológica:

[https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8\\_MENJ\\_25\\_7\\_2019/91/4/spe242\\_annexe\\_1158914.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/91/4/spe242_annexe_1158914.pdf)

Especialidad matemática de *première* general:

[https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/16/8/spe632\\_annexe\\_1063168.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/16/8/spe632_annexe_1063168.pdf)

Especialidad matemática de *terminale* general:

[https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8\\_MENJ\\_25\\_7\\_2019/90/7/spe246\\_annexe\\_1158907.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/90/7/spe246_annexe_1158907.pdf)

Optativa Matemática complementaria de *terminale* general:

[https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8\\_MENJ\\_25\\_7\\_2019/13/4/spe265\\_annexe\\_1159134.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/13/4/spe265_annexe_1159134.pdf)

Optativa Matemáticas expertas de *terminale* general:

[https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8\\_MENJ\\_25\\_7\\_2019/82/5/spe264\\_annexe\\_1158825.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/82/5/spe264_annexe_1158825.pdf)

Programa de la enseñanza científica del núcleo común

Première:

[http://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/13/4/spe573\\_annexe\\_1063134.pdf](http://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/13/4/spe573_annexe_1063134.pdf)

Terminale:

[https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8\\_MENJ\\_25\\_7\\_2019/84/7/spe241\\_annexe\\_1158847.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/84/7/spe241_annexe_1158847.pdf)

**Lycée de enseñanza profesional.** Los nuevos programas de estudios para los niveles CAP y *seconde* se definen por decreto en fecha de 3-04-2019 publicado en el número especial del BO n° 5 del 11 de abril de 2019. Para los niveles *première* y *terminale*, se definen por decreto en fecha de 3-02-2020 publicado en el número especial del BO n° 1 del 6 de febrero de 2020. Estos programas de estudios entran en vigor para el primer año del CAP y el nivel *seconde* en el año académico 2019-2020, para el segundo año del CAP y el nivel *première* en 2020-2021, y para el nivel *terminale* en 2021-2022.

CAP:

[https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP5-MEN-11-4-2019/61/9/spe629\\_annexe\\_1104619.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP5-MEN-11-4-2019/61/9/spe629_annexe_1104619.pdf)

Seconde:

[https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP5-MEN-11-4-2019/26/8/spe628\\_annexe\\_1105268.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP5-MEN-11-4-2019/26/8/spe628_annexe_1105268.pdf)

Première:

[https://www.education.gouv.fr/sites/default/files/imported\\_files/document/spe003\\_annexe1\\_1239841.pdf](https://www.education.gouv.fr/sites/default/files/imported_files/document/spe003_annexe1_1239841.pdf)

Terminale:

[https://www.education.gouv.fr/sites/default/files/imported\\_files/document/spe003\\_annexe2\\_1239843.pdf](https://www.education.gouv.fr/sites/default/files/imported_files/document/spe003_annexe2_1239843.pdf)

### **Descripción del sistema educativo (Eurydice).**

<https://www.education.gouv.fr/eurydice-reseau-europeen-sur-les-systemes-educatifs-3182>

## III Formación del profesorado

Una lectura de las muchas y variadas competencias que se esperan de un profesor basta para convencernos de que la formación del profesorado es un proceso complejo, que requiere un equilibrio y una sinergia entre facetas de la formación que pueden ser muy diferentes. En Francia, el ejercicio se complica por una cierta inestabilidad administrativa: la formación del profesorado se reforma regularmente. Intentaremos aquí presentar la formación inicial del profesorado y luego explicar las razones de su inestabilidad. Concluiremos con una breve descripción de lo que se hace en la preprofesionalización y en la formación continua, y hablaremos de la formación de los profesores en la enseñanza superior.

### 1. Las invariantes de la formación inicial

Para ser profesor, hay que superar una oposición nacional o académica correspondiente a la profesión prevista. Los candidatos seleccionados prestan servicio como funcionarios en prácticas durante un año, tras el cual pueden obtener la titularidad y convertirse en funcionarios. La posibilidad de inscribirse en una oposición o de obtener la titularidad está vinculada a la obtención de un determinado nivel de títulos.

Tras una presentación de los actores institucionales, describiremos las diferentes profesiones que permiten enseñar matemáticas, los concursos de contratación que dan acceso a ellas y los títulos necesarios.

**1.1. Actores institucionales.** A nivel nacional, la formación del profesorado está bajo la supervisión de dos ministerios: el Ministerio de Educación Nacional, Juventud y Deportes (MENJS), y el Ministerio de Educación Superior, Investigación e Innovación (MESRI).

Francia está dividida en academias. En cada academia, los actores de la formación del profesorado son los rectorados y las universidades. El rector representa a ambos ministerios en todos los asuntos relacionados con la educación y la formación. Las universidades (puede haber varias en cada academia) son en principio independientes (controlan sus políticas de empleo dentro de los límites de su masa salarial), pero están financiadas principalmente por el MESRI, que vela por el cumplimiento del marco normativo y también puede orientar sus políticas a través de planes de financiación específicos.

La formación del profesorado se encuentra necesariamente en la encrucijada entre el mundo de la universidad, de donde proceden los estudiantes, y el del rectorado, futuro empleador. Ya sea una escuela, un instituto nacional o universitario, integrado o externo a la universidad, el componente en el que se desarrolla esta colaboración se transforma en función de las incesantes reformas. En la actualidad, esta función está encomendada al INSPE (Instituto Nacional Superior del Profesorado y de la Educación). Hay un INSPE por academia, que forma parte de un establecimiento universitario y trabaja en estrecha colaboración con el rectorado y las demás universidades de la academia.

Encontrar el equilibrio adecuado entre los agentes nacionales y locales, decidir cómo estructurar la colaboración dentro de la academia y asignar los recursos humanos y financieros son cuestiones que están en el centro de las reformas.

**1.2. Las profesiones.** Hasta el bachillerato, existen tres categorías de profesores susceptibles de enseñar matemáticas, en función del tipo de centro en el que enseñan (véase la figura 1 del capítulo II) :

- profesores de escuela, que enseñan en el nivel primario (jardín de infancia y escuela primaria),
- profesores de secundaria, que imparten clases en la escuela secundaria o en las ramas general y tecnológica de la escuela secundaria,
- profesores de institutos de formación profesional.

**1.3. Concursos.** Hay diferentes concursos para estas diferentes profesiones:

- el CRPE (concurso para la contratación de profesores de escuela),
- el CAPES (certificado de Aptitud para la Enseñanza Secundaria) y el CAFEP para la enseñanza en centros privados,
- el CAPLP (certificado de aptitud para la enseñanza en institutos de formación profesional),
- La *agrégation* es también un examen de contratación para profesores de secundaria, pero tiene un estatus diferente a los tres anteriores y permite dar clases en las licenciaturas de matemáticas o en las clases preparatorias para las grandes escuelas.

El CRPE es académico (una asignatura por academia, los candidatos hacen el examen en una academia y si lo aprueban, serán asignados a esa academia) y los otros tres exámenes son nacionales. Todos estos concursos de contratación incluyen una serie de pruebas escritas y una serie de pruebas orales, a las que podrá presentarse si ha superado las primeras. La descripción que hacemos aquí se refiere al marco de los concursos de contratación en vigor a partir de la sesión de 2022 [24].

El CRPE abarca las distintas materias que los profesores de la escuela deberán impartir. Los candidatos deben dominar y tener experiencia en los programas de educación primaria y secundaria. Las matemáticas y el francés son las materias más importantes, presentes en los exámenes escritos y orales. En el examen escrito, los candidatos también deben elegir una prueba en una de las tres áreas siguientes: ciencia y tecnología, historia-geografía-educación moral y cívica, o arte. En el oral, también hay una prueba de educación física y deportiva, que integra conocimientos científicos de desarrollo y psicología infantil.

El CAPES se centra, por supuesto, en las matemáticas. En el examen escrito, una de las pruebas es puramente disciplinaria, mientras que la otra es más profesional: se refiere al diseño de las sesiones de enseñanza, a partir de los documentos proporcionados a los candidatos, y también incluye una pregunta de historia. En el examen oral, hay una prueba de lecciones y una entrevista de motivación. Los candidatos deben tener un buen conocimiento de las matemáticas que se enseñan en los centros de enseñanza

secundaria. Existe un programa complementario para la primera prueba escrita: se trata de las matemáticas que se cubren durante los dos primeros años de la licencia (análisis, álgebra, probabilidad y estadística) más una parte de geometría que se estudia en el tercer año. Se fomenta el uso de herramientas digitales, y es especialmente importante para la prueba de la lección.

El CAPLP se organiza de la misma manera, pero la prueba escrita de la asignatura y la lección oral están en dos partes: una para matemáticas y otra para física y química.

Las pruebas para la *agrégation* son muy disciplinarias y el programa que se cubre es el de un primer año de máster en matemáticas fundamentales. Aprobar este examen garantiza un buen conocimiento de las bases matemáticas en álgebra, análisis, probabilidad y estadística, pero la parte de geometría aún es reducida. Aunque no es obligatoria, la *agrégation* es una ventaja a la hora de contratar profesores de investigación en la universidad.

**1.4. Diplomas.** La inscripción en estos concursos de contratación y el nombramiento de los candidatos aprobados están sujetos a un requisito de titulación que ha ido evolucionando con el tiempo. Desde 2010, se exige un título de máster o equivalente para todos los concursos de contratación mencionados. La articulación entre el máster y la oposición, en cuanto a contenidos y horarios, es otra de las cuestiones de las sucesivas reformas.

El diploma estándar para el CRPE, CAPES o CAPLP es el Master MEEF (profesiones de la enseñanza, la educación y la formación), que se divide en 4 menciones: *Primer grado*, *Segundo grado*, *Encadrement éducatif*, y *Pratique et ingénierie de la formation*. Nos centraremos en los dos primeros porque es donde hay profesores que enseñan matemáticas.

Pero también puede ser un título disciplinario. Por ejemplo, los estudiantes que planean hacer la *agrégation* suelen matricularse en un máster de matemáticas.

Por último, hay candidatos que cambian de profesión. En la enseñanza secundaria, se trata principalmente de ingenieros que quieren ser profesores. Representan una parte importante del CAPES<sup>1</sup>. En la enseñanza primaria, hay más y el abanico de ocupaciones que se ejercen es más amplio<sup>2</sup>.

**1.5. La formación.** ¿Cómo se llega a ser profesor? Como estudiante, uno acumula conocimientos, a menudo organizados en torno a una disciplina específica. En matemáticas, se trata de conocimientos teóricos, centrados en el álgebra y el análisis, donde la enseñanza de la geometría tiene dificultades para encontrar su lugar. Un profesor, más allá de lo que ha aprendido, debe dominar los conocimientos que va a enseñar, y pensar en cómo enseñarlos. También debe ser capaz de reflexionar sobre su práctica

---

<sup>1</sup>Una encuesta de funcionarios en prácticas realizada tres años seguidos en la ESPE Languedoc-Rosellón, de 2016 a 2019, había identificado que alrededor del 20% de los funcionarios en prácticas del curso de *Matemáticas* eran ingenieros en reconversión

<sup>2</sup>La misma encuesta había identificado alrededor del 50% de los funcionarios en prácticas en el ámbito de la educación *primaria*

y plantearse preguntas a las que busca respuesta, por sí mismos, con sus colegas o en la literatura de interfaz, o incluso en la literatura de investigación.

Uno de los objetivos de los maestros del MEEF es iniciar esta evolución. Por lo tanto, la formación debe aportar elementos disciplinarios, didácticos y pedagógicos, combinar las aportaciones teóricas con la práctica real en el aula e introducir métodos de investigación.

En el plano disciplinario, debemos ocuparnos de la segunda transición de Klein [153], es decir, la transferencia de conocimientos matemáticos adquiridos en la universidad en conocimientos útiles para enseñar en la escuela primaria o secundaria. Esta transición requiere un paso atrás en los conocimientos académicos, se necesita tiempo<sup>3</sup>, esto es tanto más cierto cuanto que una gran parte de los estudiantes que ingresan en el programa de maestría son todavía débiles en términos de disciplina, particularmente en matemáticas.

En el caso de los futuros profesores de escuela, la cuestión de la formación disciplinaria se plantea de manera diferente, ya que tendrán que enseñar muchas materias muy diferentes. Las matemáticas y el francés siguen siendo las asignaturas más importantes, pero la misma persona debe enseñar también ciencias, arte, historia y geografía, educación física y deportes...

La enseñanza en los institutos de formación profesional tiene características específicas que a menudo resultan desconocidas para los estudiantes y para las que los estudiantes deben estar preparados durante la formación. Los profesores de matemáticas y ciencias tienen que impartir ambas asignaturas al mismo tiempo y la reciente reforma de la rama profesional les obliga a trabajar conjuntamente con las asignaturas vinculadas a la especialidad profesional. Es una forma de enseñar para la que debemos estar preparados.

Para que la formación se base en la práctica, es necesario realizar prácticas en las clases, durante las cuales los alumnos pasan gradualmente del papel de observador al de profesor con plena responsabilidad. Su progreso está acompañado por un tutor, que está presente en el aula, pero también por cursos universitarios que proporcionan apoyo didáctico y pedagógico.

Los futuros profesores también necesitan formación en temas tan variados como el conocimiento del funcionamiento de una escuela, la igualdad de género, el laicismo, la inclusión de alumnos con necesidades especiales, la autoridad, y en diferentes campos como la psicología y la sociología.

Por último, la formación incluye una introducción a la investigación, en el contexto de la realización de una tesis sobre un tema relacionado con la enseñanza. La reflexión debe basarse tanto en la lectura de artículos y libros como en los experimentos realizados en el aula.

Los dos años del máster apenas son suficientes para hacer todo esto. Sólo pueden iniciar la transformación del alumno en maestro, por lo que es importante que den a quienes les siguen el deseo de continuar por este camino. La formación continua debería

---

<sup>3</sup>En este sentido, es apreciable que casi todo el programa de CAPES se basa en el segundo año de la licencia, pero la geometría afín, que es muy importante para el *collège*, suele concentrarse en L3.

entonces tomar el relevo, para acompañarles a lo largo de su carrera. Volveremos sobre esto.

Esta formación polifacética requiere que los equipos docentes reúnan a formadores con diferentes competencias y estatus: profesores universitarios, profesores investigadores de matemáticas o de didáctica, formadores que trabajan en el sistema educativo nacional y que participan en la formación universitaria y los que acogen a los alumnos en sus clases. Todas estas personas deben reunirse y pensar en cómo construir la formación.

Fue la creación de las ESPE la que hizo necesaria la fundación de estos equipos docentes llamados “plurales”, mientras que antes los aspectos disciplinarios y profesionales de la formación estaban separados. Los equipos tuvieron que aprender a trabajar juntos, a encontrar su coherencia y equilibrio, lo que llevó un poco de tiempo, según la disciplina. En matemáticas, la transformación fue bastante fácil: ya estábamos acostumbrados a encontrarnos entre profesores de todos los niveles (primaria, secundaria y universidad) e inspectores, en parte gracias a los IREM, y también gracias a la presencia de investigadores en didáctica y epistemología de las matemáticas en los departamentos de matemáticas de las universidades: enseñando a los mismos alumnos, ya habíamos empezado a colaborar.

**1.6. La ‘agrégation’.** La *agrégation* es un concurso de contratación de alto nivel disciplinario que permite enseñar en los centros de enseñanza secundaria, pero también en la enseñanza superior, en la universidad o en las clases preparatorias de las grandes escuelas. Históricamente, si enseñan en secundaria, los *agrégés* están más bien destinados a los institutos, y tienen un servicio reducido porque se supone que asumen más responsabilidades en los equipos docentes. Sin embargo, esta no es una regla general. Algunos profesores *agrégés* trabajan en centros de enseñanza media y muchos profesores *certifiés*<sup>4</sup> están asignados a centros de enseñanza secundaria.

Cursar un Master MEEF después de una licenciatura en matemáticas no permite aprobar la *agrégation*. Es necesario hacer un máster en matemáticas, y algunas universidades tienen cursos dedicados a la preparación de la *agrégation*. Una sólida formación matemática es una ventaja para enseñar esta disciplina, pero no es suficiente. Es necesario formarse para convertir los conocimientos académicos en conocimientos pedagógicos. Sin embargo, este aspecto no se tiene en cuenta actualmente ni en las oposiciones ni en la formación en el marco de másteres disciplinares o cursos de preparación específicos.

## 2. Reformas ininterrumpidas

La puesta en marcha de la formación del profesorado es complicada porque requiere una convergencia de energías en un entorno impulsado por fuerzas múltiples y a veces antagónicas. Por ejemplo, es necesario combinar una lógica de oposición con una lógica de formación, o garantizar la cooperación de una multiplicidad de actores

---

<sup>4</sup>Los profesores *certifiés* son titulares del CAPES, CAFEP o CAPLP

que pueden estar en competencia entre sí (la estructura administrativa nos lleva a veces a compartir horas o recursos en condiciones difíciles). En la búsqueda de la mejor solución posible, los sucesivos gobiernos acumulan reformas, pero las dificultades se desplazan sin desaparecer nunca. La propia inestabilidad podría convertirse en el principal obstáculo para el éxito de esta aplicación.

**2.1. Panorama histórico.** Empezamos en 2010 con la llamada reforma de la *mastérisation*.

Antes de esta reforma, la formación del profesorado se realizaba en los IUFM, institutos universitarios de formación del profesorado. A pesar de su nombre, cuando se crearon en 1991 no estaban integrados en las universidades. Esta integración tuvo lugar en 2007. Para inscribirse en los concursos de contratación era necesario tener un título de nivel bac +3, pero la preparación de los concursos de contratación y el año de formación posterior no estaban asociados a un título.

Esto es lo que cambió con la reforma de 2010: de acuerdo con el proceso de Bolonia, la formación del profesorado debía realizarse a partir de entonces dentro de un máster. Estos másteres se realizaron en los IUFM para el primer nivel, en colaboración entre los componentes disciplinarios y los IUFM para el segundo nivel. El concurso de contratación se celebró durante el segundo año del máster. Aunque la organización de la formación daba prioridad a la materia y a la didáctica, la corta duración de las prácticas en las escuelas alejaba la formación del terreno. Al año siguiente de las oposiciones, los nuevos profesores comenzaron a trabajar a tiempo completo en las aulas. Recibían un apoyo muy limitado, que no permitía satisfacer sus necesidades. Su entrada en la profesión podía ser muy difícil.

En 2013, la creación de la ESPE (Escuela Superior de Profesores y Educación) y de los másteres del MEEF se inscribe en una voluntad de homogeneizar la formación en todo el país y de reforzar la colaboración entre las fuerzas presentes en los antiguos IUFM, los componentes disciplinarios de las universidades y el rectorado. La oposición se situó en M1. Una vez superado el primer año del máster y los concursos de contratación, los estudiantes hacían su año de prácticas durante el segundo año: pagados a tiempo completo, estaban medio tiempo a cargo de las clases y medio tiempo en los cursos de la universidad. Tenían que escribir una tesis sobre un tema profesional. Fue un año muy ocupado, pero permitió que la tesis y los cursos de didáctica y pedagogía se basaran en la práctica en el aula.

En 2020, las ESPE se transformaron en INSPE (Institut national supérieur du professorat et de l'éducation), y este discreto cambio de denominación muestra la voluntad del Ministerio de intervenir más en la formación. Uno de los objetivos anunciados era ofrecer una formación uniforme en todo el país. Pero las condiciones en las que se llevó a cabo esta reforma (en una situación de emergencia que limitó la consulta) no permitieron alcanzar esta normalización. La oposición volverá a situarse en el segundo año del máster, lo que hará que este año sea muy difícil: habrá que preparar la oposición, hacer prácticas y escribir una tesis al mismo tiempo. Abordamos este nuevo sistema con cierta preocupación por nuestros alumnos.

**2.2. Vinculación del máster y la competencia.** La articulación del título y la oposición es, por tanto, uno de los parámetros de la formación que se modifica en el momento de cada reforma. El hecho de que el examen de oposición fluctúe entre M1 y M2 nos obliga a gestionar años de transición, a veces con dos exámenes para la misma cohorte de estudiantes, y a veces con dos exámenes en el mismo año.

Por otra parte, la articulación administrativa, que consiste en fijar el nivel de titulación exigido para poder presentarse a la oposición, no debe hacernos olvidar la articulación de contenidos y objetivos: los dos años de formación del máster MEEF terminan con una oposición, y es inevitable que la preparación de la oposición guíe la formación. Aunque los documentos marco para la formación y para el concurso de contratación deberían elaborarse al mismo tiempo para formar un conjunto coherente, el Ministerio publica documentos con un año de diferencia que pueden diferir mucho en algunos puntos. Por ejemplo, en la enseñanza primaria, la proporción de matemáticas y francés en la formación es mucho mayor que en las oposiciones, y los equipos docentes están preocupados por cómo podrán apoyar a los alumnos en estas condiciones.

### **3. El continuo: de la preprofesionalización a la formación continua**

La última reforma de la formación del profesorado insiste en el *continuum*: la formación comienza en la licenciatura, con la preprofesionalización, y debe continuar al menos tres años después de la titularidad.

**3.1. Antes del máster: la preprofesionalización.** Destinada a los estudiantes de grado, la preprofesionalización puede ir desde un simple descubrimiento de la profesión para los que siguen un curso disciplinario clásico, hasta un curso de formación totalmente dedicado para los que están seguros de su vocación como profesores.

Las universidades pueden añadir algunas UEs (unidades educativas) a los cursos tradicionales de las asignaturas, por ejemplo, UEs que impliquen prácticas (en escuelas primarias o secundarias) o, para aquellos que planean convertirse en profesores de escuela, asignaturas complementarias, por ejemplo, en los grados de humanidades, cursos de matemáticas.

También hay licenciaturas dedicadas a la formación de los futuros maestros de escuela: las llamadas licenciaturas multidisciplinares o licenciaturas en ciencias de la educación. Pueden empezar en L1 o sólo en L3. Empezar en L3 es una elección administrativamente complicada, pero permite acoger a estudiantes que han seguido un verdadero currículo científico durante 2 años y que han madurado su proyecto de convertirse en profesor de escuela. Tienen muchas posibilidades de aprobar el CRPE y pasarán a engrosar las filas de los profesores de escuela con un perfil científico.

Por último, mencionemos la última creación del Ministerio: los cursos preparatorios para los puestos en las escuelas (PPPE). Destinados a los estudiantes que están seguros de querer convertirse en profesores de escuela, estos cursos de grado se llevan a cabo en colaboración entre las universidades y los rectorados. Una parte de los cursos se imparte en la universidad como parte de un grado, y la otra parte se hace en el instituto. El proyecto comienza a principios del año académico 2021, con un curso piloto en cada academia, y pretende desarrollarse. Los estudiantes estarán matriculados durante 5

años, al final de los cuales tendrán que aprobar un examen de oposición. No cabe duda de que los candidatos seleccionados estarán muy bien formados, pero también debemos preguntarnos qué pasará con los que fracasen.

**3.2. A la entrada del máster: las AED (asistente educativo en preprofesionalización).** Iniciado en septiembre de 2019, el plan de asistentes educativos de preprofesionalización consiste en contratar a estudiantes de segundo año de licenciatura con contratos de 3 años y encomendarles tareas docentes en una institución, evolucionando estas tareas desde las prácticas acompañadas hasta la asunción de responsabilidades anunciadas como puntuales. La remuneración es razonable y puede combinarse con subvenciones. Por lo tanto, el sistema puede ser atractivo si no se convierte en un obstáculo para el éxito académico de los estudiantes, lo que depende de las condiciones concretas de aplicación (lugar de trabajo, horario, etc.). Por desgracia, estas tareas no están suficientemente definidas a nivel nacional. Ya habían aparecido algunos problemas en L2 y L3, que se agravarán con la llegada de la primera cohorte de AED en el primer año del máster MEEF, al inicio del curso 2021. Muchos estudiantes podrían encontrarse con una carga docente incompatible con sus estudios.

Este plan es la continuación de varios intentos que han fracasado porque, si bien ofrecen la oportunidad de adquirir experiencia práctica en una institución, no crean las condiciones de precontratación que permitirían a los estudiantes tener éxito en sus estudios y formarse con confianza.

**3.3. Después del máster: formación continua.** Como hemos dicho, los dos años del máster no son suficientes para formar adecuadamente a los profesores; es absolutamente necesario continuar después de la oposición. En efecto, la formación se imparte durante el año de prácticas y los primeros años de la profesión. Se supone que los rectorados lo organizan, con la colaboración de las universidades, pero los esquemas y el volumen aún no están definidos y toda la energía disponible se dedica (por el momento) a la implantación de los nuevos programas de máster del MEEF. Por lo tanto, es demasiado pronto para hablar de ella. Lo que está en juego es especialmente importante para los candidatos que aprobarían la oposición sin haber superado un Master MEEF, por ejemplo, los *agrégés* o los candidatos en reconversión profesional.

En comparación con lo que se hace en países comparables, el volumen de la formación continua en Francia es muy bajo y su contenido no siempre es pertinente. Desde hace dos años, el Ministerio anuncia reformas en favor de una mayor oferta de formación continua más acorde con las necesidades expresadas por los profesores. Las matemáticas ya se han beneficiado de algunas medidas concretas, puestas en marcha a raíz de la publicación del informe Villani-Torossian: el trabajo “en constelación” en las escuelas primarias y la creación de *Labomaths* en las escuelas secundarias<sup>5</sup>. También se benefician de la existencia de la red IREM, que ha sido un actor esencial y unificador

---

<sup>5</sup><https://eduscol.education.fr/1469/laboratoires-de-mathematiques>; Los detalles del informe Villani-Torossian [149] y las medidas que se analizan aquí se comentan en la sección 4 del capítulo II.

de la formación continua en matemáticas durante más de 50 años. Remitimos al lector al capítulo V de este texto.

#### 4. Convertirse en profesor en la enseñanza superior

Puede parecer sorprendente pensar que los profesores-investigadores de matemáticas contratados después de haber cursado amplios estudios de matemáticas, casi siempre con un doctorado en matemáticas, puedan necesitar formación. En Francia, desde el curso 2018-2019, los profesores recién contratados, en prácticas durante un año académico, están obligados a realizar una formación de una duración correspondiente a una sexta parte de su obligación de servicio (normalmente 192 h por año equivalente TD) y no podrán impartir ninguna enseñanza adicional durante este periodo. A continuación, podrán continuar esta formación de forma voluntaria durante los cinco años siguientes, por un periodo correspondiente a una sexta parte del servicio anual, es decir, 32 horas de docencia. La formación tiene como objetivo profundizar en las competencias pedagógicas. Según el caso, algunos de los nuevos contratados han realizado un curso de enseñanza durante sus estudios de doctorado, pero no es obligatorio. En algunos casos, por tanto, se trata de una iniciación más que de una profundización de las competencias. En general, la formación que se imparte no es específica del campo o campos disciplinarios en los que los profesores investigadores van a enseñar. Por ello, sólo responden parcialmente a los retos a los que se enfrentan los profesores investigadores. Esta es una situación bastante general en muchos países, como señalan Winslow et al. [155, p. 60] que añaden que existen importantes resultados de investigación que deben incorporarse a la formación que aborda los retos a los que se enfrentan los profesores universitarios de matemáticas.

“The majority of UMTE [University Mathematics Teacher Education] programmes seem not to focus on specific whole courses in mathematics such as calculus or linear algebra, but to address more general levels such as inquiry-based learning in mathematics. However, research in UME [University Mathematics Education] – for example on calculus – has been very substantial and could, in the future, be used for designing specific courses on “teaching calculus” for UMTE that take this knowledge into account”.

Por lo tanto, la transferencia de los resultados de la investigación en didáctica de las matemáticas en la universidad a los profesores universitarios de matemáticas es una cuestión importante en la actualidad. Este es uno de los objetivos de la revista bilingüe francés-inglés EpiDEMES (*Épjournal de Didactique et Epistémologie des Mathématiques pour l'Enseignement Supérieur*, <https://epidem.es.episciences.org/>) que pretende difundir los trabajos de investigación realizados en Francia dentro de la GDR (Grupo de investigación del CNRS) DEMIPS (Didáctica y epistemología de las matemáticas, vínculos con la informática y la física, en la enseñanza superior) y a nivel internacional, especialmente las realizadas en la red INDRUM (International Network for Didactic Research in University Mathematics). La revista EpiDEMES tiene como objetivo construir una base de datos para alimentar la formación inicial y continua de

los profesores de matemáticas en la enseñanza superior. Los primeros números deberían publicarse a finales de 2021<sup>6</sup>.

### **5. Conclusión: mantener el rumbo**

El cambio recurrente tiene un efecto negativo en la formación: apenas los equipos docentes han tenido tiempo de analizar un sistema de formación, de comprender sus puntos fuertes y sus dificultades y de adaptarse a él, cuando se anuncia una nueva reforma. Hay que rehacer los modelos, basándose en instrucciones no siempre claras, pero siempre con prisas. Los equipos docentes están formados por personas de diferentes instituciones y las estructuras administrativas no siempre facilitan la colaboración. Tampoco lo hacen la urgencia y la fatiga. La variedad de equipos docentes es, sin embargo, una valiosa baza para la formación, siempre que dispongan de tiempo: el tiempo de reflexión es esencial, así como el de colaboración.

En el ámbito de las matemáticas, podemos contar con las competencias y los conocimientos técnicos desarrollados a lo largo de varias décadas tanto a nivel local como nacional, en particular en el seno de las dos comisiones inter-Irem: COPIRELEM para el primer nivel y CORFEM pour le second degré<sup>7</sup>. Esta reflexión colectiva, con todos los actores de la formación, es una cuestión esencial que podemos esperar que nos ayude a mantener el rumbo.

---

<sup>6</sup>Sobre este tema, véase la sección 3 del capítulo IV

<sup>7</sup>Los detalles se encuentran en el capítulo V

# IV Investigación en didáctica de las matemáticas

## 1. La investigación en didáctica de las matemáticas en Francia: temas emergentes

La presentación de la tradición didáctica francesa en matemáticas en la conferencia ICME-13 (Artigue et al. 2019, [9]) recordó la historia de su surgimiento, destacando en particular el papel desempeñado por los IREM. En particular, se han desarrollado investigaciones que tienen fuertes vínculos con las matemáticas y los matemáticos (véase el capítulo V, en particular la sección 2.3). Artigue et al. 2019 [9] también han mostrado la importancia de las teorías de la tradición francesa. La evolución posterior de la investigación sobre la educación matemática en Francia se inscribe en esta tradición. Se han desarrollado nuevos temas, o que al menos han captado mayor atención, a continuación damos algunos ejemplos.

- **Évaluación:** Los métodos de evaluación formativa y sumativa y su impacto se han estudiado en proyectos nacionales y europeos, y se han propuesto modelos para un estudio didáctico de la evaluación ([62], [135], [37]);
- **Algoritmos:** Como en varios otros países, en Francia las reformas de los programas oficiales han introducido el estudio de los algoritmos dentro de la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles escolares. Esto ha dado lugar a estudios relativos a esta evolución, a sus consecuencias, pero también, de manera más general, a los vínculos entre las matemáticas y la informática (e.g. [49], [94]) ;
- **Prácticas de los matemáticos :** Los didactas franceses se han interesado por las prácticas de los matemáticos (demostración, modelización, etc.), como palancas para comprender la actividad matemática. Nuevos trabajos emergen para estudiar las prácticas de investigación de los matemáticos, pero también de los investigadores de otras ciencias afines (como la física, las ciencias de la vida o la informática) (e.g. [55], [64], [156]).
- **Alumnos con necesidades especiales:** algunas investigaciones en Francia abordan la educación matemática y la educación especial con un enfoque en el conocimiento matemático como contenido central en la enseñanza de alumnos con discapacidades cognitivas (e.g. [11]). También se estudian los alumnos con necesidades especiales (problemas de aprendizaje en matemáticas, dispraxia) y las intervenciones de remediación en el aula (e.g. [121], [120], [122]).
- **Estructuración de marcos teóricos, como los espacios de trabajo matemáticos (ETM)([90]) :** El marco ETM puede utilizarse en todos los niveles escolares; se ha utilizado especialmente para el análisis a nivel universitario (sobre conceptos como convergencia, optimización, modelización, etc.) [106]). También se hace hincapié en los estudiantes de ingeniería con el desarrollo de una base de datos de ejercicios en línea [59]. Las ETM han dado lugar a colaboraciones internacionales (por ejemplo, en Chile, Alemania y México).

Además, varios investigadores han abordado (1) cuestiones relacionadas con el trabajo colectivo de los profesores, centrándose en las interacciones entre éstos y los recursos; (2) cuestiones relacionadas con la enseñanza de las matemáticas en la educación superior. En esta presentación, hemos optado por desarrollar estos dos temas.

## 2. El estudio del trabajo documental colectivo de los profesores

El trabajo colectivo de los profesores ha sido objeto de investigación en didáctica de las matemáticas durante muchos años, y recientemente ha sido objeto de un estudio del ICMI (ICMI Study 25, *Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups*<sup>1</sup>). En Francia, se han desarrollado diferentes formas de trabajo colectivo: en las escuelas, en los cursos de formación, en grupos con investigadores... En la continuidad de los IREM (cf. V), el Instituto Francés de Educación<sup>2</sup> (Ifé) ha creado, con el apoyo del Ministerio de Educación francés, los *Lieux d'Education Associés* (LéA, lugares de enseñanza asociados al Ifé). Se trata de establecimientos escolares, o grupos de establecimientos, en los que varios profesores (con el apoyo de la dirección de los centros a los que pertenecen), en conjunto con investigadores, se involucran en la investigación (por ejemplo, [83]). En lo que sigue no consideramos esta forma de trabajo en la que participan investigadores y profesores; nos centramos en el trabajo de grupos de profesores que diseñan recursos.

**2.1. El enfoque documental de lo didáctico: principales conceptos.** El enfoque documental de lo didáctico (EDD, [74]) es un enfoque teórico que se centra en las interacciones entre los profesores y los recursos, y en las consecuencias de estas interacciones en términos de desarrollo profesional. Esta atención en los recursos concuerda con la propuesta de Adler [4] de pensar en un recurso [resource en inglés] en términos del verbo en inglés re-source, “alimentándose de la fuente nuevamente o de manera diferente” (p. 207) asociado con verbos como renovar, realimentar, re-abastecer, nutrir; en español, recurso significa “acción y efecto de recurrir”, donde “recurrir” significa “volver al lugar de donde salió”<sup>3</sup>. Un libro de texto, un programa informático, la producción de un alumno o una discusión con un colega pueden constituir recursos para los profesores. Los profesores buscan recursos, los eligen, los modifican y utilizan los recursos modificados en el aula: esto se llama trabajo documentario del profesor. Según el EDD, los profesores elaboran un documento conforme estos interactúan con los recursos para un propósito determinado (por ejemplo, “diseñar y poner en práctica una lección sobre los ángulos en 1º de la ESO”). Un documento incluye recursos recombina- dos, pero también un esquema de uso de estos recursos, que se representa mediante la ecuación: “Recursos + esquema de uso = documento”.

Un esquema [148] es una organización estable (pero adaptable) de la actividad para un fin determinado. En particular, un esquema incluye conocimientos y creencias profesionales, denominados teoremas en acto (TA) : proposiciones consideradas verdaderas

---

<sup>1</sup><http://icmistudy25.ie.ulisboa.pt>

<sup>2</sup><http://ife.ens-lyon.fr/ife>

<sup>3</sup>Diccionario de la lengua española de la Real Academia Española (2019)

por el profesor (por ejemplo, “Los alumnos deben aprender varios métodos para demostrar que dos ángulos tienen la misma medida”). Estos TA se desarrollan a lo largo de la actividad y se utilizan en la misma. A lo largo de su carrera, los profesores también desarrollan un sistema de recursos: un conjunto estructurado de recursos, organizados según los diferentes objetivos de su actividad. El análisis de estos sistemas de recursos permite comprender en profundidad la actividad profesional de los profesores (véase [119] para un ejemplo de análisis relativo a los sistemas de recursos de los profesores chinos).

El EDD puede utilizarse para estudiar el trabajo documental individual. Sin embargo, tiene un interés específico para el trabajo colectivo de los profesores. Todos los grupos de profesores (colegas dentro de un establecimiento escolar, equipos de profesores practicantes en una formación continua, asociaciones, etc.) comparten recursos y tienen un trabajo documental colectivo. En particular, las comunidades de práctica (CoP, [152]) de los profesores tienen un repositorio compartido: desde la perspectiva del enfoque documental, esto se interpreta como un sistema de recursos compartidos. El desarrollo de este sistema de recursos es paralelo al desarrollo de la CoP. Incluso dentro de una CoP, cuando los profesores comparten su trabajo con sus colegas, comparten los recursos que han diseñado; sin embargo, no pueden compartir sus documentos, porque estos engloban TA, y que particularmente el profesor no es consciente de ellos ([118]).

¿Qué ocurre cuando los profesores tienen un trabajo documental colectivo? ¿Desarrollan esquemas comunes, o al menos TA comunes, en determinadas condiciones? Se trata de una cuestión importante para el diseño de la formación continua apoyándose en el trabajo documental colectivo de los profesores y, en general, para entender el trabajo y el desarrollo profesional de los profesores en un contexto en el que los recursos digitales crean nuevas oportunidades de trabajo colectivo. Para una presentación más detallada de la teoría, y una reflexión a partir de su presentación en 15 idiomas diferentes, invitamos al lector a visitar el sitio web del proyecto “DAD multilingual” (<https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD-MULTILINGUAL>), donde están disponibles estas traducciones, por ejemplo la del chino (<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02891008/document>).

**2.2. Estudio del trabajo colectivo de los profesores desde el punto de vista del enfoque documental: ejemplos.** El enfoque documental se ha utilizado desde el principio para estudiar las consecuencias de la disponibilidad de recursos digitales en el trabajo documental colectivo de los profesores. Presentamos aquí dos ejemplos de este tipo de estudio, que contrastan en términos de sus contextos. El primer ejemplo se refiere al diseño de un libro de texto digital por parte de la asociación Sésamath [72]. El segundo se refiere a dos profesoras que decidieron preparar juntas una lección sobre probabilidades para una clase de 1º de Bachillerato.

*2.2.1. Un trabajo colectivo « extraordinario »: una comunidad de profesores diseñando un libro de texto digital.* Gueudet, Pepin, Sabra y Trouche analizaron el trabajo documental de una CoP que diseña un libro de texto digital para 4º de la ESO, dentro de la asociación francesa Sésamath. Esta CoP tuvo seguimiento desde junio de 2009 hasta diciembre de 2013 por Hussein Sabra [134].

Uno de los objetivos compartidos por la CoP al inicio de sus trabajos era “decidir la estructura del libro de texto digital”. En primer lugar, establecieron una lista de 38 “átomos” (por ejemplo, “Dibujar un gráfico a partir de una tabla de variaciones” es un átomo), basada en el plan de estudios oficial. Estos átomos correspondían a las competencias del nuevo plan de estudios oficial. En los debates entre los autores, éstos observaron un TA compartido: “Tenemos que ayudar a los profesores a organizar sus clases de acuerdo con las competencias [del plan de estudios nacional]. Tras este primer paso, los miembros de la CoP debatieron sobre cómo deberían organizarse estos átomos en el libro de texto digital. A los profesores de la CoP les hubiera gustado una red en la que todas las progresiones posibles (consideradas por los profesores) fueran posibles, pero tuvieron que renunciar a esta idea (si se necesita una noción de geometría en un ejercicio sobre funciones, la lección de geometría debe colocarse antes de este ejercicio). Los debates llevaron a los miembros de la CoP a decidir que el libro de texto digital se estructuraría en capítulos. Así, cada capítulo tendrá un núcleo, que es una lista de técnicas, con un orden determinado.

La comunidad elaboró un documento compartido, con el fin de “elegir la estructura de un libro de texto digital para 4º de la ESO”. Este documento abarcaba varios recursos, en particular los átomos, y esquemas compartidos de uso de estos recursos. En particular, los miembros de la CoP desarrollaron conjuntamente TA como “No es posible dejar que los usuarios tengan la chance de adoptar cualquier progresión”; y “las técnicas aseguran la coherencia de un capítulo”. En este ejemplo, los miembros de la CoP han elaborado documentos comunes para el diseño de un libro de texto digital. Es probable que el uso del libro de texto digital en el aula difiera, debido a los esquemas preexistentes en cada profesor. Pero para la actividad “extraordinaria” de diseñar un libro de texto digital, han desarrollado nuevos documentos comunes, y en particular esquemas comunes.

2.2.2. *El trabajo colectivo « ordinario » de los profesores.* Gueudet y Parra [71] ha analizado el trabajo documental de dos experimentadas profesoras de matemáticas (Valeria y Gwen) que trabajan juntas en el mismo instituto. Ambas tenían una clase de 1º de Bachillerato (especializada en matemáticas y economía), y decidieron diseñar juntas su curso sobre intervalos de fluctuación con la distribución binomial. Los autores siguieron el diseño y la realización de este curso. Aquí resumimos brevemente los resultados que obtuvieron. Gueudet y Parra [71] identificaron los materiales elaborados por los profesores y descubrieron que, a pesar de su firme intención de trabajar de forma colectiva, todos estos materiales eran al menos parcialmente diferentes. La razón principal parece ser que, como profesoras experimentadas, habían desarrollado previamente sus propios esquemas individuales para enseñar los intervalos de fluctuación. Por ejemplo, para el objetivo “Enseñar a encontrar un intervalo de fluctuación con una distribución binomial”, Valeria había elaborado un esquema que incluía la siguiente TA: “Los alumnos deben aprender a leer la tabla de la distribución binomial y encontrar los extremos del intervalo”.

Gwen tuvo diferentes TAs, entre ellos: “la técnica para encontrar el intervalo de la distribución binomial es demasiado compleja, y nunca se evalúa en el bachillerato”;

“los estudiantes necesitan aprender a programar su calculadora”. Gwen propuso trabajar con los alumnos en un ejercicio que requería escribir en la calculadora un programa que diera el intervalo de fluctuación de la distribución binomial, una vez introducidos los parámetros adecuados. Valeria estuvo de acuerdo y efectivamente utilizó este ejercicio. Pero para ella era sólo un ejercicio, el programa ya no fue más utilizado (no quería que sus alumnos utilizaran la calculadora como una “caja negra”); para Gwen, la calculadora programada se utilizaba después en cada ejercicio en el que se pedía encontrar un intervalo de fluctuación. La evaluación común incluía un ejercicio sobre los intervalos de fluctuación. Gwen y Valeria eligieron juntas este ejercicio; el texto del ejercicio incluía un extracto de un periódico, que correspondía a un TA común: “los alumnos deben aprender a encontrar información en un texto”. Pero las preguntas fueron modificadas, para proponer los dos métodos diferentes para encontrar un intervalo de fluctuación: con la tabla binomial, para la clase de Valeria; con la calculadora, para la clase de Gwen.

De este ejemplo ilustrativo se pueden extraer varios elementos. En primer lugar, la existencia de TA compartidos favorece sin duda el trabajo conjunto. En segundo lugar, cuando los TA son diferentes, incluso el trabajo conjunto (al menos durante un breve periodo de tiempo) da lugar a documentos diferentes. Valeria desarrolló nuevas TAs durante este trabajo, pero sus TAs anteriores se mantuvieron estables, no quería que sus alumnos utilizaran la calculadora para encontrar el intervalo de fluctuación.

**2.3. Evoluciones metodológicas para el estudio del trabajo documental colectivo de los profesores.** En el enfoque documental de lo didáctico, el desarrollo de la teoría siempre ha estado estrechamente vinculado al desarrollo de los métodos. Seguir el trabajo documental de los profesores, que tiene lugar dentro y fuera de la escuela, es un reto. El EDD propone la “metodología de investigación reflexiva” [145]. Este método sigue cinco principios esenciales: un seguimiento a largo plazo; un seguimiento dentro y fuera de la clase; una amplia recopilación de todos los recursos utilizados y producidos; una participación activa y reflexiva del profesor; una confrontación entre la información proporcionada por el profesor y su actividad real. Estos principios pueden dar lugar a diferentes tipos de recogida de datos, especialmente en el caso del trabajo documental colectivo. Como ilustran los dos casos comentados, las comunidades de profesores pueden tener naturalezas y organizaciones muy diferentes, desde una asociación de profesores que trabajan en línea para producir un libro de texto digital, hasta un par de profesores que trabajan en la misma escuela y tratan de preparar una lección juntos. Naturalmente, las herramientas de recogida de datos dependen del tipo de comunidad, pero también del tema estudiado. Para su estudio sobre la asociación Sésamath, Sabra [134] utilizó diferentes tipos de datos:

- Las discusiones dentro del equipo, recogidas en la plataforma remota ;
- Los recursos compartidos en la plataforma por los miembros de la comunidad (en particular las sucesivas etapas del manual digital que han diseñado) ;
- Varios miembros de la comunidad completaron un cuaderno de bitácora ;
- La actividad de un determinado miembro del equipo fue seguida en la plataforma pero también en clase.

Esta recopilación de datos permitió analizar la interacción entre los recursos individuales y los compartidos, así como identificar los conocimientos profesionales compartidos dentro de la comunidad. En el segundo ejemplo, las dos profesoras ya habían sido supervisadas el año anterior mediante el método de indagación reflexiva. Se recogieron nuevos datos sobre su trabajo colectivo: en particular, se registró su trabajo de preparación conjunta (en presencia). El estudio del trabajo documental colectivo de los profesores condujo a cambios en los métodos utilizados por los estudios referidos al EDD (repercutiendo también en el estudio de los profesores individuales). Wang [150] ha propuesto, por ejemplo, el concepto de “compañero de trabajo documental”: dos profesores que colaboran estrechamente en la misma escuela. Seguir el trabajo documental de dos de estos profesores, su uso de recursos digitales y no digitales, entrevistándolos juntos y por separado, permite un acceso privilegiado al conocimiento de los profesores y su evolución. Rocha también utiliza este método; además, ha introducido la noción de “trayectoria documental”, definida como “un recorrido (con continuidades y rupturas) que enlaza los acontecimientos profesionales (individuales y/o colectivos) vividos por el profesor” [145, p. 1245]. El análisis de las trayectorias documentales de los profesores, a lo largo de su carrera, pone de manifiesto con una nueva perspectiva la importancia del trabajo colectivo en la actividad profesional de los profesores.

En la conferencia “Re(s)ources” celebrada en Lyon en 2018<sup>4</sup> y en el libro titulado “The ‘resource’ approach to mathematics teaching” que le siguió, muchas contribuciones se referían al trabajo colectivo de los profesores y sus consecuencias. Se trataba de una conferencia internacional, y la EDD no es sólo una teoría francesa, sino que pertenece a la tradición francesa de investigación didáctica.

### 3. La didáctica en la enseñanza superior

En el contexto francés actual, los textos oficiales han destacado la necesidad de formar a los profesores de la enseñanza superior (esta formación aún no se ha generalizado por el momento). Los trabajos en curso deberían dar lugar a una ingeniería de formación para estos profesores.

En Francia, la investigación a nivel universitario en Didáctica y Epistemología de las Matemáticas y sus vínculos con la física y la informática (red denominada DEMIPS<sup>5</sup>) está estructurado como un GDR del CNRS en el que participan 12 universidades (ver ch. III 4). DEMIPS está vinculado a la Red Internacional de Investigación Didáctica en Matemáticas Universitarias (INDRUM, [51]). Además, DEMIPS está en el origen de la revista *EpiDEMES*<sup>6</sup>: esta revista de interfaz tiene como objetivo difundir los resultados de investigaciones a todos los profesores de matemáticas de la enseñanza superior<sup>7</sup>.

Los objetivos de DEMIPS son tres: desarrollar nuevas formas de enseñanza de las matemáticas a nivel universitario con un trabajo de colaboración entre didactas y matemáticos; estudiar las interacciones entre las matemáticas, la física y la informática; unir

---

<sup>4</sup><https://resources-2018.sciencesconf.org>

<sup>5</sup><https://demips.math.cnrs.fr/>

<sup>6</sup><https://epidem.es.episciences.org/>

<sup>7</sup>Véase también Véase también el capítulo III, sección A 4

nuevas investigaciones y estructurar colaboraciones en Francia con equipos de investigación en educación y en matemáticas, física e informática. Tres temas de DEMIPS se refieren a los contenidos matemáticos: el análisis y los vínculos con la física; el álgebra lineal y el álgebra abstracta y sus vínculos con la física y la informática; las matemáticas discretas y las interacciones con la informática. Otros dos temas transversales estudian el razonamiento y la prueba, con especial atención al lenguaje y la lógica, y las prácticas de enseñanza universitaria en matemáticas y física. Entre las cuestiones de investigación más comunes se encuentran las dificultades de los estudiantes, la transición entre los niveles secundario y universitario, las prácticas pedagógicas de los profesores-investigadores y el diseño de recursos (ingeniería didáctica) en las matemáticas universitarias. En todos estos trabajos, los contenidos y las competencias matemáticas son fundamentales. Además, una de las particularidades del sistema educativo francés son las Classes Préparatoires aux Grandes Ecoles (CPGE, sujetas a exigentes oposiciones nacionales) ([91] ; [92]) y la formación de ingenieros : estas instituciones específicas son ahora también investigadas por didactas de matemáticas. Además, se están desarrollando trabajos sobre la formación de ingenieros (e.g. [124] ; [125]).

En las investigaciones citadas previamente respecto de la enseñanza superior, las experimentaciones y los objetos de estudio son variados: Estudio de las prácticas docentes mediante observaciones in vivo (anfiteatro y TD), grabaciones de vídeo y entrevistas; estudio de los efectos potenciales sobre el aprendizaje de los alumnos; estudio didáctico y cognitivo de la actividad de los alumnos en clase (anfiteatro y TD) y fuera de ella (observación de parejas o pequeños grupos de alumnos en situaciones de resolución de problemas y elaboración de pruebas), ingenierías didácticas y experimentaciones de TD en diferentes carreras y en contextos variados (inicio de la enseñanza superior, formación de profesores, formación de ingenieros, formación de nuevos profesores-investigadores).

**3.1. Estudio de las prácticas de los matemáticos.** El estudio de las prácticas de los matemáticos es objeto de investigación desde hace varios años, a nivel internacional, para prever nuevas perspectivas de formación y enseñanza (e.g. [23] ; [95]; [127]; [151]). Estos trabajos, que demuestra una fructífera colaboración entre matemáticos y didactas ([64]), permite afirmar que el estudio del trabajo de los matemáticos enriquece el conocimiento epistemológico de los didactas y abre perspectivas tangibles para el diseño de dispositivos de enseñanza y formación, en particular en la transición de la enseñanza secundaria a la superior y en la educación superior. En este sentido, los trabajos de Gardes ([60]), Modeste ([104]), Ouvrier-Buffer ([115] ; [116]), Yvain ([156]) enriquecen el campo a través de estudios epistemológicos de las prácticas contemporáneas de investigadores (EPCC). Sus metodologías son similares y permiten desarrollar y enriquecer el cuestionamiento didáctico según dos ejes: la elaboración de situaciones de enseñanza que permitan hacer vivir a los alumnos la actividad matemática estudiada, y la elaboración de herramientas para describir y analizar las prácticas de los alumnos relacionadas con esta actividad matemática.

**3.2. Didáctica del análisis.** El campo del análisis es fuente de múltiples dificultades persistentes en la universidad, ya bien conocidas en la comunidad didáctica nacional e internacional y a menudo actualizadas ([8] ; [126] ; [89] ; [20] ; [154] ; [73] ; [28] ; [61]). Estas dificultades persisten y la transición de la enseñanza secundaria a la superior es especialmente problemática. Las especificidades de los trabajos en curso (dentro de DEMIPS en particular) son, pues, cuestionar las continuidades y rupturas entre la escuela secundaria y la universidad, tener en cuenta los vínculos con la física, explorar los nuevos recursos digitales. Los trabajos recientes se interesan, por ejemplo, por los vínculos entre el análisis y otros dominios matemáticos, especialmente lo numérico, el álgebra ([147]), la geometría y las probabilidades ([44]). En el análisis, también se estudian los retos de entrar en la prueba con sus modos de expresión específicos (modos de razonamiento, formalización, cuantificadores) y los vínculos problemáticos con el orden, la aproximación numérica, la intuición, la visualización ([21] ; [133] ; [27]). El papel de las representaciones semióticas, la comprensión de las relaciones entre los puntos de vista puntual, global, local e infinitesimal sobre las representaciones de los objetos de análisis, especialmente en lo que concierne al lugar de las herramientas digitales y su papel en la enseñanza y el aprendizaje, son también objeto de trabajos recientes ([105] ; [19]). También se pueden señalar los trabajos sobre el rol de la conceptualización del continuo (en particular de la completitud del conjunto  $\mathbb{R}$  de números reales con respecto a la topología de orden habitual) en la apropiación de los conceptos de análisis enseñados en las licenciaturas ([17] ; [54]).

**3.3. Didáctica del álgebra lineal y del álgebra abstracta e interfaz con la mecánica cuántica.** La didáctica del álgebra lineal ha sido objeto de numerosos trabajos en Francia, en particular en los años 90 ([46]), tomando en cuenta la naturaleza FUG del conocimiento (formalizar, unificar, generalizar, [131]) y la importancia de los cambios de marcos. A nivel internacional, se han realizado varios estudios (e.g. [47] ; [77]) y muestran las dificultades recurrentes de los estudiantes. En trabajos recientes en Francia, se han movilizado conjuntamente los marcos de la semiótica y la TSD (teoría de las situaciones didácticas) para estudiar el razonamiento de los alumnos sobre la noción de aplicación lineal en el primer año del CPGE ([91]). En cuanto al álgebra abstracta (estructuras algebraicas), sobre la que hay pocos trabajos hasta la fecha, Hausberger propone un programa de investigación utilizando la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD, [80] ; [81]) y un marco epistemológico dedicado al estructuralismo ([79]). En esta corriente, se han presentado recientemente resultados específicos sobre la estructura ideal ([87]). Las estructuras algebraicas son un interesante objeto de estudio en el cruce con la mecánica cuántica ([12]), en una perspectiva interdisciplinaria que cuestiona la circulación del conocimiento entre disciplinas y lucha contra el aislamiento disciplinar en la universidad, tanto en el nivel de grado (o licenciatura) como en la transición de la enseñanza secundaria a la superior ([93]).

**3.4. Didáctica de las matemáticas discretas e interfaces con la informática.** Desde una perspectiva más integradora, podemos destacar los trabajos que se encuentran en la interfaz entre la informática y las matemáticas, interesándose particularmente

en la matemática discreta, la aritmética y algoritmos. Estos campos de la matemática discreta se encuentran en plena expansión y están en el centro de muchas transformaciones tecnológicas recientes y actuales de la sociedad (criptografía, procesamiento automático de datos, redes, etc.). Sin embargo, las matemáticas discretas ocupan un lugar muy variable en los planes de estudio de matemáticas e informática de los estudiantes ([1] ; [142]). En Francia, la reciente y profunda evolución de los planes de estudios de secundaria hace que la cuestión didáctica de la interacción entre la informática y las matemáticas en la enseñanza superior sea aún más importante. Matemáticos y didactas, a nivel internacional, destacan la importancia de las matemáticas discretas para la enseñanza y la formación del profesorado ([78] ; [41] ; [45]), en consonancia con las recomendaciones de las sociedades científicas (como el MAA (Mathematical Association of America) y el SMF. En Francia, dentro de la didáctica de las matemáticas, existen trabajos que cuestionan específicamente la enseñanza y el aprendizaje de los algoritmos ([104]), así como las aportaciones de la informática y la programación a la enseñanza de las matemáticas ([38]). Lo discreto pone en juego objetos y tipos de razonamiento específicos que han sido puestos de relieve por fructíferas colaboraciones entre didactas, matemáticos e informáticos ([63] ; [114] ; [117]) especialmente dentro de la federación de investigación Maths à Modeler<sup>8</sup>. Además, la aritmética ya ha sido objeto de trabajos epistemológicos y didácticos en la enseñanza secundaria y en la transición de la enseñanza secundaria a la superior ([15] [16] ; [60] ; [128]) : Estos trabajos aún se encuentran en curso. Se han realizado estudios didácticos sobre el caso particular de la enseñanza de la teoría de grafos en liceos y universidades de Francia ([25]). En el centro de las preocupaciones de la didáctica actual están las cuestiones relativas a un desarrollo :

- de una epistemología de las matemáticas y de la informática para alimentar los trabajos existentes en didáctica de las matemáticas en la enseñanza superior, pero también para contribuir al desarrollo de la didáctica de la informática ([7] ; [56]) para la enseñanza superior,
- trabajo específico sobre el aprendizaje del razonamiento y la prueba, una cuestión fundamental en la transición de la enseñanza secundaria a la superior ([73]) y un punto de debate en la interfaz matemática-informática ([49]).

**3.5. Prueba, lógica, lenguaje y razonamiento.** La cuestión de la prueba, y con ella la de la lógica, el lenguaje y el razonamiento, es transversal a todos los temas matemáticos mencionados anteriormente y resulta problemática en la enseñanza superior ([136]). El trabajo con pruebas contribuye de manera significativa a los procesos de aprendizaje de conocimientos matemáticos avanzados ([53]). Numerosos estudios, tanto en el ámbito francófono como en el internacional, han demostrado que los alumnos no pueden contar con un buen dominio de los conocimientos y habilidades lógicas necesarias para enfrentarse a la formalización y la complejidad de la estructura lógica de los enunciados matemáticos ([137]; [43]; [68] ; [26]). Pero el papel de la lógica matemática en el aprendizaje del razonamiento y la demostración es uno de los elementos

---

<sup>8</sup><https://mathsamodeler.ujf-grenoble.fr/>

en los que las posiciones divergen ([50]). Diversos trabajos se siguen llevando a cabo para estudiar cómo los profesores gestionan los numerosos supuestos implícitos (compartidos por la comunidad matemática) que son necesarios para el razonamiento y la comunicación ([14];[76] ; [151] ; [57]; [99]) pero que no necesariamente son reconocidos por los estudiantes ([48]). Los estudios sobre el lenguaje también se orientan hacia el estudio de casos en el contexto particular del plurilingüismo, que pueden reforzar las dificultades de aprendizaje, pero que también pueden ser un recurso para la enseñanza (tematización de cuestiones culturales y lingüísticas en los cursos) ([52]).

**3.6. Estudio de las prácticas de los profesores de educación superior en Matemáticas y Física.** La investigación en didáctica relativa a las prácticas de los profesores en la enseñanza superior está empezando a desarrollarse, tanto a nivel internacional como en Francia, en matemáticas y en la interfaz de otras disciplinas científicas ([22]; [65]). Estos trabajos han permitido identificar ciertas categorías de prácticas de enseñanza de las matemáticas, en particular para las clases magistrales, que constituyen una especificidad importante de la universidad ([108]; [86]). Otros estudios ([98]; [70]) se han centrado en los usos de determinados materiales didácticos, en papel o en formato digital, y en las consecuencias de estos usos. Un estudio reciente realizado en una UFR (unidad de formación e investigación, en el seno de una universidad) de física reveló ciertos marcadores de la identidad profesional de los profesores de física-investigadores interrogados sobre sus prácticas de enseñanza y las dificultades que subyacen en ellas, entre las cuales el insuficiente conocimiento matemático de los estudiantes ([42]). Se reconoce que la enseñanza de las matemáticas a los no especialistas plantea dificultades específicas, siendo las matemáticas una de las principales causas de fracaso para estos alumnos ([82]). En este contexto, los investigadores se han propuesto como objetivo principal analizar y caracterizar las prácticas de los profesores de enseñanza superior de matemáticas y física en diversas instituciones, tanto en las situaciones de enseñanza como en el uso y la constitución de recursos.

La investigación en didáctica de las matemáticas en Francia mantiene su apego específico a la consideración de los contenidos, y a la movilización de los marcos teóricos que fundan todo el proceso de investigación. También sigue formando parte de una red internacional, especialmente en lo que respecta a la supervisión de tesis.

# V La aventura de los IREM



## 1. Presentación general de la red IREM

La red de los IREM (IRES e IREM&S) (Institutos de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas, las Ciencias, o las Matemáticas y las Ciencias) nació en Francia hace 50 años, y desde entonces se ha convertido en uno de los actores más activos e ineludibles en el ámbito de la educación a las matemáticas, en este país. Desde su creación, los IREM se han esforzado por responder a las tres misiones fundamentales que se les ha asignado:

- Investigación para mejorar la enseñanza de las matemáticas, en el seno de grupos no jerarquizados de investigadores universitarios y de profesionales de primaria o de secundaria o de la enseñanza superior;
- Formar a los profesores, en particular utilizando los resultados de la investigación de la red;
- Difundir los resultados de la investigación en matemáticas, la historia de las matemáticas y la educación a las matemáticas.

Estas misiones y la estructura universitaria original de los IREM, que asocia todos los actores del mundo de la educación a las matemáticas, han originado una gran cantidad de trabajos, siempre cercanos a las preocupaciones de los profesores del sector, adaptados a las cuestiones de enseñanza que surgen de las numerosas evoluciones curriculares y de la aparición de nuevas herramientas tecnológicas.

Los IREM, gozan cada uno de sus propias especificidades locales, pero se benefician de una coordinación científica constructiva, forman una red a la vez adaptable y coherente, reconocida en Francia y en muchos países, en particular los países franco hablantes o los que tienen vínculos naturales de investigación con Francia, algunos de los cuales han creado a su vez o tratan de crear estructuras de tipo IREM. Esta red es valorada tanto por los investigadores en matemáticas, en historia y epistemología y en didáctica de las matemáticas, como por los profesores: estos últimos, en particular, utilizan en toda confianza los recursos elaborados en la red y difundidos por un sistema evolutivo de medios de difusión comunes o locales que se detallarán en esta presentación. Hoy día sirve de modelo para la mejora de la enseñanza de otras ciencias, en particular de las STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas), que cada vez tienen más acogida en la red, con una petición explícita tanto del Ministerio de Educación Nacional como de las universidades científicas y de los didácticos de otras ciencias.

El cincuentenario de la red, que se ha celebrado durante el curso 2018-2019, ha sido la ocasión para realizar una amplia introspección sobre el trabajo realizado en los IREM durante estos últimos cincuenta años, y que aún hoy nos parece bastante relevante en su conjunto ([58]).

**1.1. Principios fundamentales de los IREM.** La segunda mitad del siglo XX estuvo marcada, en Francia como en otras partes, por la necesidad de renovar fuertemente la enseñanza de las matemáticas, con el fin de adaptarse a la considerable evolución de los conocimientos y las concepciones que permitió la investigación en este campo. Los IREM nacieron, pues, de la conjunción de un gran desconcierto de los profesores tras la reforma curricular conocida como “matemáticas modernas” [40], y de los acontecimientos de mayo de 1968 que sacudieron el mundo universitario. Esta creación fue solicitada tanto por la *Association des Professeurs de Mathématiques de l’Enseignement Public* (APMEP), que ya ofrecía formación y recursos de forma voluntaria para anticipar y acompañar el “reciclaje” de los profesores de matemáticas, como por los profesores-investigadores universitarios conscientes de sus responsabilidades. Este trabajo militante suscitó entonces el apoyo entusiasta de numerosos profesores a los que los IREM proporcionaron, en el seno de las universidades, un nuevo marco de estímulo al trabajo colectivo, libre de toda coacción jerárquica y cercano a sus preocupaciones.

Las misiones iniciales de los IREM, sostenidas por las condiciones de su creación, dieron lugar así a constantes fundamentales, en el tiempo y en el espacio, en su funcionamiento:

- Trabajos de investigación en universidades de todo el país, en los grupos de “investigación-acción” que asocian investigadores con profesores investigadores en matemáticas y en didáctica o historia de las matemáticas, y profesores, que aportan cada uno su propio cuestionamiento, sensibilidad y experiencia. La diversidad de estatus y la confianza mutua permiten una observación productiva de las aulas y una mirada crítica, así como un importante desarrollo profesional para todos. Este trabajo de investigación cuenta con el apoyo de las universidades, de las autoridades educativas locales (delegación de Educación del gobierno, inspecciones) y de las autoridades nacionales (ministerios encargados de la educación o de la enseñanza superior y de la investigación), mediante la aportación de recursos locales, financieros y, sobre todo, humanos (detalles en 2.1).
- Cursos de formación para todos los profesores “desde el jardín de infancia hasta la universidad”, propuestos por los miembros de los grupos de trabajo, garantizando una reflexión y una fina apropiación de las propuestas de trabajo. Los contenidos se derivan de la investigación del grupo interviniente y/o de otros grupos de la red con los que han interactuado, o de la investigación teórica (IV). Los IREM también ofrecen formación en matemáticas para la promoción interna o el desarrollo profesional de los profesores. La formación inicial de los profesores también se ve afectada gracias a la presencia en los grupos de formadores de los institutos universitarios encargados de estas formaciones, a menudo procedentes inicialmente de los IREM.
- Una multiplicidad de formas de transmitir los resultados de las investigaciones: formación directa; redacción de artículos de investigación, publicaciones en revistas de interfaz, publicación de folletos, libros, recursos diversos, en papel

y/o en línea; disponibilidad de libros y recursos en las bibliotecas de un IREM o de las universidades, en los sitios web de los IREM o de la red<sup>1</sup>.

La red publica 4 revistas revisadas por pares (detalles en 2.2)): *Repères-IREM*, *Grand N*, *Petit x*, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. Los recursos sobre la enseñanza de las matemáticas se enumeran y se ponen a disposición en el servidor *Publimath*<sup>2</sup> (gestionado con la APMEP) mediante la creación de archivos de lectura y el enlace a las versiones digitales disponibles de los recursos.

- La organización de congresos locales, nacionales (de 4 a 6 al año que reúnan de 100 a 250 personas cada uno), o incluso internacionales, sobre la enseñanza de las matemáticas o su historia (por ejemplo, la organización de HPM 2016<sup>3</sup>, conferencia satélite del ICME de Hamburgo, por el IREM de Montpellier, o los congresos internacionales de la red, véase 2.7); la organización o participación en numerosos actos de difusión y promoción de las matemáticas entre los centros escolares y el público en general: rallyes matemáticos, la Semana Nacional de las Matemáticas (anual), la Fiesta Nacional de la Ciencia (quincena, anual), el Foro de Matemáticas Vivas en 2015 y 2017 (cf. cap. I, apartado 5.1) o el Año de las Matemáticas en 2020 (5.2), ferias de juegos matemáticos, acogida de clases, cursos de formación y actividades extraescolares... (ver 2.6 y cap. VI).

**1.2. Una red en sinergia.** La sinergia entre los diferentes IREM, cada uno con sus propios estatutos, su propio modo de integración local y sin una gestión centralizada, está garantizada por tres tipos de asambleas que reúnen a miembros de los IREM y a representantes de otros organismos.

- La Asamblea de Directores de IREM (ADIREM). Reúne 4 veces al año a los directores, al presidente del comité científico y a los representantes de las asociaciones amigas: CFEM, APMEP, SMF, SMAI. Coordina los aspectos administrativos y políticos y representa a los IREM ante las autoridades nacionales.
- El Comité Científico de las IREM (CS-IREM). Actualmente está formado por 20 personas, la mitad en representación de los IREM y la otra mitad por observadores externos (incluyendo no matemáticos). Su función es observar la actividad de la red, evaluar su trabajo, identificar perspectivas y contribuir a la voz de los IREM. En cada una de sus 3 reuniones anuales, organiza un debate sobre temas de actualidad relacionados con la red.
- Comisiones Inter-IREM (CII). Reúnen a miembros de diferentes IREM en torno a determinados temas, comparan el trabajo de los IREM, fomentan la investigación específica, producen recursos comunes, organizan conferencias y reuniones, y reflexionan y anticipan los desarrollos curriculares. Gracias a su experiencia, pueden hacer propuestas de acciones nacionales o internacionales.

<sup>1</sup><http://www.univ-irem.fr/>

<sup>2</sup><http://publimath.univ-irem.fr/>

<sup>3</sup><https://hpm2016.sciencesconf.org/>

En la actualidad hay 13 CII de diversos tipos (su número y temas cambian regularmente):

- 6 se vincula a un sector del sistema educativo: secundaria, bachillerato, formación profesional, universidad, formación de profesores de secundaria (CORFEM), formación de profesores de primaria (COPIRELEM). Estos dos últimos organizan un simposio anual de formación de formadores;
- 3 trabajan en temas transversales: Epistemología e Historia de las Matemáticas (que organiza un coloquio cada dos años), Didáctica de las Matemáticas, Tecnologías de la Información y la Comunicación para la Educación (TICE);
- 1 está especializada en Informática (CIII) (actualmente impartida en gran parte por profesores de matemáticas);
- 2 se dedican a la política de difusión de los recursos y actividades de la red: gestión del servidor *Publimath*, comité de la revista *Repères-IREM*;
- la nueva Comisión Internacional Inter-IREM.

El número de ICI evoluciona según las necesidades. La comisión para la divulgación de las matemáticas (CII Pop'Maths) se ha detenido en marzo de 2019 después de la publicación de su libro *Panoramath*'7 ([33], cf. 2.6). Pronto habrá que crear otras comisiones tras la reciente apertura de los IREM a grupos y actividades de otras ciencias (a veces sin matemáticos).

La red (ADIREM o CII) organiza cada año de 4 a 6 coloquios nacionales o internacionales, gestionados localmente por un IREM, en los que participan miembros de la red y personas externas. Así, en 2019, ADIREM organizó el coloquio del 50º aniversario en Besançon, el CII Epistemología e Historia propuso un coloquio en Poitiers, que formaba parte del plan nacional de formación del profesorado (PNF), el coloquio anual de CORFEM tuvo lugar en Estrasburgo, y el de COPIRELEM, por primera vez, en Lausana, Suiza.

En 2020, además de los coloquios del CORFEM y del COPIRELEM, que debían celebrarse respectivamente en Estrasburgo y Annecy, debía celebrarse un coloquio sobre “La enseñanza de las matemáticas y las lenguas” en Clermont-Ferrand en mayo y un coloquio del CII-TICE en Marsella en octubre, que tuvo que ser cancelado. En 2021, los coloquios del CORFEM y del COPIRELEM se celebran online.

En 2022, además de los coloquios del CORFEM y del COPIRELEM, se celebrará el coloquio del CII de Epistemología e Historia, así como un coloquio del CII de Liceo.

Las actas de los coloquios se publican y se ponen en línea en el portal de los IREM, junto con algunas de las ponencias.

**1.3. Inserción en el mundo de la educación matemática.** ADIREM forma parte del CFEM, y aquí describimos algunas interacciones específicas de los IREM con otros miembros del CFEM. La APMEP, que contribuyó a la creación de los IREM, sigue publicando o co-publicando algunos recursos de los grupos y está asociada a la red de los IREM para la comisión “*Publimath*”. Numerosos intercambios tienen lugar



el Ministerio de Educación para trabajar en las fases previas de los currículos de matemáticas (ya se ha mencionado en los capítulos I y II).

Los organismos nacionales (IGEN, ahora IGÉSR) y regionales (IA-IPR) de inspección de profesores de matemáticas, que contribuyen a la elaboración de currículos y a la formación de profesores, se han visto muy enriquecidos por los miembros de los grupos de los IREM, participando así en la irrigación del cuerpo docente por el trabajo de la red. Johan Yebbou (IG), y Kadir Kebouchi (IA-IPR, Académie de Versailles), son miembros del CS-IREM. Los recursos han sido coproducidos por la Inspección General y los IREM, por lo que tienen el carácter de recursos oficiales ([100], [101], [102], [103]). Xavier Buff, entonces director del IRES de Toulouse, participó en los trabajos del Consejo Superior de los Programas que elaboró los currículos 2015-2016 actualmente en vigor en los centros de enseñanza primaria y secundaria (II). Se está consultando a los IREM con el CFEM antes de la implementación de los actuales nuevos programas para el último año de bachillerato, así como sobre el reajuste de los de primer año de bachillerato, que se implementarán en septiembre de 2019 (II).

Los IREM también fueron escuchados por la comisión Villani-Torossian para su informe [149] sobre la enseñanza de las matemáticas (véase la sección 4, capítulo II). Uno de los miembros de la comisión, Christian Mercat, era entonces director del IREM de Lyon. Varias de las medidas propuestas se basan explícitamente en los IREM, y en particular las dos medidas emblemáticas creadas en 2019: los referentes de matemáticas del distrito (RMC) y los laboratorios de matemáticas en los institutos (labo-maths), cuyo funcionamiento recuerda a los grupos de los IREM. Miembros de ADIREM (Anne Cortella, François Recher) han participado en la redacción del vademécum con la misión nacional de matemáticas. Los IREM son particularmente reactivos en el asesoramiento de la aplicación de estas dos medidas: cierto número de estas nuevas misiones se confía a los miembros de los grupos IREM, una parte de la formación de los RMC - local o nacional - se confía a los miembros de los grupos, los laboratorios de matemáticas han sido creados por otros miembros. Los IREM participan con otros actores en los *Clubes de Matemáticas* (cf. 2.6 y VI).

Por último, ADIREM formó parte del comité directivo del Año de las Matemáticas 2020 (ampliado hasta 2021), junto con el CFEM y la APMEP (véase capítulo I, sección 5.2). Este Año se ha centrado en la formación del profesorado de matemáticas, al tiempo que ha puesto de relieve todo tipo de acciones llevadas a cabo en el territorio y ha fomentado el apetito de los alumnos por las matemáticas.

**1.4. Una red en evolución, reactiva pero siempre amenazada.** Por su carácter universitario, los IREM son estructuras flexibles y autónomas. Han sabido mantener la dinámica militante de su creación y seguir anticipando, criticando y acompañando las evoluciones perpetuas, en particular curriculares (II) y sobre la formación inicial (III), que afectan a la enseñanza de las matemáticas en Francia. El Comité Científico, a través de sus debates, la red internacional, a través de la diversidad de sus experiencias, los CII y los grupos de investigación, a través de sus trabajos, son la fuerza de los IREM frente a estas evoluciones, que se describen en el capítulo II.

Las evoluciones actuales, en particular las que resultan del informe elaborado por la Comisión Villani-Torossian y que conciernen a la formación continua de los profesores de matemáticas, son acompañadas en gran medida, tanto a nivel local como nacional, por los IREM, como actores ineludibles capaces de establecer el vínculo con el conjunto de los profesionales afectados por estos dispositivos, y que disponen de una experiencia sobre su adaptabilidad (cf. 1.3).

Les CII dédiées à la formation initiale des enseignants (CORFEM et COPIRELEM) participent à la réflexion sur l'évolution de cette formation (III) et donnent leur avis sur les réformes mises en place<sup>7</sup>.

Los IREM también reaccionan junto a la APMEP y las sociedades científicas (SMF, SMAI, SFdS) en el seno del CFEM, en la aplicación de los nuevos programas y disposiciones de enseñanza en el bachillerato: por ejemplo, contra la cuasi ausencia de las matemáticas en el nuevo tronco común, y para hacer posible la elección de una enseñanza de las matemáticas diferente para los alumnos no destinados a los estudios científicos<sup>8</sup>. Las CII dedicadas a la formación inicial del profesorado (CORFEM y COPIRELEM) participan en la reflexión sobre la evolución de esta formación (III) y dan su opinión sobre las reformas puestas en marcha<sup>9</sup>.

Por último, a la red de los IREM le preocupa mucho el empeoramiento de la desigualdad en la educación francesa, especialmente en matemáticas, como ponen de manifiesto las evaluaciones internacionales TIMSS y PISA, y se moviliza para actuar ante la reciente desafección por los estudios científicos (especialmente entre las mujeres jóvenes) y la falta de estudiantes de matemáticas destinados a las carreras docentes. Además de la investigación sobre estos temas, desarrolla acciones de difusión y promoción de las carreras matemáticas y científicas para los jóvenes, especialmente los de bajo nivel social (2.6), así como para las mujeres jóvenes, en colaboración con la asociación Mujeres & Matemáticas.

A pesar de todos los beneficios, durante los últimos 50 años, los IREM han tenido que defender constantemente su estructura y su visión original de la educación matemática, tanto como campo de investigación y práctica, como su enfoque de colaboración para el desarrollo profesional y la producción de recursos. Gracias a la movilización de muchos actores y a la solidaridad dentro de la red, siempre han conseguido superar los obstáculos y han sobrevivido, a pesar de las continuas amenazas con las que se enfrentan. Los recursos asignados a los IREM, tanto en cuanto a la remuneración de sus miembros como a su funcionamiento, son actualmente muy limitados. El trabajo en un grupo de investigación es más militante que remunerado, y los IREM sólo sobreviven reuniendo escasos recursos de todos sus interlocutores, siempre bajo la amenaza de su

<sup>7</sup>por ejemplo <https://www.copirelem.fr/2021/02/27/crpe-2022-la-copirelem-alerte-le-reseau-des-inspe/> y <https://www.copirelem.fr/2021/02/11/crpe-2022-epreuve-orale-de-mathematiques-une-reflexion-sur-les-modalites-dorganisation-de-lepreuve/>

<sup>8</sup>cf <http://www.cfem.asso.fr/actualites/communiquer>

<sup>9</sup><https://www.copirelem.fr/2021/02/27/crpe-2022-la-copirelem-alerte-le-reseau-des-inspe/> y <https://www.copirelem.fr/2021/02/11/crpe-2022-epreuve-orale-de-mathematiques-une-reflexion-sur-les-modalites-dorganisation-de-lepreuve/>

reducción. Las “prioridades” anunciadas por los ministerios de educación nacional para las matemáticas en los últimos años consisten casi exclusivamente en redistribuir los recursos asignados a esta asignatura hacia nuevos dispositivos, ciertamente muy interesantes, pero sin pensar en su cohesión con la red. En los últimos tres años, los recursos de algunos IREM se han dividido por tres a nivel local, y la puesta en marcha de otros IREM se ha visto comprometida por la falta de recursos.

La red de los IREM es hoy en día una estructura dinámica y madura, que se cuestiona constantemente, pero que se ve alentada por el reconocimiento nacional e internacional de los profesores e investigadores para mantenerse en esta dirección.

## 2. Descripción detallada de las actividades

Los IREM nacieron de la fuerte necesidad de formación continua de los profesores de matemáticas creada en los años 60 por la masificación de la enseñanza secundaria y la reforma de las “matemáticas modernas”, bajo el impulso decisivo de la APMEP.

La acción de los IREM adopta múltiples formas: la investigación en los grupos de trabajo y los CII y la difusión local de sus trabajos; las publicaciones elaboradas en los IREM o en la red; los fuertes vínculos con la investigación en didáctica, epistemología e historia de las matemáticas; la intervención en la formación inicial de los profesores; la implicación de la red en la elaboración y la crítica de los planes de estudio; las acciones de divulgación de las matemáticas; los contactos internacionales; la apertura a otras ciencias. Todas estas acciones implican a un gran número de personas, académicos, profesores, formadores de profesores, miembros de los organismos de inspección.

**2.1. Grupos de trabajo y formación directa.** Nadie trabaja a tiempo completo en un IREM, y la labor de las IREM debe mucho, y cada vez más, a la dedicación y el trabajo voluntario de sus miembros. Las IREM son una comunidad abierta y cambiante, ya que regularmente se crean nuevos grupos mientras otros completan sus proyectos. La participación en las actividades del IREM sigue siendo el modo esencial de desarrollo profesional de los profesores de matemáticas, así como de la profesionalización de los formadores de profesores, muchos de los cuales, al igual que los miembros de las inspecciones, proceden de este sistema.

La investigación sobre la enseñanza de las matemáticas que se lleva a cabo en los IREM se realiza en grupos de trabajo, cuyos participantes (denominados “animadores”) son profesores (de primaria, secundaria, enseñanza superior) e investigadores en matemáticas, didáctica, historia o epistemología de las matemáticas, pero también profesores e investigadores de otras asignaturas (informática, ciencias físicas, tecnología, biología, economía, francés, filosofía...). Estos grupos pueden ser considerados como lugares de formación y desarrollo profesional para todos sus miembros, y los principales lugares de elaboración de los trabajos producidos por los IREM. La investigación da lugar a numerosas publicaciones locales y nacionales (véase 2.2).

En 2019-2020, los 27 IREM organizaron la actividad regular de 2.074 animadores divididos en 281 grupos de trabajo, la mayoría de ellos además de sus funciones

docentes, y se les paga muy poco: profesores de escuela (10%), profesores de secundaria (25%), profesores de bachillerato (29%) y profesores universitarios (alrededor del 27,5%), y supervisores de profesores (4,5%) Las 13 Comisiones Inter-IREM (CII, cf. 1.2) reunieron a 220 animadores para organizar, distribuir y discutir el trabajo de los grupos y producir recursos resumidos u originales.

Los cursos de formación continua ofrecidos a los profesores en los IREM son dirigidos por miembros de los grupos, lo que garantiza su calidad científica y pedagógica, así como una estrecha relación entre los profesores y sus formadores. Pueden apoyarse en las numerosas publicaciones resultantes de los trabajos de su grupo o de otros grupos, de su IREM o de otros IREM, así como en los trabajos de síntesis emanados de las CII (folletos, libros, actas de coloquios), y en los trabajos de los didácticos o epistemólogos de la red (cf. 2.3).

En 2019-2020 (a pesar de las cancelaciones por covid-19), 214 prácticas de formación, realizados en 1.555 medias jornadas de formación, llegaron a 7.591 aprendices para un total de 36.398 medias jornadas de formación en aprendizaje (mJFA), es decir, el 10% de los profesores de secundaria, menos los de primaria. 165 de estas prácticas de formación están homologados por las autoridades nacionales o locales del Ministerio de Educación, 22 son cursos de formación inicial del profesorado. Algunos IREM también ofrecen preparación de oposiciones para cambios en la profesión docente (12 preparaciones en 2019-2020 para 300 participantes y 7.500 mJFA).

Además de estas prácticas, la formación se imparte durante coloquios o seminarios nacionales y locales, a iniciativa de los IREM, del ADIREM o de los CII (1.2), así como durante ciclos de conferencias. En 2018-2019, seis coloquios nacionales durante 13 días reunieron a 800 participantes y también se organizaron más de cincuenta conferencias y seminarios.

Hay que señalar aquí que la demanda de los profesores, que aprecian mucho la formación impartida por los IREM, así como el número de formadores capaces de realizar esta supervisión, permitirían ofrecer un mayor número de días de formación. Pero los recursos asignados por la administración para la formación continua disminuyen constantemente, y las prácticas de los IREM se cancelan a menudo en caso de reforma curricular y son sustituidos por presentaciones de los nuevos programas.

En general, aparte de la formación para concursos internos, sólo se conceden cursos cortos (de 1 o 2 días, o en línea), mientras que su contenido requeriría una mayor duración para tener un mejor impacto. La red de los IREM está haciendo campaña, con la ayuda de otros organismos, en particular la APMEP y la Academia de Ciencias, que ha hecho de esto un objetivo prioritario, para aumentar fuertemente la oferta de formación continua para los profesores. No obstante, se proponen, en relación con los IREM, formaciones en línea (mooc, m@gistère) que retoman las prácticas, para disponer de más tiempo: por ejemplo, el e-fan mooc<sup>10</sup> en el IREM de Lyon con la ENS.

El informe de la comisión Villani-Torossian (cf. 1.3) ha señalado además esta carencia de formación continua en Francia, y ha propuesto varias medidas, algunas de las cuales se inspiran tanto en los grupos IREM como en los estudios de lecciones [97], y

<sup>10</sup><https://www.fun-mooc.fr/courses/course-v1:ENSDeLyon+14003+session05/about>

se basan en los IREM (cf. medidas 15-16-27-28). Desgraciadamente, estas nuevas formaciones abiertas con medios constantes a pesar de las recomendaciones del CNESCO ([29]) sólo sustituyen a las formaciones propuestas por los IREM.

**2.2. Publicaciones de la red de los IREM.** Desde su creación en 1969, los IREM han mantenido una política activa de publicaciones. No era habitual en la época que se invitara a los profesores a que participaran en la redacción de trabajos relacionados con su docencia; fue una de las originalidades fundadoras de los IREM implicarlos en grupos de trabajo, acompañados por animadores acostumbrados a las exigencias de la escritura científica, con el objetivo de publicar folletos o artículos resultantes de estos trabajos, para uso de sus colegas. La masa de trabajo así reunida en los IREM es considerable. Han tenido un papel formativo en su publicación y constituyen una fuente documental de gran interés.

Las publicaciones de los IREM se dirigen a los profesores de matemáticas (de primaria y secundaria, de formación general y profesional, y de enseñanza superior), a los formadores de profesores y a los investigadores en didáctica, historia y epistemología de las matemáticas. Las utilizan los estudiantes en su formación profesional inicial o para su iniciación a la investigación. Son de interés para cualquier persona interesada en la pedagogía o la investigación en educación. Los temas tratados son muy diversos y reflejan la gran variedad de misiones de los IREM en la enseñanza de las matemáticas y las ciencias, desde el jardín de infancia hasta la universidad: informes sobre actividades en el aula, historia de las matemáticas, divulgación de las matemáticas, conexiones con otras disciplinas. . .

A continuación, una clasificación de las producciones de los IREM, con información sobre su número para 2018:

- “Folletos” (15 en 2019-2020) de 50 a 100 páginas, en papel o en línea; a menudo se utilizan para publicar el trabajo de un grupo de trabajo en un IREM, por ejemplo, entre los del IREM&S de Poitiers [66], [67]. También se utilizan para las publicaciones de la CII (por ejemplo, [31], [35]).
- Libros (11 en 2019-2020); se utilizan, por ejemplo, para publicar el trabajo de un CII ([13]) en torno a un tema que se ha fijado o para publicar actas de conferencias [32];
- Artículos (35 en 2019-2020), algunos de los cuales se publican en las revistas de la red (véase más abajo), o en las revistas de los socios del CFEM, utilizados para publicar el trabajo de un grupo de trabajo o de algunos de sus miembros sobre todo o parte de su trabajo.
- Unos cincuenta “Documento de Trabajo” al año, a menudo en formato digital, están disponibles en línea en la página web de un IREM; su contenido refleja la evolución del trabajo en el seno de un grupo de facilitadores; son un entrenamiento en la escritura y sirven de republicación.

Estas obras son referenciadas por el CII *Publimath* y su motor de búsqueda, común a los IREM y a la APMEP, que establece para cada producción una ficha que informa

sobre las referencias editoriales y el contenido del documento, y proporciona si es posible un enlace a una versión descargable del documento, colocada si es necesario en la biblioteca digital de los IREM. *Publimath* también se refiere a todas las publicaciones que se le comunican como útiles para la enseñanza de las matemáticas en el mundo francófono. De los 32.800 registros recopilados por *Publimath*, 9.020 proceden de los IREM, de los cuales unos 3.000 son folletos o libros; unos 600 de educación primaria, más de mil de secundaria y otros tantos de bachillerato. 10 000 están disponibles en la biblioteca digital de los IREM. Además, incluyen un centenar de vídeos y también capítulos de actas de simposios, artículos de prensa y diversos textos disponibles en las páginas web de los diferentes IREM. En promedio, desde su creación, cada IREM ha publicado 90 folletos o libros, 155 artículos de revistas y otros 300 recursos (situaciones en el aula, cursos en línea, vídeos...).

Algunos recursos han sido revisados recientemente, por ejemplo reelaborarlos con la Inspección General de Matemáticas para convertirlas en recursos oficiales, [100], [101], [102], [103]; volver a ponerlas en el candelero, en el año del cincuentenario de los IREM, mediante la publicación de resúmenes semanales que relacionen una producción antigua y otra reciente, o con respecto a la actualidad de la enseñanza de las matemáticas, [58]; convertirlas en un conjunto de recursos seleccionados coherentes para un ciclo de enseñanza, [36]; aumentarlas con recursos digitales, [34], [107].

A estas publicaciones se suman los programas informáticos o recursos complementarios o complejos en línea (los del CII-TICE -7 en 2019-20- o los del CII Epistemología e Historia antes mencionados), los recursos de vídeo (por ejemplo, los del IREM de París<sup>11</sup>, que cada vez se ofrecen más en colecciones). La red y sus miembros apoyan cada año varias tesis sobre didáctica o historia de las matemáticas.

Las antiguas publicaciones de la red han sido digitalizadas y son asequibles en versión papel o en versión digital de libre acceso en línea en los sitios de los IREM, las CII o a través de *Publimath*. Los “folletos” y “libros” son publicados por el propio IREM, como parte de una colección dentro de un servicio de prensa universitaria (los de Franche-Comté: PUFC, o Limoges: PULIM) o por editores privados (libros del CII para una mayor difusión).

Las 4 revistas de la red de los IREM que figuran a continuación han sido reconocidas a nivel nacional por el Alto Consejo para la Evaluación y la Investigación para la Enseñanza Superior<sup>12</sup>, HCERES), que las ha clasificado en la categoría “Interfaces” para las tres primeras, o en la categoría “Revistas de investigación” para la última. Se digitalizan y son asequibles gratuitamente desde sus direcciones web en un plazo de dos a tres años desde su publicación. Son herramientas para la formación inicial y continua del profesorado, para la formación de formadores y para la investigación.

- *Repères-IREM*<sup>13</sup>, creada en 1990, 122 números (4 por año), 1.178 artículos publicados (a 1/05/2021). Su objetivo es servir de interfaz entre la comunidad investigadora, a nivel nacional o en los países francófonos. Informa a los actores

<sup>11</sup><https://irem.univ-paris-diderot.fr/videos-de-lirem-de-paris>

<sup>12</sup>[www.hceres.fr](http://www.hceres.fr)

<sup>13</sup><http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique24>

del entorno educativo matemático, pero también de las asignaturas vecinas, del trabajo y la reflexión realizados en común entre profesionales e investigadores, en las clases o en la formación de los profesores (de primer, segundo grado o enseñanza superior). Se centra en los temas de actualidad que preocupan a las comunidades docentes: enfoques de investigación, interdisciplinaridad, consideración de los aspectos pedagógicos de las discapacidades, evaluación por competencias, etc., ya sea en relación con los grandes debates o simplemente con aplicaciones concretas.

- *Petit x*<sup>14</sup>, creada en 1983, 113 números (3 al año), unos 4 artículos por número, 650 artículos (a 1/05/2021); editada por el IREM de Grenoble, patrocinada por la ARDM (cf 1.3) y la ADIREM. Se trata de una revista de didáctica de las matemáticas y de análisis de las prácticas de enseñanza en el nivel de la educación secundaria o de las transiciones (primaria/colegio, escuela media/bachillerato, secundaria/post-bachillerato). Difunde investigaciones, reflexiones, análisis e informes de trabajo y actividades. Los artículos publicados contribuyen a nutrir mutuamente la investigación y las prácticas pedagógicas. *Petit x* también persigue los intercambios internacionales en el mundo franco hablante en el ámbito de la didáctica de las matemáticas, con la ayuda de los miembros extranjeros de su consejo de redacción. Da espacio a los artículos escritos por jóvenes investigadores francófonos que publican un número importante de artículos.
- *Grand N*<sup>15</sup>, creada en 1973, 107 números ( $\approx 2$  por año), unos 4 artículos por número (750 en total a 1/05/2021) y columnas; publicada por el IREM de Grenoble, con el apoyo del CII COPIRELEM (cf. 1.2). Dedicada inicialmente a la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, se ha enriquecido desde 1990 con aportaciones de otras áreas científicas, y es la única revista francesa especialmente dedicada a las ciencias en la enseñanza elemental. Su comité de lectura representa a todos los organismos de formación de profesores de primaria. Esta revista se sitúa en la interfaz entre los campos de la investigación y la práctica profesional. Los contenidos, enraizados en la investigación sobre la enseñanza de las matemáticas y las ciencias y en la formación de los docentes, pretenden hacer de ella una verdadera herramienta al servicio de los profesores y formadores, ampliando su campo de posibilidades en cuanto a situaciones desclasificadas y mediante estudios sobre la transición escuela/colegio, así como mediante situaciones transponibles a la escuela secundaria.
- *Les Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*<sup>16</sup>, creadas en 1988, 25 números, de 6 a 10 artículos por número, 264 artículos a 1/05/2021, es una revista anual del IREM de Estrasburgo. Publica investigaciones destinadas a desarrollar y estimular la reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas para

<sup>14</sup><https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/petit-x/>

<sup>15</sup><https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/grand-n/>

<sup>16</sup><http://mathinfo.unistra.fr/IREM/publications/ADSC/#c62294>

todo tipo de público (escolares, estudiantes de bachillerato, estudiantes y adultos en formación): investigaciones sobre la formación inicial y continua del profesorado; sobre la enseñanza en diversos contextos socioculturales; combinación de un marco teórico didáctico y de la experimentación en el contexto de la enseñanza; síntesis de investigaciones realizadas en un ámbito determinado. Los campos teóricos de referencia proceden de la didáctica de las matemáticas, pero también pueden basarse en la psicología cognitiva y la lingüística.

Algunos IREM también publican o han publicado una revista de ámbito más local: por ejemplo *Feuilles de vigne* (IREM de Dijon, 130 números, hasta 2014) o *L'Ouvert* (IREM de Estrasburgo, hasta 2010, 118 números, 606 artículos). Por último, el grupo de reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas en África GREMA (cf. 2.7) del IREM de París distribuye su carta<sup>17</sup>, que se ha convertido en la revista de la recién creada Comisión Internacional Inter-IREM.

Además, muchos libros escolares de enseñanza aprovechan las actividades desarrolladas en los IREM, adaptándolas o no, y la producción de los IREM aparece con frecuencia en revistas de los socios<sup>18</sup>: *MathemaTICE*, publicada por Sésa-math; *Recherches en Didactique des Mathématiques*, por la ARDM; *Le Bulletin Vert et Au Fil des Maths* por la APMEP; *Educmath*, por el Ifé.

**2.3. Vinculación con la investigación en didáctica, epistemología e historia de las matemáticas.** La investigación en didáctica de las matemáticas surgió en Francia en los IREM y éstos han influido profundamente en su desarrollo. El trabajo que Guy Brousseau (Medalla Félix Klein en 2003) realizó durante varias décadas en el Centro de Observación e Investigación en Educación Matemática (COREM), creado por iniciativa suya por el IREM de Burdeos, es una ilustración especialmente emblemática<sup>19</sup>. Han alimentado el desarrollo de la teoría de las situaciones didácticas. Del mismo modo, los de Régine Douady, en el IREM de París, llevaron el desarrollo de la dialéctica herramienta-objeto y los juegos de marco, los de Yves Chevallard en el IREM de Marsella, el de la teoría de la transposición didáctica, los de Raymond Duval en el IREM de Estrasburgo, y las de Michèle Artigue (medalla Félix Klein en 2013) en el IREM de París, Jean-Baptiste Lagrange en el IREM de Rennes y Luc Trouche en el IREM de Montpellier, la del enfoque instrumental de la integración tecnológica. Régine Douady ha sido presidenta de ADIREM y Michèle Artigue presidenta del CS-IREM.

Los IREM han influido profundamente en la investigación didáctica en Francia mediante sus modos de funcionamiento y sus valores. Permiten a los didácticos mantener un estrecho contacto con la comunidad matemática y alimentan la reconocida sensibilidad epistemológica de esta investigación. Aseguran que los didácticos tienen un contacto efectivo con el campo de la enseñanza, el del aula, que se refleja en su problemática, en sus construcciones teóricas, así como en la importancia metodológica que

<sup>17</sup><https://irem.univ-paris-diderot.fr/la-lettre-de-grema>

<sup>18</sup><http://revue.sesamath.net/> - <http://rdm.penseesauvage.com/> - <http://www.apmep.fr/-Le-Bulletin-Vert> - <https://afdm.apmep.fr/> - <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath>

<sup>19</sup>cf interview <http://www.cfem.asso.fr/cfem/ICME-13-didactique-francaise>

se da desde muy temprano a la ingeniería didáctica. Incluso cuando el reconocimiento institucional de la investigación en didáctica llevó a la creación de laboratorios de investigación específicos, fuera de la estructura IREM, en un cierto número de universidades, estos laboratorios mantuvieron estrechos vínculos con los IREM. Y cuando la universalización de la formación inicial del profesorado (véanse los apartados 2.4 y III) provocó la migración de muchos didácticos a los nuevos institutos de formación, los vínculos con los IREM siguieron siendo fuertes. Así lo demuestra la continuidad de los dos IIC dedicados a la formación inicial del profesorado: COPIRELEM y CORFEM (véase 1.2). De forma más general, el seminario nacional de didáctica, el CII de Didáctica y la organización de investigadores didácticos en torno al ARDM (cf. 1.3) siempre han colaborado muy estrechamente. Este impacto en la investigación se extiende a otras instituciones (por ejemplo, el Instituto Francés de la Educación (IFÉ) cuyos miembros también pueden trabajar en los IREM y algunos entre los cuales LÉA son grupos IREM (Montpellier de 2015 a 2018, Grenoble desde 2021).

Los IREM han promovido una visión colaborativa y no jerárquica del trabajo entre profesores e investigadores. Su existencia ha permitido una difusión de los trabajos de investigación entre los profesionales que probablemente no tenga equivalente en otras asignaturas en Francia. La implicación de los IREM en la formación continua de los profesores ha sido, evidentemente, esencial, así como el trabajo de investigación aplicada y la transposición de los resultados de la investigación más fundamental, realizada en el seno de los grupos IREM y de las Comisiones inter-IREM, y que alimentan los cursos de formación que los IREM ofrecen y, por consiguiente, la formación inicial de los profesores de matemáticas (cf. 2.4).

Desde su creación, los IREM también han tenido en cuenta la necesidad de que los profesores de matemáticas adquieran una cultura, de la que a menudo carecen, sobre la historia de su asignatura y que se les proporcionen herramientas y recursos para que sus alumnos puedan beneficiarse de esta cultura. Así, en muchos IREM se crearon muy pronto grupos de trabajo específicos sobre estas cuestiones: el matemático e historiador Jean-Luc Verley (IREM de París), desde el principio, quiso proponer a los profesores y alumnos el estudio de textos matemáticos originales; Jean Dhombres (IREM de Nantes, del que fue director, y presidente del CS-IREM), con la preocupación de apoyar, a través del trabajo histórico, los enfoques multidisciplinares y la reflexión epistemológica.

Así, dentro de los IREM, se ha desarrollado una investigación específica para apoyar la introducción de una perspectiva histórica en la enseñanza de las matemáticas desde la escuela hasta la universidad. Desde 1975, bajo la responsabilidad de Evelyne Barbin (IREM de Nantes), el CII “Epistemología e Historia de las Matemática” ha coordinado este trabajo, convirtiéndose rápida y duraderamente en una de las comisiones más importantes de la red, y aún hoy lo es. Se compromete a dar a conocer la labor histórica y epistemológica de los IREM a los profesores de matemáticas, pero también de ciencias físicas y filosofía, así como a un público más amplio de estudiantes y aficionados a las matemáticas, a través de los coloquios que organiza cada dos años sobre un tema específico. Las escuelas de verano iniciadas por la comisión en 1984 se han convertido desde entonces en escuelas de verano europeas que alternan con los coloquios

del grupo de Historia y Pedagogía de las Matemáticas (HPM) afiliado al ICMI. Evelyne Barbin presidió el grupo HPM de 2008 a 2012. Thomas Hausberger y Anne Cortella organizaron la conferencia HPM 2016 en el IREM de Montpellier.

La labor del CII y, más ampliamente, de los IREM en este ámbito ha dado lugar a numerosas publicaciones locales y nacionales: monografías sobre temas de interés para la enseñanza de las matemáticas o que agrupan experiencias de inserción de su historia en la enseñanza, colecciones de textos antiguos con comentarios... En total, la propia Comisión Inter-IREM ha publicado una treintena de obras, editadas por los IREM, por el *Institut National de Recherche Pédagogique*, por prensas universitarias o por editoriales privadas. Estos trabajos son reconocidos internacionalmente, gracias sobretudo a la participación activa de los miembros de la comisión en las universidades europeas de verano y en las conferencias de HPM.

La obra colectiva *Passerelles: enseigner les mathématiques par leur histoire en Cycle 3* ([107]) recibió el galardón “Prix du livre de l’enseignement scientifique” 2019 de la Academia de las Ciencias. El CII también ha publicado el libro *Let history into the classroom* ([13]) en inglés para ampliar su audiencia internacional.

**2.4. Impacto en la formación inicial.** La formación continua del profesorado ha sido la misión principal de los IREM, pero también han participado en la formación inicial de los futuros profesores de primaria y secundaria: en 1990, cuando esta formación se reestructuró en institutos universitarios autónomos (IUFM), se previó incluso integrar los IREM como sus laboratorios de investigación. Los IREM quisieron entonces permanecer en las universidades, lo más cerca posible de los matemáticos, para mantener su principio fundacional de estrecha interacción con la investigación matemática. Pero los IUFM contrataron a sus formadores de matemáticas principalmente entre los responsables de los IREM, que pudieron así dejar su huella en la formación inicial de los profesores, algunos de los cuales vinieron a su vez, una vez en ejercicio, a trabajar en un IREM. Esta simbiosis se facilitó cuando, en 2006, los IUFM se integraron cada uno en una universidad, y luego, en 2013, los IUFM dieron paso a las ESPE, y en 2019 a los INSPE (ver III), con un peso creciente de la investigación en la formación inicial. Se está prestando mucha atención a que los IREM sigan participando en la nueva organización de los estudios de los futuros profesores; ADIREM está trabajando en ello con la Red Nacional de estas estructuras. Algunos IREM son actualmente una subestructura de un INSPE (Lorena y Picardía), y algunos otros INSPE ponen parte del tiempo de trabajo de sus profesores o profesores-investigadores a disposición del IREM vecino (París, Montpellier...).

La investigación, el análisis del estado de la cuestión, la experimentación y la reflexión crítica sobre la formación de los formadores de docentes en la enseñanza primaria y secundaria se llevan a cabo en la red IREM por el CII COPIRELEM, creado en 1975 para la enseñanza primaria, y el CII CORFEM creado en 1993 para la enseñanza secundaria. Sus coloquios anuales proporcionan formación a los formadores de INSPE.

Un papel esencial de los IREM con los futuros profesores es convencerles de la necesidad de profundizar en la cultura y la práctica de la profesión a lo largo de su carrera; les invitan, en particular, facilitando el acceso a sus recursos documentales (sitios

de Internet, bibliotecas, etc.), iniciándoles en su utilización y, de forma más general, ofreciéndoles un marco adaptado a la combinación de investigación y actividad profesional.

**2.5. Influencia en los planes de estudio.** Desde su creación, los IREM se han vinculado con sucesivas reformas curriculares (ver II). Esta asociación ha adoptado formas diversas y complementarias, en particular:

- El papel impulsor de los IREM en la creación y animación, a partir de los años 80, de sucesivas comisiones nacionales de reflexión para pensar a largo plazo en la evolución de la enseñanza de las matemáticas: la más conocida es la CREM conocida como “Comisión Kahane” [88];
- La participación regular de los animadores de los IREM de la enseñanza secundaria y superior en los grupos de expertos encargados de la redacción de los programas de matemáticas, e incluso la dirección de estos grupos, y las opiniones transmitidas sistemáticamente por la red sobre los proyectos elaborados (cf. 1.3);
- La interacción privilegiada de la administración de la educación nacional con algunos CII: el CII Lycée y Lycée Professionnel dentro de un grupo científico interdisciplinario para la reforma actual; el COPIRELEM para la implementación actual de la formación universitaria de los futuros profesores antes de su formación profesional;
- La experimentación de proyectos curriculares encomendados a los IREM: la serie *Suivis scientifiques* fue asequible a los profesores desde que se introdujo el plan de estudios de secundaria en 1985;
- La creación sistemática de cursos de formación para apoyar las evoluciones curriculares, la producción asociada de documentos de recursos para los profesores y el asesoramiento de los cambios en el funcionamiento del sistema escolar: por el CII Probabilidad para la estadística en la escuela secundaria en 2000 y probabilidades en 2009; recientemente por los documentos oficiales resultantes del trabajo de los IREM reelaborados con la Inspection Générale (cf. 1.3); por el CII Epistemología e Historia y los grupos pluridisciplinarios de los IREM para la introducción progresiva desde 2009 de la interdisciplinariedad en el liceo y luego en el collège; por los IREM para la creación de “labo-matemáticas” y la formación de los RMC (1.3);
- Una atención y una vigilancia a la evaluación de las consecuencias de los planes de estudio y del entorno educativo, incluido el apoyo al observatorio EVAPM<sup>20</sup>, una estructura de evaluación de los planes de estudios de matemáticas creada por la APMEP.

Los trabajos pioneros de los IREM han influido a menudo directamente en las reformas curriculares: en 1981, la profunda evolución de la enseñanza del análisis en el bachillerato fue llevada por los trabajos del CII Analyse; para la introducción actual de perspectivas históricas en la enseñanza de las matemáticas (2.3); para la integración

<sup>20</sup><https://www.apmep.fr/-Observatoire-EVAPM->

tecnológica con la participación en el desarrollo de numerosos programas informáticos dedicados a las matemáticas (Cabri-geometer, Géoplan y Géospace, luego Dgpad, o Xcas). En los IREM se llevan a cabo numerosos proyectos experimentales y de investigación en torno a las tecnologías informáticas y digitales, coordinados a nivel nacional por el CII-TICE.

Desde 2009, los IREM han acompañado la introducción de los algoritmos en los programas de matemáticas: en el bachillerato, y luego en primaria y secundaria (2016) (II). Esto ha dado lugar a la creación de numerosos grupos sobre este tema, que han trabajado con profesores de tecnología y han ofrecido cursos de formación (incluyendo diplomas universitarios en Marsella y Grenoble). En el liceo CII nació un grupo de algoritmos, luego en 2017 un CII Informatique (o CIII), anticipando la introducción en 2019 de nuevos cursos de informática en el Instituto, y el anuncio para 2020 de un nuevo estatus para los profesores de informática certificados.

**2.6. Acciones de divulgación de las matemáticas.** Además de su actividad principal de formación de profesores, los IREM han desarrollado progresivamente actividades de divulgación dirigidas a los estudiantes, e incluso al público en general, y muy a menudo sirven de medio de difusión a los laboratorios de investigación matemática.

La implicación más conocida de los IREM con los estudiantes es a través de los rallyes regionales de matemáticas (23 en 20 IREM), en los que participan varios cientos de clases y más de 51 000 estudiantes. Algunos rallyes incluso atraviesan las fronteras: el *Rallye Mathématique Transalpin*, dirigido por el IREM de Franche-Comté, cuenta con más de 4.000 clases, desde el nivel 3 (CE2) hasta el nivel 10 (seconde) en Italia, Suiza francesa, Bélgica y Luxemburgo. Las reuniones de profesores con motivo de los encuentros son también una oportunidad para desarrollar temas para la formación continua de los profesores. Los problemas propuestos durante estas concentraciones y su análisis han dado lugar a la publicación de “Panoramath”, coordinada por el CII Pop<sup>3</sup>Math (7<sup>o</sup> volumen en 2019 [33]).

Las IREM cooperan con los profesores y las asociaciones en acciones destinadas a dar a los alumnos otra visión de la actividad matemática y a fomentar los estudios científicos entre las niñas y de entornos sociales modestos<sup>21</sup>: la feria de juegos del Comité Internacional de Juegos Matemáticos (CIJM), el *Canguro de las Matemáticas*, los talleres y congresos MATH.en.JEANS y las jornadas o acciones *Filles & Maths* (véase 1.3). Ofrecen los cursos *Hippocampe* o *MathC2+*<sup>22</sup>, que consisten en acoger a los alumnos en los laboratorios de matemáticas de la universidad durante varios días consecutivos para que se inicien en la investigación con investigadores, fuera de las aulas; los alumnos reflexionan sobre problemas matemáticos, experimentan, discuten, debaten y presentan sus trabajos, como si fueran investigadores. Iniciados en biología por el Instituto Nacional de Salud e Investigación Médica (INSERM), los cursos Hippocampe han sido adaptados a las matemáticas desde 2005 por el IREM de Aix-Marsella (15 cursos al año) y ahora en Brest, Lyon, Toulouse...

<sup>21</sup><https://www.cijm.org/> - <http://www.mathkang.org/default.html>

<sup>22</sup><http://www.irem.univ-mrs.fr/Hippocampe> - <http://eduscol.education.fr/pid23341-cid54958/mathc2.html>

Los IREM participan en acciones nacionales anuales de difusión de las matemáticas y sus aplicaciones: “Fête de la science” (evento científico multidisciplinar de dos semanas de duración para el público en general y las escuelas), “Semaine des mathématiques” (bajo los auspicios del Ministerio de Educación). En 2013, Año de las “Matemáticas para el Planeta Tierra”, las IREM elaboraron recursos en torno a este tema, y en 2015 se organizó el “Foro de Matemáticas Vivas” en París, Lyon y Marsella, con el apoyo de los tres IREM correspondientes, y en 2017 en Lille, Rennes, Lyon y Toulouse. Estos foros movilizaron a varios cientos de profesores e investigadores y acogieron a un gran número de visitantes. Los IREM participaron en 2019-2020 en el comité directivo del Año de las Matemáticas, (cap. I, sección 5.2).

Los IREM también han creado exposiciones que atraen a los profesores con sus alumnos y al público en general: la exposición *Regards sur les mathématiques - Itinéraires méditerranéens*<sup>23</sup> (IREM de Aix-Marsella) se tradujo al inglés para HPM2016; el IREM de Grenoble diseña las animaciones y exposiciones del museo *La grange des maths*<sup>24</sup>; el IREM de Montpellier distribuye la exposición “*Pourquoi les Maths?*”, creado bajo los auspicios de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) con la participación de ICMI.

Por último, los IREM están fuertemente asociados con otros actores de la mediación científica y la promoción de su cultura<sup>25</sup>. El consorcio *Animath* participó en el CII Pop’math, al igual que la sociedad *Plaisir Maths* y el CIJM (Comité Internacional de Juegos Matemáticos). Varios grupos de trabajo son comunes desde 2017 entre un IREM y el sitio web *Culture Math* de la Educación Nacional Francesa con la ENS de París que difunde la cultura para los profesores. Algunos miembros del comité editorial de *Image des Maths* (véase la sección 4 del capítulo VI) pertenecen a la red.

**2.7. La red internacional.** Desde los años 70, los IREM han establecido colaboraciones con universidades extranjeras que desarrollan la formación de profesores, con el fin de desarrollar estructuras basadas en su modelo en estas universidades: primero en el África francófona con el nacimiento de un IREM en Madagascar, luego en Dakar (Senegal), que se convirtió en el IREMPT<sup>26</sup> (Matemáticas, Física, Tecnología), y de nuevo en Niamey en Níger. Las estructuras de tipo IREM siguen tendiendo a abrirse: el IREM/UPC en la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) de Kinshasa (República Democrática del Congo) en 2014, con el apoyo del GREMA (IREM de París). Otros nacieron en América Latina: el IREM de Lima<sup>27</sup> (Perú), que tiene intercambios privilegiados con el IREM de Caen, organizó su 9º coloquio internacional sobre la enseñanza de las matemáticas (2018).

<sup>23</sup><http://www.irem.univ-mrs.fr/expo2013/english.html>

<sup>24</sup><https://www.echosciences-grenoble.fr/articles/la-grange-des-maths>

<sup>25</sup><https://www.animath.fr/> - <https://www.plaisir-maths.fr/> - <https://www.cijm.org/> - <http://culturemath.ens.fr/> - <http://images.math.cnrs.fr/>

<sup>26</sup><https://irempt.ucad.sn/>

<sup>27</sup><http://irem.pucp.edu.pe/>

La red se desarrolla con el objetivo de fomentar los intercambios entre formadores e investigadores sobre la enseñanza de las matemáticas y la creación de recursos colectivos. El proyecto PReNum-AC - Producción de recursos digitales para la enseñanza secundaria de las matemáticas en África Central<sup>28</sup>, 2012-2015 - tenía como objetivo formar a los profesores en el uso de las tecnologías para la enseñanza (TICE), las herramientas en línea y la didáctica de las matemáticas. En él participaron profesores en prácticas y formadores de Camerún y la República del Congo, y se produjo un número importante de recursos para el aula determinista. Le siguió PReNum-AC micro (2017-2018) para la experimentación de microservidores para el acceso de los alumnos sin conexión a internet a las bases de ejercicios en línea, los recursos de PReNum-AC y el software para el aula.

Se celebraron dos reuniones para federar las actividades en los IREM o estructuras similares. En 2016 se celebró en Estrasburgo el coloquio internacional “Formación de profesores de matemáticas, aquí y en otros lugares”, con 80 participantes de más de diez países. Marcó la creación de la red internacional de los IREM y dio lugar a la creación de una lista de correo internacional y un teleseminario. La carta del GREMA se convirtió en la carta de la red internacional. Desde este periodo, Argelia ha puesto en marcha la creación de los IREM.

Al margen de la conferencia EMF2018 se celebró otra reunión en la que se presentaron novedades, proyectos, colaboraciones y dificultades en Costa de Marfil, Senegal, Madagascar, Argelia, la República Democrática del Congo y Brasil. En Hungría se ha creado un grupo IREM, a imagen y semejanza de un grupo de IREM París Norte, apoyado por la Academia de Ciencias de Hungría. Los seminarios conjuntos permiten a los líderes de ambos grupos que se reúnan y desarrollen colaboraciones.

El intercambio de recursos e incluso de formadores entre los IREM y las estructuras equivalentes en el extranjero favorece la divulgación de las matemáticas en estos países. El IREM de Aix-Marseille promueve actualmente el desarrollo de cursos Hippocampe (véase 2.6) en la Unidad Mixta Internacional IMPA-CNRS de Río de Janeiro o en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Roma<sup>29</sup>.

**2.8. Apertura a otras ciencias.** Aunque se reconozca a nivel nacional e internacional, no se ha creado ninguna estructura comparable a los IREM para las demás ciencias en Francia. En su lugar, se ha decidido a nivel local confiar a los IREM aquellas tareas, sobre STEM en particular, que impliquen una estrecha relación entre los académicos y el mundo escolar que no sea la formación inicial (promoción, acciones de desarrollo profesional, vínculo instituto-universidad).

Si el desarrollo de los grupos de historia y filosofía de las matemáticas, y por lo tanto también de las ciencias, era natural, es sobre todo a causa de la modificación de los programas de estudios de matemáticas y de los vínculos que se hicieron necesarios con los profesores de otras ciencias que se crearon grupos científicos pluridisciplinarios

<sup>28</sup><http://prenumac.free.fr/>

<sup>29</sup><http://www.matteoacclavio.com/HippocampeProject.html>

en los IREM (cf. 2.5): para apoyar el trabajo interdisciplinario de investigación personal, en el instituto y luego en el bachillerato (desde que se abandonó), así como la introducción de los algoritmos y luego de la informática en los programas de estudios. Siguiendo el ejemplo del IREMPT de Dakar (2.7), algunos IREM empezaron entonces a incluir la ciencia en sus misiones (por ejemplo, con la creación de un grupo multidisciplinar para la formación inicial de profesores de ciencias en Montpellier), y luego a convertirse en IRES (para la enseñanza de las ciencias): Toulouse y Orléans en 2015.

En 2016, el Ministerio de Educación Nacional otorgó a los IREM recursos adicionales para crear grupos de investigación de otras ciencias, en particular para superar las dificultades de la enseñanza de las ciencias en el bachillerato derivadas de los programas de 2009-2011. Actualmente (en 2019-2020) participan 36 profesores y 39 investigadores de física y/o química en 22 grupos, 23 profesores y 15 investigadores de biología y/o geología en 9 grupos y 22 profesores y 53 investigadores de informática en 25 grupos. Varias universidades se plantean pedir que su IREM se convierta en IRES o IREM&S, o IREMI (Matemáticas e Informática), cambios recomendados por la Conferencia de Decanos de Universidades Científicas. El IREM de Poitiers se convirtió en IREM&S en 2017, el IREM de Montpellier se convertirá normalmente en IRES en 2021, el IREM de la Isla de la Reunión se convertirá en IREMI en 2021, y se creará un IREMI en Mayotte, en estrecha relación con el de la Isla de la Reunión.

Se presta especial atención a mantener el alma de los IREM en esta importante evolución.

### 3. Los actores de la red

El funcionamiento de la red IREM anda muy descentralizado.

Los presidentes de la ADIREM y del CS-IREM (cf. 1.2, actualmente Anne Cortella, profesora-investigadora de matemáticas en Montpellier, y Christine Proust, investigadora del CNRS en historia de las matemáticas en París) tienen una importante función de gestión, coordinación, interlocución con las autoridades ministeriales, académicas y universitarias, y representación de la red.

Pero la red extrae su fuerza de su accesibilidad y de la multiplicidad y diversidad de las personas que coorganizan sus actividades: profesores de todos los niveles, académicos, investigadores, formadores de profesores. Sus responsabilidades no dependen de su estatus y pueden adoptar muchas formas:

- Organización de grupos de investigación, IIC, cursos de formación (más de 300 personas);
- Responsabilidad de edición, publicación o redacción (Yves Ducler en Franche-Comté, Michèle Gandit en Grenoble, Mohamed Athlagh en Estrasburgo...);
- Responsabilidad de las webs o la coordinación de la información digital (Jérôme Germoni en Lyon, Hombeline Languereau en Franche-Comté, Vincent Paillet en Centre-Val de Loire, Jean-Louis Maltret en Marsella...);
- Organización de coloquios y seminarios (Christian Mercat para el seminario internacional de Lyon, 12 personas para los seminarios locales, miembros de un IREM o de una CII para los coloquios);

- Gestión de un IREM, presencia en los consejos (de cada IREM, en el CS-IREM);
- Organizadores de concentraciones, mediación científica (varias decenas de personas)...

El número de estas personas en un momento dado puede estimarse en varios cientos, y por tanto en varios miles desde su creación.

A pesar de la gran carga de trabajo, a menudo asumida además de las actividades docentes o de investigación, y a pesar de las dificultades materiales que se han acumulado en los últimos años (reducción de las subvenciones públicas, reducción de los medios asignados por las universidades, reducción de las posibilidades ofrecidas por las delegaciones educativas del gobierno para la presencia de profesores en grupos y cursos de formación continua. ), nunca es difícil encontrar voluntarios para proponer temas de trabajo o para montar cursos de formación, por muy fuerte que sea la convicción de que las acciones de los IREM son imprescindibles y por muy anclada que esté la certeza de que estas acciones se llevan a cabo con gran libertad.

## VI Divulgación y actividades extraescolares

Las actividades de difusión de las matemáticas tienen como objetivo promoverlas entre un amplio público, democratizarlas, informar sobre su utilidad, su belleza, sus apuestas y destacar el placer que se puede tener al practicarlas. Estas actividades contribuyen al desarrollo de las vocaciones hacia las diferentes ciencias desarrollando una relación más serena con la disciplina. Contribuyen a la educación y justifican la inversión pública en este campo de las matemáticas. En cuanto a las actividades extraescolares, el objetivo es tanto estimular a los jóvenes que se apasionan por las matemáticas como cambiar la actitud de los que desconfían de ellas, mostrándoles que “las matemáticas son algo distinto de lo que se piensa”, demostrando que, lejos de las limitaciones del aula y del peso de las notas, hacer matemáticas tiene una dimensión lúdica y aporta grandes satisfacciones. A menudo se comprueba que, colocado en una situación que fomenta y valore su inventiva, liberado del miedo a “decir una tontería”, integrado en un equipo de trabajo y con la seguridad de que un error no es un error, el alumno puede liberarse realmente de su actitud pasiva o de rechazo hacia las matemáticas. Así, el alumno puede apropiarse de la asignatura. Para los que ya tienen gusto por las matemáticas, estas actividades extraescolares sólo pueden aumentar su motivación haciéndoles descubrir la riqueza de las matemáticas y sus aplicaciones.

Si bien las actividades de divulgación de las matemáticas, así como de la ciencia en general, tuvieron una repercusión limitada hasta los años 80, aparte del *Palais de la découverte*, por supuesto, la situación ha cambiado considerablemente desde entonces, con un florecimiento de diversas actividades. Recientemente han recibido el reconocimiento institucional a través del lugar que se les ha dado en el *Plan mathématiques* implementado en 2018 por el Ministerio encargado de la educación nacional tras el informe ‘Villani-Torossian’ [149].

La presentación que hacemos aquí, sin ser exhaustiva, intenta dar una descripción lo más completa posible del tipo de actividades organizadas en Francia en el ámbito de la divulgación de las matemáticas. Gran parte de lo que se hace en Francia es similar a lo que existe en otros lugares. No obstante, hay algunas especificidades que conviene subrayar en esta introducción:

- 1) el deseo de no reservar estas actividades a los jóvenes con talento, sino de dirigirse a todos los públicos, especialmente a los jóvenes de entornos desfavorecidos y a las chicas;
- 2) la importancia de los proyectos en los que los propios jóvenes se ponen en situación de investigación, en el marco de un trabajo colectivo, a menudo sin dimensión competitiva;
- 3) la presencia de estructuras nacionales que permitan la coordinación y la colaboración entre las distintas iniciativas.

## 1. ¿Qué público?

En principio, las acciones de difusión afectan a toda la población, y en particular a todos los jóvenes en edad escolar. Sin embargo, algunos públicos se dirigen de forma más específica:

- los jóvenes interesados en las matemáticas y, en particular, pero no sólo, los jóvenes con talento;
- jóvenes de entornos desfavorecidos o que viven fuera de las ciudades universitarias;
- chicas.

## 2. ¿Qué actividades?

**2.1. Clubes de matemáticas, reuniones, escuelas de verano y cursos.** En muchas escuelas secundarias (*collèges et lycées*) (3.500, es decir, alrededor del 25 % del total), y en algunas universidades, funcionan clubes y talleres dedicados total o parcialmente a las matemáticas. Entre ellos, los talleres MATH.en.JEANS, los clubes de preparación de competiciones matemáticas, los clubes de juegos matemáticos para los más jóvenes, los clubes de astronomía...

Durante las vacaciones se organizan varios tipos de cursos y escuelas de verano. Los cursos MathC2+ están dirigidos a alumnos motivados de 4º, 3º, 2º y 1º (véase la figura 1, capítulo II), de forma voluntaria. Se dirigen especialmente a los alumnos que no disponen de un entorno propicio para el desarrollo de un proyecto de estudio científico a largo plazo y a las chicas. Ayudan a los estudiantes a descubrir las matemáticas de una manera diferente, con una gran parte del trabajo realizado en grupo<sup>1</sup>. El curso *Mat' les vacances*, destinado a los alumnos de primer y último curso de secundaria, se dirige al mismo público. Se ofrecen escuelas de verano, algunas de las cuales atraen a un público internacional, así como cursos de preparación olímpica coordinados principalmente por Animath.

Organizadas por las asociaciones *femmes et mathématiques* y Animath, otras dos acciones se dirigen a un público compuesto exclusivamente por chicas. Cada año, durante la quincena de jornadas “Chicas, matemáticas e informática: una ecuación luminosa”, cerca de 1.500 alumnas de secundaria de toda Francia asisten a una conferencia impartida por una matemática o una informática, intercambian puntos de vista sobre las carreras científicas, participan en un foro lúdico para sensibilizar sobre los estereotipos de género y conocen a mujeres dedicadas a carreras científicas durante un speed-meeting (la sección 5 ofrece más detalles). Los *Rendez-vous des jeunes mathématiciennes et informaticiennes*, de los que se organizaron siete en 2020, reúnen cada vez a una veintena de chicas de secundaria para un programa de conferencias, reuniones y debates, y trabajos en grupo sobre problemas abiertos.

**2.2. Museos científicos, exposiciones, foros, ferias.** Además del *Palais de la Découverte* y de la *Cité des Sciences*, situados en París, existen varios centros dedicados a ello, entre ellos muchos en provincias, como la *Maison des Mathématiques et de*

<sup>1</sup><https://smf.emath.fr/1a-smf/mathc2plus>

*l'Informatique de Lyon* (MMI), la *Maison de Fermat* (cerca de Toulouse) y la *Grange des Maths* (al sur de Grenoble), y otros en ciernes, como la *Maison Poincaré* (en París). Las exposiciones, algunas de ellas itinerantes, son propuestas por la CCSTI (Centros de cultura científica, técnica e industrial)<sup>2</sup> y por asociaciones o estructuras institucionales. También se proponen foros y ferias matemáticas que combinan actividades, demostraciones y exposiciones: *Salon de la culture et des jeux mathématiques* en París, *Forum des mathématiques* en Aix-en-Provence, *Jeux, Fête et Maths* en Eaubonne, *Math'Gic* en Gennevilliers, *Festival Les Maths dans tous leurs états* en Castanet-Tolosan, etc.

Creado en el año 2000 con motivo del Año Mundial de las Matemáticas, el *Salon de la culture et des jeux mathématiques* se ha celebrado casi exclusivamente en la plaza de Saint-Sulpice de París durante veinte años consecutivos, a lo largo de tres o cuatro días de mayo. La pandemia ha hecho que se celebre de forma virtual en 2020 y 2021, lo que permite llegar a un público amplio y distante<sup>3</sup>.

**2.3. Conferencias públicas e intervenciones de los investigadores en las escuelas.** Se organizan varios ciclos de conferencias: Parque matemático; *Soirées mathématiques* en Lyon; Un texto, un matemático; Un invento, las matemáticas; Los *cafés* de la estadística. Algunos laboratorios de investigación organizan conferencias en las escuelas; los investigadores también dan charlas sobre la manipulación de objetos matemáticos (*Laboratoire de mathématiques d'Amiens*, *Labosaique* en Caen, *MathàLyon*, *Maths à Modeler* en Grenoble, *Maison des Mathématiques de l'Ouest* en Nantes). Todos los años, durante la tercera semana de marzo (incluido el 14 de marzo), a instancias del Ministerio de Educación, se celebra la *Semaine des Mathématiques* con numerosas acciones en las escuelas. Los laboratorios de matemáticas participan en eventos multicientíficos nacionales e internacionales como la *Fête de la science* o la *Nuit des chercheurs*.

**2.4. Publicaciones, sitios web.** Además de las revistas científicas generales (*La Recherche*, *Pour la science*, *Sciences et avenir*, *Science et vie*, *Science et vie junior*, *Cosinus*), hay dos revistas específicamente dedicadas a las matemáticas: *Tangente* y *Quadrature*. En cuanto a los sitios: *Images des mathématiques*, propuesto por el CNRS, se centra en la difusión de la investigación (véase la sección 4); *CultureMath* se dirige más particularmente a los profesores, *La Maison des Mathématiques de l'Ouest* (virtual) pretende federar las iniciativas de difusión en el Pays de Loire; *Florilège* intenta reunir lo que se refiere a la divulgación de las matemáticas. Entre los canales francófonos de YouTube: AuDiMath, Micmaths, *les 5 min Lebesgue*, Science4All, *Chat Sceptique*, El Jj.

**2.5. Competiciones matemáticas en tiempo limitado, Olimpiadas.** Se organizan concursos de matemáticas. Están abiertos a todos: el concurso de cálculo mental Mathador (primaria y secundaria), el Canguro (todos los niveles), los rallyes matemáticos (organizados regionalmente, principalmente por equipos, a nivel de primaria

<sup>2</sup>Centres de culture scientifique, technique et industrielle

<sup>3</sup><https://salon-math.fr>

y secundaria), el concurso de criptografía Alkindi (4º, 3º y 2º curso), las olimpiadas nacionales de matemáticas (1º curso). En la selección: el Concurso General de Matemáticas (Terminale), la Copa Animath (final de secundaria), y en informática: el Castor Informatique y Algoréa (todos los niveles).

**2.6. Introducción a la investigación.** Se llevan a cabo varias acciones para poner a los estudiantes de secundaria en situación de investigación, como los talleres MATH.en.JEANS, el TFJM<sup>2</sup> y los cursos Hippocampe. En la siguiente sección se ofrecen detalles al respecto.

**2.7. Teatro y artes visuales.** Varios grupos de teatro ofrecen espectáculos basados en las matemáticas: las compañías *Terraquée* y *l'Ille logique*, que son a la vez educativas y divertidas. Los espectáculos ofrecidos por la *Comédie des Ondes* y el equipo *LAPS/équipe du matin* se centran en las desigualdades y los estereotipos de género. Se proponen exposiciones que ponen de relieve la dimensión artística de los objetos y conceptos matemáticos, sobre todo por parte de la “Sociedad Europea de Matemáticas y Artes”.

### 3. Ejemplos de actividades de iniciación a la investigación

**3.1. MATH.en.JEANS.** Esta asociación permite que los alumnos de uno o dos centros hermanados trabajen en cooperación durante el año sobre un tema de investigación propuesto por un investigador, con un profesor como referencia. Las dos escuelas hermanadas se reúnen de 3 a 4 veces durante el año para comparar sus resultados y sus investigaciones, en presencia de “su” investigador. En primavera, los estudiantes (junto con sus gemelos) presentan sus resultados durante uno de los congresos anuales (9 en Francia y 3 en el extranjero), el punto culminante del programa. Estas conferencias son una oportunidad para que los estudiantes descubran el mundo de la educación superior. Asisten a dos o tres conferencias impartidas por investigadores matemáticos y luego escriben un artículo, que se incluye en las actas del congreso. Hay que tener en cuenta que no hay concurso ni premio: la recompensa es la participación en el congreso y la presentación de los resultados obtenidos.

Durante los dos últimos años, a pesar de la imposibilidad de reunir a los alumnos en estos congresos, los talleres de MATH.en.JEANS han podido presentar sus resultados durante los congresos “virtuales”, que se pueden volver a ver en el canal de Youtube de la asociación: estos vídeos constituyen importantes recursos para los profesores. Estos congresos “virtuales” han reunido talleres desde Hong Kong hasta San Francisco, pasando por Rumanía y Túnez (y Francia). Además, en el contexto de la reciente reforma de la escuela secundaria y el bachillerato, la experiencia MATH.en.JEANS es una buena preparación para los alumnos de cara a la prueba “*Grand Oral*”.

**3.2. TFJM<sup>2</sup>.** El Torneo Francés de Jóvenes Matemáticos existe desde 2011, organizado por Animath en colaboración con numerosas estructuras de enseñanza superior e investigación. Este torneo está dirigido a estudiantes de secundaria. En el marco del TFJM<sup>2</sup>, se forman equipos de seis estudiantes en los *lycées*, a veces, agrupando





FIGURA 2. Carteles realizados durante los cursos Hippocampe

Estos cursos, que también se han realizado en la *école de la seconde chance* (una escuela para los que abandonan la escuela), dan a los alumnos otra visión de las matemáticas y les permiten trabajar en condiciones más cercanas a un trabajo de investigación. También ofrecen a los profesores de secundaria la oportunidad de ver otra práctica del problema abierto.

Se puede encontrar en el sitio <https://hippocampe.irem.univ-mrs.fr/> la (larga) lista de los temas tratados desde 2010<sup>4</sup>, un cuadernillo que muestra los carteles realizados durante estos cursos y, en la sección “Comunicaciones y publicaciones”, algunos documentos que presentan estos cursos con más detalle; podemos destacar en particular la tesis de maestría de Clara Errico, que contiene una bibliografía completa sobre el tema y un análisis del dispositivo en el marco de la teoría antropológica de lo didáctico.

#### 4. Un sitio de difusión de la investigación: *Images des mathématiques*

*Images des mathématiques* es una revista electrónica nacida en 2009 con la ambición de presentar la investigación matemática y la profesión de matemático fuera de la comunidad científica. Todos los artículos están escritos por investigadores matemáticos y ningún artículo está escrito para investigadores. Tras doce años de existencia y más de 3.000 artículos originales, unos 5.000 visitantes navegan diariamente por el sitio. Y algunos de ellos participan activamente en la vida del sitio, en particular mediante su labor de relectura antes de la publicación de los artículos. *Images des mathématiques* es ante todo una gran aventura colectiva, apoyada por la red Audimath del CNRS y alojada por Mathrice<sup>5</sup>, en la que participan investigadores, docentes-investigadores, profesores, estudiantes, aficionados... y, en general, todas las personas que aman las matemáticas.

Una de las señas de identidad de *Images des mathématiques* es dar protagonismo a la investigación contemporánea. Se trata de un reto para toda la comunidad matemática, quizá más difícil que en otras ciencias, porque las matemáticas pueden volverse rápidamente muy abstractas y los matemáticos no suelen estar suficientemente acostumbrados a explicar su trabajo al público en general. *Images des mathématiques* es un sitio que pretende paliar este problema estableciendo una mejor comunicación entre los investigadores y el público. La revista pretende arrojar luz sobre los aspectos matemáticos de la investigación contemporánea, destacando las dimensiones histórica, cultural y sociológica.

**4.1. Nivel matemático de los artículos.** Para que el lector pueda elegir su lectura según su nivel de matemáticas, la revista muestra cada artículo con un color:

- **Pista verde:** artículos “gran público”, sin necesidad de conocimientos particulares en matemáticas.
- **Pista azul:** artículos un poco más difíciles, pero que se pueden leer sin problemas si recuerdas un poco tus clases de matemáticas en el *collège*.

<sup>4</sup>Voir “les stages” de l’année en cours et les “archives des années précédentes”

<sup>5</sup>Portal nacional del CNRS para las matemáticas

- **Pista roja:** artículos que requieren una cierta formación matemática, *a priori* al nivel de un bachillerato científico de hoy en día.
- **Pista negra:** artículos que requieren conocimientos más avanzados, sin ser artículos de nivel de investigación. En principio, son accesibles para un estudiante de clase preparatoria.
- **Off-track:** artículos más raros que requieren un conocimiento aún más especializado. En principio, son accesibles a un nivel de licenciatura-máster en matemáticas.

**4.2. Algunas de las secciones del sitio.** *Images des mathématiques* se compone de varias secciones, a continuación se describen brevemente algunas de ellas.

- *Ecos de la investigación.* Los artículos, escritos por matemáticos para no matemáticos, tratan de mostrar cómo puede ser la investigación matemática contemporánea desde el mayor número posible de ángulos.
- *El objeto del mes.* Esta sección presenta algunos de los objetos más importantes, más bellos, más útiles e incluso más sorprendentes, desde los más concretos hasta los más abstractos. Aunque sean antiguos, siguen siendo relevantes para la investigación como (contra)ejemplos, como herramientas o como fuente de inspiración.
- *La conjetura del trimestre.* Las matemáticas están llenas de problemas abiertos y conjeturas, que a veces esperan durante siglos soluciones o demostraciones formales. Estos retos, que son también uno de los motores de la investigación matemática, pueden y deben ser más conocidos. El propósito de esta sección es presentar uno o más de ellos cada trimestre, haciendo hincapié en la amplia accesibilidad.
- *Imágenes y visualización.* En esta sección, encontramos ilustraciones de situaciones y objetos matemáticos, algunos de los cuales están en el centro de la investigación actual. También damos cabida a las obras artísticas que utilizan los conocimientos matemáticos.
- *Fuera de la escuela.* Esta sección está destinada a todos aquellos, jóvenes y mayores, que quieran divertirse mientras hacen matemáticas, en torno a temas a veces olvidados en los programas escolares.
- *Historia de las matemáticas.* ¿Cómo toman forma y cambian las preguntas, los conceptos, los resultados y las teorías? ¿Cómo encajan las matemáticas en la sociedad y en su tiempo? ¿Qué podemos encontrar en los escritos del pasado? ¿Por qué los matemáticos y otras personas se han interesado por la historia y la filosofía de su disciplina a lo largo del tiempo? La sección alberga artículos sobre todas estas cuestiones.
- *Café des maths.* Esta sección pretende establecer una relación de igual a igual con el lector para hablar de matemáticas de manera informal, como si se tratara de una taza de café. Es un lugar donde los internautas pueden acudir para reaccionar, intercambiar o lanzar un debate sobre una palabra o expresión que les plantee dudas.

- *Matemáticas, retratos.* Esta sección se propone presentar hombres, mujeres, lugares, todos ellos vinculados a las matemáticas y a la investigación matemática, todos ellos diferentes, naturalmente.
- *La revista de prensa.* El equipo de la revista de prensa elabora cada mes un panorama bastante exhaustivo de la prensa. Un trabajo inmenso, muy apreciado.
- *El concurso de cómics.* Cada año, *Images des mathématiques* ofrece a sus lectores un concurso de cómics y otorga varios premios a los ganadores. El concurso ha crecido en popularidad a lo largo de los años.

El sitio *Images des mathématiques* está ahora bien consolidado en el panorama de la difusión de las matemáticas, aunque todavía queda un largo camino por recorrer para llegar a un público más amplio, especialmente a los estudiantes y profesores de secundaria.

## 5. Las jornadas “Chicas, matemáticas e informática: una ecuación luminosa”

Las asociaciones *femmes et mathématiques* y Animath organizan las jornadas “Chicas, matemáticas e informática: una ecuación luminosa” (*filles, maths et informatique : une équation lumineuse*) con el apoyo de la Fundación Blaise Pascal.

Cuanto más matemáticas o informática haya en los estudios, menos chicas habrá. Estamos convencidos de que no es una cuestión de cerebro. Y esgrimimos 3 razones principales: la omnipresencia de los estereotipos sociales de género, la falta de modelos de identificación y el desconocimiento de las profesiones a las que conducen estos estudios. El objetivo de estas jornadas es, por tanto, ayudar a las participantes a identificar los estereotipos de género para intentar liberarse de ellos, descubrir modelos accesibles de identificación y conocer mejor las matemáticas, la informática y el sector digital. Se



FIGURA 3. Anuncio de un día “*filles, maths et informatique : une équation lumineuse*”

dirigen a chicas, de 3º a último curso de secundaria, con una “coloración científica” y

reúnen hasta 120 participantes en un centro de enseñanza superior. Cada año, organizamos unas 15 jornadas en toda Francia y queremos aumentar su número para llegar a las chicas que están geográficamente alejadas y/o provienen de entornos sociales o culturales desfavorecidos.

El programa de un día de duración está estructurado en torno a cuatro momentos clave:

- una conferencia de matemáticas o informática impartida por una joven investigadora o ingeniera,
- un taller sobre los estereotipos de género en relación con las matemáticas y la informática y/o las profesiones relacionadas con estos campos, o un taller sobre las profesiones de las matemáticas y la informática,
- un speed-meeting, una reunión en pequeños grupos con mujeres que han estudiado matemáticas o informática, o que trabajan en estos campos,
- una obra de teatro foro: interpretada en primer lugar por actores y actrices, muestra a una chica de *lycée* en el momento de elegir su orientación y enfrentarse al mundo que la rodea, luego el dramaturgo establece un diálogo crítico sobre el comportamiento de los personajes y propone a las chicas que reproduzcan ciertas escenas.

Estos días se reservan a las chicas para darles la oportunidad de expresarse con facilidad y de reflexionar tranquilamente sobre su elección de orientación y su futura vida profesional, sin tener que desempeñar un papel bajo la mirada de los chicos.

Como prolongación de la jornada, ofrecemos a las chicas varios documentos: el *Zoom Métiers des mathématiques, de la statistique et de l'informatique*, un documento con recursos sobre matemáticas e informática, así como sobre orientación profesional, y un folleto para sus padres. Les proponemos que presenten lo que hicieron durante la jornada a sus compañeros, chicos y chicas, que no asistieron. También les ofrecemos la oportunidad de ser tuteladas por una científica durante un año.

Para más información, visite el sitio web de Mujeres en las Matemáticas.

<https://femmes-et-maths.fr/de-lecole-au-lycee/filles-et-maths-une-equation-lumineuse/>

## 6. Acciones internacionales de Animath

Desde 2010, la asociación Animath desarrolla una actividad internacional basada en la creación y el seguimiento de clubes extraescolares de bachillerato, con el objetivo de motivar a los estudiantes a realizar estudios científicos superiores y despertar su interés por futuros estudios en Francia. El club del instituto, que cuenta con un número casi igual de chicas y chicos, se reúne regularmente en pequeños grupos para resolver problemas “exóticos”. Está supervisado por profesores locales y, a distancia, por matemáticos franceses que conocen las actividades extraescolares. El espíritu es el de un seminario de investigación más que el de un aula. Cada año el club organiza una sesión intensiva de una semana para un público más amplio y con la participación de Animath.

En Europa, se inició en 2010 con el hermanamiento de clubes de secundaria franceses y rumanos que condujo a la participación de Rumanía en la competición por

equipos de la ITYM. Esta cooperación franco-rumana, extendida a Moldavia, fue retomada, ampliada y extendida a más de diez institutos de cinco países europeos por MATH.en.JEANS. Esto dio lugar a la muy activa Red ERASMUS+ “Maths&Languages” con un fuerte componente de comparación y enriquecimiento de los métodos de enseñanza propios de cada país. Cabe destacar que los actores del proyecto han redactado una guía de referencia para todos aquellos que quieran o vayan a crear un taller de Matemáticas y Lenguas<sup>6</sup>.

En Kosovo, la creación de un club de bachillerato en 2013, seguido de un segundo club a nivel de licenciatura, ha hecho posible la celebración de sesiones de verano muy concurridas y que varios estudiantes estudien matemáticas hasta la tesis en Francia, Alemania o Estados Unidos. Animath ha iniciado la organización de una semana de preparación para la Olimpiada Internacional común a los tres equipos búlgaro, francés y rumano, en Craiova en 2018, en Pierrefonds en 2019.

En el África subsahariana, en siete países francófonos, Animath coordina una treintena de clubes matemáticos extraescolares de secundaria. Iniciado en Camerún en 2011, y ampliado progresivamente a otros seis países (Benín, Burkina Faso, Congo-Kinshasa, Congo-Brazzaville, Costa de Marfil, Senegal), el apoyo de Animath a una treintena de clubes se realiza desde 2018 en el marco de un acuerdo con Campus-France. Todos los años se celebran “foros de matemáticas” de una semana de duración para estudiantes de secundaria en forma de cursos amistosos de introducción a la investigación. Los más destacados son los de Kinshasa, Senegal y Camerún, donde el socio es una organización no gubernamental de matemáticos voluntarios, reconocida por el Ministerio<sup>7</sup>. En 2019, ocho sesiones en seis países reunieron a unos 450 estudiantes y un centenar de sus profesores. Al final de cada sesión, los alumnos escriben sus propias evaluaciones, solos o en grupo. Estas evaluaciones, a menudo conmovedoras, demuestran el profundo cambio en su visión de las matemáticas.

En Senegal, Animath ha firmado un acuerdo con la televisión educativa privada Télé-Ecole y desde mayo de 2020 emite programas semanales de matemáticas: problemas propuestos de una semana a otra y vídeos de divulgación de AuDiMaths. Se calcula que el público habitual es de unos 6000 estudiantes de secundaria. Un segundo acuerdo prevé que Promo-maths produzca, con la ayuda de Animath, vídeos de matemáticas extraescolares para su difusión por Télé-Ecole. Estos programas, todos ellos libres de derechos, pueden emitirse en todo el África francófona.

Y entonces llegó el coronavirus. La llegada de la pandemia rompió bruscamente el impulso de las actividades extraescolares. Sobre todo porque pocos estudiantes africanos tienen el equipo necesario y acceso a Internet. Y que pocos de sus profesores

---

<sup>6</sup>“Maths&languages guide. Mathematics research workshops held in a foreign language in secondary schools”

<sup>7</sup>en Camerún: Promo-maths [www.promomaths.com/](http://www.promomaths.com/); en Senegal, RC2S (red de clubes científicos en Senegal): [https://www.facebook.com/rc2s.sn/?ref=page\\_w\\_internal](https://www.facebook.com/rc2s.sn/?ref=page_w_internal); en Congo-RDC: SDI (sinergia para el desarrollo integral del Congo) [https://www.facebook.com/Synergie-Pour-le-Développement-Intégral-du-Congo-441310016031756/?ref=page\\_w\\_internal](https://www.facebook.com/Synergie-Pour-le-Développement-Intégral-du-Congo-441310016031756/?ref=page_w_internal)

han adquirido la experiencia necesaria. A pesar de ello, en Camerún Promo-maths pudo organizar en 2020-21 tanto la competición de criptografía a distancia Alkindi con 350 participantes de 13 a 15 años, como presentar dos equipos -junior y senior- en la Olimpiada Francófona de Matemáticas (OFM) implementada por Animath, con dos medallistas de bronce entre los seniors.

Cuando vuelvan a ser posibles los desplazamientos desde Francia y las reuniones de los clubes de bachillerato, Animath estudiará con sus socios africanos la difusión de las iniciativas desmaterializadas puestas en marcha (Alkindi, OFM, televisión, ...) y la reanudación de la creación paciente de clubes de bachillerato, potenciando la experiencia adquirida de la formación a distancia.

En China, desde 2014, Animath se encarga de la parte científica del concurso “Contar con el otro”, apoyado por la Embajada de Francia y el MENJS, en colaboración con la Asociación China de Educación para el Intercambio Internacional. El concurso está dirigido a estudiantes de 10º grado de Francia y China y permite que una veintena de ganadores de cada país obtengan un premio. Se han celebrado tres ediciones en 2014, 2017 y 2019. Las pruebas están diseñadas por un equipo franco-chino, y cada estudiante compone en su propia lengua. La construcción de los temas del concurso es una oportunidad para intercambiar sobre la enseñanza de las matemáticas en Francia y en China.

En 2020, Animath participó en la CACIE-2020 (Conferencia Anual de China para la Educación Internacional y Exposición). Una sesión organizada con representantes de Animath y MATH.en.JEANS, un profesor de matemáticas francés en China y expertos chinos permitió debatir sobre experiencias y métodos para desarrollar entre los jóvenes el espíritu de investigación y la curiosidad por las matemáticas, tanto en el ámbito escolar como extraescolar. La próxima conferencia CACIE-2021 tendrá lugar en octubre de 2021 en Pekín<sup>8</sup>.

## 7. Actores en la divulgación de las matemáticas

Estas actividades son llevadas a cabo por estructuras institucionales (dentro de universidades u organizaciones de investigación y en escuelas, museos y centros científicos), por sociedades científicas y asociaciones profesionales, por asociaciones nacionales o regionales dedicadas, por editoriales... Estas estructuras mantienen múltiples relaciones y frecuentemente trabajan juntas. Citemos en particular:

- instituciones, vinculadas a los grandes institutos de investigación: CNRS, INRIA Instituto nacional de investigación en informática y control, a los ministerios encargados de la educación nacional<sup>9</sup> o educación superior: IREM, IHP, CIRM, MMI, Fundación matemática Jacques Hadamard (FMJH), Fundación de Ciencias Matemáticas de París (FSMP), Labex Lebesgue, Fundación Blaise Pascal (FBP));

<sup>8</sup><http://39.104.49.110/f/home/2019?langType=en>

<sup>9</sup>puede consultarse el sitio Eduscol, sección Matemáticas e informática <https://eduscol.education.fr/2045/culture-scientifique-technique-et-industrielle>

- Sociedades y asociaciones profesionales : SMF, SMAI, SFdS, APMEP, *femmes et mathématiques*;
- grandes asociaciones nacionales como Animath, MATH.en.JEANS, Kangourou, *Fédération Française des Jeux Mathématiques* (FFJM), CIJM, o asociaciones regionales<sup>10</sup>: *Maths pour Tous*, *Science ouverte*, *Maths en Scène*, *Fermat Science*, *la Grange des maths*, *Plaisir Maths...*;
- editoriales (dedicadas a las matemáticas como Tangente, especializada en ciencias o más generalista) y otras empresas comerciales.

Algunas personalidades también participan en la divulgación de las matemáticas en Francia, con diversas acciones (películas, canales de vídeo, espectáculos, cuentos, libros...), se puede pensar en Etienne Ghys, Mickaël Launay, Manu Houdart, Houria Lafrance, Marie Lhuissier, Olga Paris-Romaskevich,... es imposible citarlos a todos.

Vamos a dar algunos elementos sobre la fundación Blaise Pascal<sup>11</sup> que fue creada en 2016. Se trata de una fundación nacional que tiene como objetivo promover, apoyar, desarrollar y perpetuar acciones de mediación científica en matemáticas e informática para todos los ciudadanos. Sus acciones se dirigen especialmente a las mujeres jóvenes y a los estudiantes social y geográficamente desfavorecidos. Por ejemplo, las jornadas “Chicas, matemáticas e informática: una ecuación luminosa” organizadas por Animath y *femmes et mathématiques* descritas en la sección 5 cuentan con el apoyo de la FBP. La ambición de la fundación es cambiar la percepción de las matemáticas y la informática haciendo que los jóvenes quieran invertir en estos conocimientos fundamentales, y volver a situar estas disciplinas en el centro de la formación de las nuevas generaciones para anticiparse a los empleos del mañana.

Subrayemos el importante papel de las IREM, que desarrollan, además de su actividad principal de investigación y formación de profesores, una importante actividad de divulgación de las matemáticas (cf. capítulo V, sección 2.6), movilizando a varios centenares de clases y a varias decenas de miles de alumnos, a veces de varios países, y pretendiendo dar a los alumnos y al público en general otra visión de la actividad matemática y fomentar los estudios científicos entre las chicas y en los círculos sociales modestos.

Por último, hay que señalar que se han identificado una serie de iniciativas en el marco del Año de las Matemáticas (capítulo I, sección 5.1), para las que se ha publicado una guía [75]. Hay otras ideas, otros concursos, como el de cómics “Burbujas en la plaza”, organizado por la revista online *Images des mathématiques* (ver sección 4) y que tuvo su 10ª edición en 2021, o premios como el *Prix d’Alembert* de la SMF, que pretende fomentar la difusión del conocimiento matemático a un gran público, o el Premio Tangente para estudiantes de secundaria. En relación con este premio de literatura

---

<sup>10</sup><http://www.maths-pour-tous.org/v2/> - <https://scienceouverte.fr/> - <https://lesmathsenscene.fr/> - <https://www.fermat-science.com/> - <https://www.la-grange-des-maths.fr/> - <https://www.plaisir-maths.fr/>

<sup>11</sup><https://www.fondation-blaise-pascal.org/>

matemática para estudiantes de secundaria, mencionemos la lista Littéramath<sup>12</sup>, que es el resultado de una asociación entre la APMEP, Tangente, la red IREM y Publimath.

---

<sup>12</sup><https://www.apmep.fr/-Litteramath>

## Índice alfabético

- ADIREM, assemblée des directeurs d'IREM, 5  
AED, assistant d'éducation, 37  
AMIES, agence pour les mathématiques en interaction avec l'entreprise et la société, 11  
APMEP, association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, 5  
ARDM, association pour la recherche en didactique des mathématiques, 5
- CACIE, China annual conference for international education and expo, 82  
CAPES, certificat d'aptitude au professorat de l'enseignement du second degré  
CAFEP, équivalent pour l'enseignement privé, 31  
CAPLP, certificat d'aptitude au professorat de lycée professionnel, 31  
CCSTI, centre de culture scientifique, technique et industrielle, 73  
CEDRE, cycle des évaluations disciplinaires réalisées sur échantillon, 13  
CFEM, commission française pour l'enseignement des mathématiques, 5  
CII, commission inter-IREM, 52  
CIII, commission inter-IREM informatique, 53  
CIJM, comité international des jeux mathématiques, 66, 67  
CIRM, centre international de rencontres mathématiques, 82  
CNESCO, centre national d'étude des systèmes solaires, 13  
CNFM, comité national français des mathématiques, 5  
CNP, conseil national des programmes, 19  
CNRS, Centre National de la Recherche Scientifique, 9  
CoP, comunidad de práctica, 42
- COPIRELEM, commission permanente des IREM sur l'enseignement élémentaire, 39  
COREM, centre d'observation et de recherche sur l'enseignement des mathématiques, 62  
CORFEM, commission de recherche sur la formation des enseignants de mathématiques du second degré, 39  
CPGE, classes préparatoires aux grandes écoles, 17  
CREM, commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, 23  
CRPE, concours de recrutement de professeur des écoles, 31  
CS-IREM, comité scientifique des IREM, 52  
CSP, conseil supérieur des programmes, 7
- DEMIPS, didactique et épistémologie des mathématiques, liens avec l'informatique et la physique, dans le supérieur, 38  
DEPP, Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance, 13  
DGESCO, direction générale de l'enseignement scolaire, 7
- EDD, enfoque documental de lo didáctico, 41  
EGLS, enseignement général lié à la spécialité, 21  
EMF, espace mathématique francophone, 6  
ENS, école normale supérieure, 58  
EPCC, études épistémologiques des pratiques contemporaines de chercheurs, 46  
ESPE, école supérieure du professorat et de l'éducation, 17  
ETM, espace de travail mathématique, 40  
EVAPM, évaluation des programmes de mathématiques, 65  
FBP, fondation Blaise Pascal, 82

- FUG, formalisateur, unificateur, généralisateur, 47
- GDR, groupement de recherche du CNRS, 38
- GFMV, grand forum des mathématiques vivantes, 10
- GREMA, groupe de réflexion sur l'enseignement des mathématiques en Afrique, 62
- HCERES, haut conseil de l'évaluation de la recherche et de l'enseignement supérieur, 60
- HPM, history and pedagogy of mathematics, 52
- IA-IPR, inspecteurs d'académie - inspecteurs pédagogiques régionaux, 55
- ICME, International Congress on Mathematical Education, 5
- ICMI, international commission on mathematical instruction, 5
- ICN, informatique et création numérique, 24
- Ifé, institut français de l'éducation, 13
- IGÉSR, Inspection générale de l'éducation, du sport et de la recherche, 5
- IHP, institut Henri Poincaré, 5
- INDRUM, international network for didactic research in university mathematics, 38
- INRIA, Institut national de recherche en sciences et technologies du numérique, 82
- INSERM, institut national de la santé et de la recherche médicale, 66
- INSMI, institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions, 26
- INSPE, institut national supérieur du professorat et de l'éducation, 17
- IREM, institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques, 7
- IREMPT, institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques, de la physique et de la technologie, 67
- IREM&S, institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques et des sciences, 50
- IRES, institut de recherche sur l'enseignement des sciences, 50
- ISN, informatique et sciences du numérique, 20
- ITYM, International Tournament of Young Mathematicians, 75
- IUFM, institut universitaire de formation des maîtres, 17
- LÉA, lieux d'éducation associés à l'Ifé, 41
- MAA, mathematical association of America, 48
- MEEF, métiers de l'enseignement de l'éducation et de la formation, 32
- MEN, ministère de l'éducation nationale, 26
- MENJS, Ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et des sports, 30
- MESRI, Ministère de l'enseignement supérieur, de la recherche et de l'innovation, 30
- mJFA, medias jornadas de formación en aprendizaje, 58
- MMI, maison des mathématiques et de l'informatique, 73
- MP, mathématiques et physique (CPGE), 21
- MP2I, mathématiques, physique, ingénierie et informatique (CPGE), 23
- MPI, mathématiques, physique et informatique (CPGE), 23
- MPS, méthodes et pratiques scientifiques, 20
- NSI, Numérique et sciences informatiques, 23
- OFM, Olympiade francophone de mathématiques, 82
- PC, physique et chimie (CPGE), 21
- PISA, programme for international student assessment, 13
- PNF, plan national de formation, 53
- PPPE, parcours préparatoire au professorat des écoles, 36
- PreNum-AC, production de ressources numériques pour l'enseignement des mathématiques au secondaire en Afrique centrale, 68
- PSI, physique et sciences de l'ingénieur (CPGE), 22
- PUFC, presses universitaires de Franche-Comté, 60
- PULIM, presses universitaires de Limoges, 60
- RMC, référents mathématiques de circonscription, 26
- SFDS, société française de statistique, 5
- SMAI, société de mathématiques appliquées et industrielles, 5
- SMF, société mathématique de France, 5
- STEM, science, technology, engineering and mathematics, 50
- SVT, sciences de la vie et de la Terre, 20
- TA, teoremas en acto, 41
- TAD, théorie anthropologique du didactique, 47
- TD, travaux dirigés, 38

- TICE, technologies de l'information et de la communication pour l'enseignement, 23
- TIMSS, trends in mathematics and science study, 13
- TPE, travaux personnels encadrés, 19
- TSD, théorie des situations didactiques, 47
- UE, unité d'enseignement, 36
- UFR, unité de formation et de recherche, 49
- UNESCO, united nations educational, scientific and cultural organization, 67
- UPS, union des professeurs de classes préparatoires scientifiques, 5

# Bibliografia

- [1] Abdallah, E. (2021). Les mathématiques discrètes dans l'enseignement supérieur : une approche épistémologique et didactique. Thèse, Université de Reims (France) et Université Libanaise (Liban).
- [2] Académie des sciences (Avis et recommandations, novembre 2010). La formation continue des professeurs enseignant les sciences à l'école, au collège, au lycée.
- [3] Académie des sciences (rapport, mai 2013) : L'enseignement de l'information en France. Il est urgent de ne plus attendre. <https://www.academie-sciences.fr/fr/Rapports-ouvrages-avis-et-recommandations-de-l-Academie/1-enseignement-de-l-informatique-en-france-il-est-urgent-de-ne-plus-attendre.html> ou [https://www.academie-sciences.fr/pdf/rapport/rads\\_0513.pdf](https://www.academie-sciences.fr/pdf/rapport/rads_0513.pdf)
- [4] Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 205–224.
- [5] Arnoux, P. (2018). Curriculum construction in France : Some remarks. In Y. Shimizu & R. Vithal (Eds.), *School Mathematics Curriculum Reforms: Challenges, Changes and Opportunities*. Proceedings of ICMI Study 24 Conference (pp. 491-499). Tsukuba : University of Tsukuba. [https://drive.google.com/file/d/1xR0Q0jI8X\\_mJb5mmhH-G\\_0qoMaFE54Gy/view](https://drive.google.com/file/d/1xR0Q0jI8X_mJb5mmhH-G_0qoMaFE54Gy/view)
- [6] Aldon, G. Cusi, A., Schacht, F., Swidan, O. (2021). Teaching Mathematics in a Context of Lockdown: A Study Focused on Teachers' Praxeologies. *Educ. Sci.* 2021, 11(2), 38.
- [7] Arsac, J. (1989). La didactique de l'informatique : un problème ouvert ? In Colloque francophone sur la didactique de l'informatique. Université René Descartes Paris (pp. 9–18).
- [8] Artigue, M., Batanero, C., & Kent, P. (2007). Learning mathematics at post-secondary level. In F. Lester (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.1011- 1049). Information Age Publishing, Inc., Greenwich, Connecticut.
- [9] Artigue, M., Bosch, M., Chaachoua, H., Chellougui, F., Chesnais, A., Durand-Guerrier, V., Knipping, C., Maschietto, M., Romo-Vasquez, A., & Trouche, L. (2019) The French Didactic tradition in mathematics. In W., Blum, M., Artigue, M. A. Mariotti, R. Sträßer, & M. Van den Heuvel-Panhuizen, M. *European Traditions in Didactics of Mathematics*. (pp.11-56) New York, NY: Springer.
- [10] Artigue, M., Rinaldi, A.M. (2012). Design, curriculum et contrat social dans l'enseignement des mathématiques en France – Une étude de cas dans le cadre des tables rondes EMF2012 : Évolutions curriculaires récentes dans l'enseignement des mathématiques de l'espace francophone. In, Dorier J-L., Coutat S. (Eds), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012 (Plénières, pp. 24-52)*.
- [11] Assude, T., Perez, J. M., Suau, G., Tambone, J., & Vérillon, A. (2014). Accessibilité didactique et dynamique topogénétique: une étude de cas. *Recherches en didactique des mathématiques*, 34(1), 33–57.
- [12] Baily, C. & Finkelstein, N. D. (2010). Teaching and understanding of quantum interpretations in modern physics courses. *Physical Review-Special Topics Physics Education Research*, 6 (010101).
- [13] Barbin, É., Guichard, J.-P., Moyon, M., Guyot, P., Morice-Singh, C., Métin, F., Bühler, M., Tournès, D., Chorlay, R., Hamon, G. (2018) *Let history into the classroom*. Springer, *History of Mathematics Education*. ([http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/let\\_history\\_into\\_the\\_mathematics\\_classroom.pdf](http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/let_history_into_the_mathematics_classroom.pdf)).
- [14] Barrier, T., Durand-Guerrier, V. & Mesnil, Z. (2019). L'analyse logique comme outil pour les études didactiques en mathématique. *Education et Didactique*, 13-1, 61-81.
- [15] Battie, V. (2007). Exploitation d'un outil épistémologique pour l'analyse des raisonnements d'élèves confrontés à la résolution de problèmes arithmétiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 27(1), 9-43.
- [16] Battie, V. (2009). Proving in number theory at the transition from the secondary level to the tertiary level: between organizing and operative dimensions. In Lin F., Hsieh F.-J., Hanna G., & De Villiers M.

- (Eds.), Proceedings of the ICMI Study 19 conference: Proof and Proving in Mathematics Education (pp. 71-76). The Department of Mathematics, National Taiwan Normal University Taipei, Taiwan.
- [17] Bergé, A. (2016) Le rôle de la borne supérieure (ou supremum) dans l'apprentissage du système des nombres réels. In E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.), Proceedings of the First Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2016, 31 March-2 April 2016) (pp. 33-42). Montpellier, France: University of Montpellier and INDRUM.
- [18] Bilan de l'Année des mathématiques, Institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions (2021). [https://www.insmi.cnrs.fr/sites/institut\\_insmi/files/download-file/bilan-annee-mathsVF.pdf](https://www.insmi.cnrs.fr/sites/institut_insmi/files/download-file/bilan-annee-mathsVF.pdf)
- [19] Bloch I., Gibel, P. (2019). A model to analyze the complexity of calculus knowledge at the beginning of University course – presentation and examples. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 24, 183-205.
- [20] Bloch I., Gibel, P. (2016). A model to analyse the complexity of calculus knowledge at the beginning of University course. In E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.), Proceedings of the First Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2016, 31 March-2 April 2016) (pp. 43-52). Montpellier, France: University of Montpellier and INDRUM.
- [21] Bloch I., Gibel, P. (2011). Un modèle d'analyse des raisonnements dans les situations didactiques : étude des niveaux de preuves dans une situation d'enseignement de la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31-2, 191-228.
- [22] Bridoux, S., de Vleeschouwer, M., Grenier-Boley, N., Khanfour-Armalé, R., Lebrun, N., Mesnil, Z. & Nihoul, C. (2020). The professional identity of teacher-researchers in mathematics. In T. Hausberger, M. Bosch & F. Chelloughi (Eds.), Proceedings of the Third Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2020, 12-19 September 2020) (pp. 219-228). Bizerte, Tunisia: University of Carthage and INDRUM.
- [23] Burton, L. (2001). Research Mathematicians as Learners-and what mathematics education can learn from them. *British Educational Research Journal*, 27(5), 589-599.
- [24] Cadrage des concours à partir de la session 2022
- CRPE : <https://www.legifrance.gouv.fr/jorf/id/JORFTEXT000043075701>
  - CAPES : <https://www.legifrance.gouv.fr/jorf/id/JORFTEXT000043075486>
  - CAPLP : <https://www.legifrance.gouv.fr/jorf/id/JORFTEXT000043075622>
- [25] Cartier, L. (2008). Le graphe comme outil pour enseigner la preuve et la modélisation. Thèse. Université Grenoble 1.
- [26] Chellougui, F. (2009). L'utilisation des quantificateurs universel et existentiel en première année d'université, entre l'explicite et l'implicite. *Recherches en didactique des mathématiques*, 29-2, 123-154.
- [27] Chorlay, R. (2018). An empirical study of the understanding of formal propositions about sequences, with a focus on infinite limits. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, S. Goodchild & N.M Hogstad (Eds.), Proceedings of the Second Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2018, 5-7 April 2018) (pp. 24-33). Kristiansand, Norway: University of Agder and INDRUM.
- [28] Chorlay, R. (2019). A Pathway to a Student-Worded Definition of Limits at the Secondary-Tertiary Transition. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 5 (3), 267-314.
- [29] CNESCO (2020). La formation continue et le développement professionnel des personnels d'éducation. [http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2021/03/Cnesco\\_CCI\\_formation\\_continue\\_Dossier\\_de\\_synthese\\_210226.pdf](http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2021/03/Cnesco_CCI_formation_continue_Dossier_de_synthese_210226.pdf)
- [30] Colmez, François, Cécile de Hosson, Joëlle Pichaud, Aline Robert, Hommage à André Revuz, L'engagement universitaire, l'héritage didactique. Laboratoire de didactique André Revuz (2010). hal-02345760
- [31] Commission inter-IREM Collège (2016). Agrandir, réduire... dans tous les sens. APMEP <https://www.univ-irem.fr/spip.php?article1461>

- [32] Commission inter-IREM Histoire et Épistémologie, Barbin, E. et Maltret, J.-L. (éditeurs) (2015). Les mathématiques méditerranéennes : d'une rive et de l'autre. Actes du colloque Inter-IREM Epistémologie et Histoire des mathématiques Marseille France 2013. <https://www.univ-irem.fr/spip.php?article1167>
- [33] Commission inter-IREM Pop'Maths (2019). Panoramath'7. Collection Panoramath, Co-édition CIJM-IREM-APMEP.
- [34] Commission inter-IREM TICE sous la direction de Deleuze, G. et Padilla, P.(2015). Créer avec GeoGebra - Exemples de réalisations et fiches techniques. IREM de Paris, ré-édité par Cassini. Ressource augmentée en ligne <https://tice.univ-irem.fr/lexique/co/site.html>
- [35] Commission inter-IREM Université (2017). Limites de suites réelles et de fonctions numériques d'une variable réelle : constats, pistes pour les enseigner. IREM de Paris [https://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/version\\_finale.pdf](https://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/version_finale.pdf)
- [36] COPIRELEM (depuis 2017). Malette maternelle : la construction du nombre. ARPEME, <http://www.arpeme.fr/m2ep/>
- [37] Coppé, S. (2018). Évaluation et didactique des mathématiques : vers de nouvelles questions, de nouveaux travaux. *Revue Mesure et Évaluation en Éducation*. 41(1), 7-39.
- [38] Cornu, B., & Ralston, A. (1992). The influence of computers and informatics on mathematics and its teaching (Vol. 44). Unesco.
- [39] Cour des comptes (octobre 2017), Gérer les enseignants autrement. Une réforme qui reste à faire. Rapport public thématique
- [40] d'Enfert, Renaud et Gispert, Hélène. Une réforme à l'épreuve des réalités : le cas des "mathématiques modernes" au tournant des années 1970, [https://halshs.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/536328/filename/Reforme\\_Math\\_1970.pdf](https://halshs.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/536328/filename/Reforme_Math_1970.pdf).
- [41] DeBellis, V.A. Rosenstein, J.G. (2004). Discrete mathematics and Proof in the High School. *ZDM*, 36(2,3), 44–84, 82–116.
- [42] de Hosson, C. Décamp, N, Morand, E., & Robert, A. (2015). Approcher l'identité professionnelle d'enseignants universitaires de physique: un levier pour initier des changements de pratiques pédagogiques. *Recherches en Didactique des Sciences et des Technologies*, 11, 161-190.
- [43] Deloustal-Jorrand, V. (2004). L'implication mathématique : étude épistémologique et didactique. Étude sous trois points de vue : raisonnement déductif, logique formelle et théorie des ensembles. Thèse. Université J. Fourier, Grenoble 1.
- [44] Derouet, C. (2019). Co-construction d'une séquence d'enseignement articulant lois à densité et calcul intégral en terminale S : présentation d'une méthodologie de type ingénierie didactique collaborative. In S. Coppé, É. Roditi, V. Celi, F. Chellougui, F. Tempier, C. Allard,... M. Kiwan-Zacka (Eds.), *Nouvelles perspectives en didactique : géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques* (pp. 487–494). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- [45] DIMACS. (2001). Center for Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science: Educational Program. <http://dimacs.rutgers.edu/Education>
- [46] Dorier, J.-L. (Ed.) (1997). L'algèbre linéaire en question, collection Bibliothèque de Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- [47] Dorier, J.-L. & Sierpiska, A. (2001). Research into the teaching and learning of linear algebra. In D. Hoton (ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level*. Dordrecht: Kluwer.
- [48] Durand-Guerrier, V. & Arsac, G. (2005). An epistemological and didactic study of a specific calculus reasoning rule. *Educational Studies in Mathematics*, 60(2), 149-172.
- [49] Durand-Guerrier, V., Meyer, A. & Modeste, S. (2020). Didactical issues at the interface of mathematics and computer science. In: G. Hanna, M. De Villiers (eds), *Proof Technology in Mathematics Research and Teaching*, 115-138.
- [50] Durand-Guerrier, V., Boero, P., Douek, N., Epp, S. & Tanguay, D. (2012). Examining the Role of Logic in Teaching Proof. In G. Hanna & M. de Villiers (eds), *ICMI Study 19 Book: Proof and Proving in Mathematics Education* (p. 369- 389). New-York : Springer.
- [51] Durand-Guerrier, V., Hochmuth, R., Nardi, E. & Winsløw, C. (2021) (Eds.). *Research and development in University Mathematics Education*. Collection ERME Series, Routledge Editions.

- [52] Durand-Guerrier, V., Kazima, M., Libbreht, P., Njomgang Ngansop, J.L., Salekhova, L.N., Tuktamyshev, N., Winslow C. (2016). Challenges and Opportunities for Second Language Learners in Undergraduate Mathematics. In Barwell, R., Clarkson, P., Halai, A., Kazima, M., Moschkovich, J., Planas, N., Phakeng, M., Valero, P., Villavicencio Ubillús, M. (Eds.), *Mathematics Education and Language Diversity, The 21st ICMI Study* (pp.85-101). Springer.
- [53] Durand-Guerrier V., & Tanguay D. (2018). Working on proofs as contributing to conceptualization – The case of R Completeness. In Stylianides A.J., Harel G. (eds), *Advances in Mathematics Education Research on Proof and Proving. An international perspective* (pp.19-34). Springer.
- [54] Durand-Guerrier, V., & Vivier, L. (2016). Densité de  $\mathbb{D}$ , complétude de  $\mathbb{R}$  et analyse réelle. Première approche. In E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.), *Proceedings of the First Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2016, 31 March-2 April 2016)* (pp. 143-152). Montpellier, France: University of Montpellier and INDRUM.
- [55] El Hage, S. & Ouvrier-Bufferet, C. (2018). Les démarches de chercheurs en physique et en mathématiques. Enjeux didactiques d'une nouvelle approche épistémologique. *Recherches en Éducation*, 34, 106-126.
- [56] Fluckiger, C. (2019). *Une didactique de l'informatique scolaire*. Presses Universitaires de Rennes.
- [57] Gandit, M. (2009). *Étude épistémologique et didactique de la preuve en mathématiques et de son enseignement. Une ingénierie de formation*. Thèse, Université Joseph Fourier, Grenoble I.
- [58] Gandit, M., Meninni, C. (2019). *Brèves hebdomadaires des IREM (1 à 35)*. Portail des IREM. <http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique513>
- [59] Gaona, J. (2018). *Elaboration d'une base d'exercices en ligne comme processus de formation des professeurs de mathématiques*. Thèse de didactique des disciplines, spécialité didactique des mathématiques. Université Paris Diderot.
- [60] Gardes, M.-L. (2013). *Étude de processus de recherche de chercheurs, élèves et étudiants, engagés dans la recherche d'un problème non résolu en théorie des nombres*. Thèse, Université Lyon 1.
- [61] Gibel, P. (2020). *Analyse en théorie des situations didactiques d'une ingénierie visant une première approche de la notion de limite finie d'une suite*. *Revue Québécoise De Didactique Des Mathématiques*, 1, 153-189.
- [62] Grapin, N. (2015). *Étude de la validité de dispositifs d'évaluation et conception d'un modèle d'analyse multidimensionnelle des connaissances numériques des élèves de fin d'école*, Thèse de Doctorat, Université Paris-Diderot.
- [63] Grenier, D., & Payan, C. (1998). Spécificité de la preuve et de la modélisation en mathématiques discrètes. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18(2), 59–100.
- [64] Grenier-Boley, N. (2019). *La recherche en mathématiques : une ressource pour les didacticiens ? Habilitation à Diriger des Recherches*, Université Paris Diderot.
- [65] Grenier-Boley, N., Nicolás, P., Strømshag, H. & Tabchi, T. (2021). *Mathematics teaching practices at university level*. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, E. Nardi & C. Winsløw (Eds.), *Research and development in University Mathematics Education*. Collection ERME Series, Routledge Editions.
- [66] Groupe collège de l'IREM de Poitiers (depuis ). *Enseigner les mathématiques au cycle 4 à partir des grandeurs*. (Collection) IREM de Poitiers. [http://irem2.univ-poitiers.fr/portail/index.php?option=com\\_content&view=article&id=180&Itemid=197](http://irem2.univ-poitiers.fr/portail/index.php?option=com_content&view=article&id=180&Itemid=197)
- [67] Groupe collège de l'IREM de Poitiers (depuis ). *Enseigner les mathématiques au cycle 3 à partir des grandeurs*. (Collection) IREM de Poitiers. [http://irem2.univ-poitiers.fr/portail/index.php?option=com\\_content&view=article&id=180&Itemid=197](http://irem2.univ-poitiers.fr/portail/index.php?option=com_content&view=article&id=180&Itemid=197)
- [68] Gueudet, G. (2008) Investigating the secondary–tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics*, 67 (3), 237-254.
- [69] Gueudet, G., Bueno-Ravel, L., Modeste, S., & Trouche, L. (2017). *Curriculum in France: a national frame in transition*. In D. Thompson, M.A. Huntley, & C. Suurtamm, *International Perspectives on Mathematics Curriculum* (pp. 41-70). Charlotte, NC: International Age Publishing
- [70] Gueudet, G., Buteau, C., Mesa, V., & Misfeldt, M. (2014). *Instrumental and documentary approaches: from technology use to documentation systems in university mathematics education*. *Research in Mathematics Education*, 16(2), 139-155.

- [71] Gueudet, G., & Parra, V. (2017). Teachers' collective documentation work: a case study on tolerance intervals. In T. Dooley & G. Gueudet (Eds) *Proceedings of the Tenth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education*, (pp.3707-3715) Dublin, Ireland.
- [72] Gueudet, G., Pepin, B., Sabra, H., & Trouche, L. (2016). Collective design of an e-textbook: teachers' collective documentation. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(2-3), 187-203.
- [73] Gueudet, G., & Thomas, M. (2018). The secondary-tertiary transition in mathematics. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer.
- [74] Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199-218.
- [75] Guide National Année des mathématiques 2019-2020 (MENJ, MESRI, CNRS) [https://cache.media.eduscol.education.fr/file/CST/90/2/guide-national-maths\\_A5/\\_1183902.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/CST/90/2/guide-national-maths_A5/_1183902.pdf)
- [76] Hache, C. & Mesnil, Z. (2015). Pratiques Langagières et preuves. Actes du 22e colloque de la COR-FEM. Nîmes, juin 2015. Online : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01285116v1>
- [77] Harel, G. (2000). Three principles of learning and teaching mathematics: Particular reference to linear algebra - Old and new observations. In J.-L. Dorier (Ed.), *On the Teaching of Linear Algebra* (pp.177-190). Kluwer Academic Publishers.
- [78] Hart, E., & Sandefur, J. (2018). Teaching and Learning Discrete Mathematics in the School Curriculum Worldwide. An ICME-13 Monograph. Springer.
- [79] Hausberger, T. (2017). La dialectique objets-structures comme cadre de référence pour une étude didactique du structuralisme algébrique. *Education et Didactique*, 11(2), 131-151.
- [80] Hausberger, T. (2018). Structuralist Praxeologies as a Research Program on the Teaching and Learning of Abstract Algebra. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 4(1), 74-93.
- [81] Hausberger, T. (2018). Abstract Algebra Teaching and Learning. In S. Lerman (ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer.
- [82] Heublein, U. (2014). Student Drop-out from German Higher Education Institutions. *European Journal of Education*, 49(4), 497-513.
- [83] Horoks J. & Pilet J. (2015) Etudier et faire évoluer les pratiques d'évaluation des enseignants de mathématiques en algèbre au collège dans le cadre d'un Léa. In Theis, L. (Ed.), *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeu et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage*, Actes du 6e colloque Espace Mathématique Francophone (EMF2015 – GT9, 10-14 octobre 2015) (pp. 791–804). Alger, Algérie : Faculté de Mathématiques.
- [84] Rapport IGAENR no 2015-024 (mai 2015). Bilan qualitatif des emplois d'avenir professeur.
- [85] INDRUM (2018). <https://hal.archives-ouvertes.fr/INDRUM/>
- [86] Jaworski, B. & Matthews, J. (2011). How we teach mathematics: discourses on/in university teaching. In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2022-2032). Rzeszów, Poland: University of Rzeszów and ERME.
- [87] Jovignot, J. (2020). Etude de la transposition didactique du concept d'idéal : écologie des savoirs et problématique de l'entrée dans la pensée structuraliste, en France et en Suisse. Thèse, Université de Montpellier.
- [88] Kahane, J.-P. (2002). Enseignement des sciences mathématiques : Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques : Rapport au ministre de l'éducation nationale (CNDP). Odile Jacob. <http://www.cfem.asso.fr/ressources/rapports-enseignement-mathematiques/commission-kahane>
- [89] Kuzniak, A., Montoya, E., Vandebrouck, F., & Vivier, L. (2015). Le travail mathématique en analyse de la fin du secondaire au début du supérieur : identification et construction, cours à la 18ième école d'été de didactique des mathématiques, In Y. Matheron, G. Gueudet et al. (Ed.), *Enjeux et débats en didactique des mathématiques* (pp 47-66). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- [90] Kuzniak, A., Tanguay, D., & Elia, I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction. *ZDM Mathematics Education*, 48, 721–737.

- [91] Lalaude, M. (2016). L'enseignement de l'algèbre linéaire au niveau universitaire – Analyse didactique et épistémologique. Thèse de l'Université de Pau et des Pays de l'Adour.
- [92] Lalaude, M., Gibel, P., Bloch, I., Lévi, L. (2018). A TDS analytical framework to study students' mathematical activity - An example: linear transformations at University. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, S. Goodchild & N.M. Hogstad (Eds), Proceedings of INDRUM 2018 – Second conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (p. 234-243). University of Agder, Kristiansand: Norway.
- [93] Loutesse, P., Vila Valls, A., Héraud, J.L. & Chabot, H. (2015). Teaching quantum physics in upper secondary school in France: 'quanton' versus 'wave-particle' duality, two approaches of the problem of reference. *Science & Education*, 24 (7), 937-955.
- [94] Laval, D. (2018). L'algorithmique au lycée entre développement de savoirs spécifiques et usage dans différents domaines mathématiques. Thèse de l'Université Paris Diderot Paris 7, retrieved at <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01943971v1>
- [95] Lockwood, E., Ellis, A. & Lynch, A. (2016). Mathematicians' example-related activity when exploring and proving conjectures. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 2(2), 165-196.
- [96] Loisy, C., Sabra, H., Courtney, S. A., Rocha, K., Glasnović Gracin, D., Aldon, G., Front, M., Gardes, M.-L., Taranto, E., Arzarello, F. & Robutti, O. (2019). Analyzing Teachers' Work with Resources: Methodological Issues. In Trouche, L., Gueudet, G., Pepin, B. (eds), *The "Resource" Approach to Mathematics Education*. (p. 257-321). New York, NY: Springer.
- [97] Masselin, Blandine & al (2020) Ingénierie de formation en mathématiques de l'école au lycée: des réalisations inspirées des Lesson Studies. Presses Universitaires de Rouen et du Havre. <https://hal-normandie-univ.archives-ouvertes.fr/hal-03198032>
- [98] Mesa, V., & Griffiths, B. (2012). Textbook mediation of teaching: An example from tertiary mathematics instructors. *Educational Studies in Mathematics*, 79, 85-107.
- [99] Mesnil, Z. (2014). La logique : d'un outil pour le langage et le raisonnement mathématiques vers un objet d'enseignement. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot, Paris.
- [100] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche et ADIREM (2016). Mathématiques et maîtrise de la langue. Eduscol, cycles 3 et 4, Mathématiques, Ressources transversales. [https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ressources\\_transversales/99/6/RA16\\_C3C4\\_MATH\\_math\\_maitr\\_lang\\_N.D\\_600996.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ressources_transversales/99/6/RA16_C3C4_MATH_math_maitr_lang_N.D_600996.pdf)
- [101] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche et ADIREM (2016). Mathématiques et quotidien. Eduscol, cycles 3 et 4, Mathématiques, Ressources transversales. [https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ressources\\_transversales/99/8/RA16\\_C3\\_C4\\_MATH\\_math\\_et\\_quotidien\\_600998.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ressources_transversales/99/8/RA16_C3_C4_MATH_math_et_quotidien_600998.pdf)
- [102] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche et ADIREM (2016). Les mathématiques par les jeux. Eduscol, cycles 3 et 4, Mathématiques, Ressources transversales. [https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Maths\\_par\\_le\\_jeu/92/4/01-RA16\\_C3\\_C4\\_MATH\\_math\\_jeu\\_641924.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Maths_par_le_jeu/92/4/01-RA16_C3_C4_MATH_math_jeu_641924.pdf)
- [103] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche et ADIREM (2016). Mathématiques, monde économique et professionnel et parcours Avenir. Eduscol, cycles 3 et 4, Mathématiques, Ressources transversales. [https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ressources\\_transversales/99/6/RA16\\_C3C4\\_MATH\\_math\\_maitr\\_lang\\_N.D\\_600996.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ressources_transversales/99/6/RA16_C3C4_MATH_math_maitr_lang_N.D_600996.pdf)
- [104] Modeste, S. (2012). Enseigner l'algorithme pour quoi ? Quelles nouvelles questions pour les mathématiques ? Quels apports pour l'apprentissage de la preuve ? Thèse de l'Université de Grenoble.
- [105] Montoya Delgadillo E., Páez Murillo, R-E., Vandebrouck F., Vivier L. (2018) Deconstruction with Localization Perspective in the Learning of Analysis. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 4(1), 139–160.
- [106] Montoya Delgadillo, E. & Vivier, L. (2016). Mathematical Working Spaces and Paradigms as an analysis tool for the teaching and learning of analysis. *ZDM*, 48(6), 739-754.

- [107] Moyon, M., & Tournès, D., Dir. (2018). (Passerelles : enseigner les mathématiques par leur histoire en Cycle 3. Association pour l'élaboration et la diffusion de ressources pédagogiques sur l'enseignement des mathématiques à l'école (ARPEME) Bouc Bel Air, 2018 Collection : Ressources et formation. <http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique1597>. Site compagnon avec ressources complémentaires <http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique505>.
- [108] Nardi, N., Jaworski, B., & Hegedus, S. (2005). A Spectrum of Pedagogical Awareness for Undergraduate Mathematics: From tricks to techniques. *Journal for Research in Mathematics*, 36(4), 284-316.
- [109] Note d'information de la DEPP, no 12.23. (2012). PACEM (Projet pour l'acquisition de compétences par les élèves en mathématiques) : une expérimentation de formation continue d'enseignants en mathématiques. Résultats en sixième.
- [110] Note d'information de la DEPP, no 19.08. Mars 2019. L'évolution des performances en calcul des élèves de CM2 à trente ans d'intervalle (1987-2017).
- [111] Note d'information de la DEPP, no 19.33. Septembre 2019. Cedre 2007-2013-2018 – Sciences en fin de collège : des résultats en baisse.
- [112] Note d'information de la DEPP, no 19.48. Novembre 2019. Choix de trois spécialités en première générale à la rentrée 2019 : 15 combinaisons pour 80% des élèves.
- [113] Note d'information de la DEPP, no 21.22 Mai 2021. Des choix de spécialités plus classiques en première comme en terminale pour les élèves d'origine sociale favorisée.
- [114] Ouvrier-Bufferet, C. (2009). Maths à Modeler: Research-Situations for Teaching Mathematics. In Barbeau, E. & Taylor, P. (Eds.), *ICMI Study 16, Challenging Mathematics in and beyond the Classroom* (pp. 23-29). Springer.
- [115] Ouvrier-Bufferet C. (2013). Modélisation de l'activité de définition en mathématiques et de sa dialectique avec la preuve – Étude épistémologique et enjeux didactiques. Note de synthèse Habilitation à Diriger des Recherches. Université Paris Diderot.
- [116] Ouvrier-Bufferet, C. (2015). Modéliser l'activité de définition : vers de nouvelles perspectives en didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 35(3), 313-356.
- [117] Ouvrier-Bufferet, C., Meyer, A., & Modeste, S. (2018). Discrete mathematics at university level - Interfacing mathematics, computer science and arithmetic. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, S. Goodchild & N.M. Hogstad (Eds), *Proceedings of INDRUM 2018 – Second conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics* (p. 255-264). University of Agder, Kristiansand: Norway.
- [118] Pepin, B., & Gueudet, G. (2020). Studying teacher collaboration with the documentational approach: from shared resource to common schemes? *ICMI study 25, Teachers of mathematics working and learning in collaborative groups*. Lisboa, Portugal.
- [119] Pepin, B., Xu, B., Trouche, L., & Wang, C. (2017). Developing a deeper understanding of mathematics teaching expertise: Chinese mathematics teachers' resource systems as windows into their work and expertise. *Educational studies in Mathematics*, 94(3), 257-274, <http://rdcu.be/koXk>
- [120] Peteers, F. (2020). Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique pour l'étude des troubles des apprentissages en mathématiques. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 40(2), 223-268.
- [121] Peteers, F. & Ouvrier-Bufferet, C. (2019). Diagnosis tools of dyscalculia – contribution of didactics of mathematics to numerical cognition. In Jankvist, U. T., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Veldhuis, M. (Eds.). (2019). *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11)* (pp. 4664-4671). Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.
- [122] Petitfour, É. (2017). Outils théoriques d'analyse de l'action instrumentée, au service de l'étude de difficultés d'élèves dyspraxiques en géométrie. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 37(2-3), 247-288.
- [123] PISA 2015. Les défis du système éducatif français et les bonnes pratiques internationales (décembre 2016), OCDE.
- [124] Quéré, P.V. (2017). French engineers' training and their mathematical needs in the workplace: Interlinking tools and reasoning. In T. Dooley & G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress*

- of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education (pp. 2233–2240). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
- [125] Quéré, P.-V. (2019). Les mathématiques dans la formation des ingénieurs et sur leur lieu de travail : études et propositions (cas de la France). Thèse, Université de Bretagne Occidentale.
- [126] Rasmussen, C. & Borba, M. (2014). The Teaching and Learning of Calculus – In memoriam Arnold Kirsch. *ZDM*, 46(4), 635-646.
- [127] Rasmussen, C., Zandieh, M., King, K., & Teppo, A. (2005). Advancing Mathematical Activity: A Practice-Oriented View of Advanced Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(1), 51-73.
- [128] Ravel, L. (2003). Des programmes à la classe : étude de la transposition didactique interne. Exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité. Thèse, Université Joseph Fourier, Grenoble I.
- [129] Référentiel des compétences  
<https://www.education.gouv.fr/cid73215/le-referentiel-de-competences-des-enseignants-au-bo-du-25-juillet-2013.html>
- [130] Repères et références statistiques, Enseignements. Formation. Recherche (2020). DEPP <https://www.education.gouv.fr/reperes-et-references-statistiques-2020-1316>
- [131] Robert, A. (1998). Outils d'analyses des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université, *Recherches en didactique des mathématiques*, 18(2), 139-190.
- [132] Rocha, K. M. (2017). Uses of Online Resources and Documentational Trajectories: the Case of Sésamath. In L. Fan, L. Trouche, S. Rezat, C. Qi, & J. Visnovska (Eds.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and issues*. Springer.
- [133] Rogalski, M. (2016). Revenir au sens de la notion de limite par certaines de ses raisons d'être : un chantier pour le début de l'analyse à l'université. In E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.), *Proceedings of the First Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2016, 31 March-2 April 2016)* (pp. 133-142). Montpellier, France: University of Montpellier and INDRUM.
- [134] Sabra, H. & Trouche, L. (2011). Collective design of an online math textbook: when Individual and collective documentation works meet, In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2356-2366). Rzeszów, Poland: University of Rzeszów and ERME.
- [135] Sayac, N. (2018). Summative assessment in mathematics at French primary school: A study based on a didactic approach. *Classroom Assessment in Mathematics: Perspectives from around the Globe*, In M. Burton, A. Cusi, D. R. Thompson & D. Wright (Eds.), (pp.159-178). New York: Springer.
- [136] Selden, A. (2012) Transitions and proof and proving at tertiary level. In G. Hanna & M. de Villiers (eds), *ICMI Study 19 Book: Proof and Proving in Mathematics Education* (pp. 391-420). New-York : Springer.
- [137] Selden, J. & Selden, A. (1995). Unpacking the logic of mathematics statements. *Educational Studies in Mathematics*, 29(2), 123-151.
- [138] Shimizu, Y., Vithal, R. (2018). *School Mathematics Curriculum Reforms: Challenges, Changes and Opportunities. Proceedings of ICMI Study 24 Conference*. Tsukuba : University of Tsukuba.  
[https://drive.google.com/file/d/1xR0Q0jI8X\\_mJb5mmhH-G\\_0qoMaFE54Gy/view](https://drive.google.com/file/d/1xR0Q0jI8X_mJb5mmhH-G_0qoMaFE54Gy/view)
- [139] Socle commun de connaissances, de compétences et de culture (BO du 17 au 23 avril 2015)  
[http://cache.media.education.gouv.fr/file/17/45/6/Socle\\_commun\\_de\\_connaissances,\\_de\\_compетенces\\_et\\_de\\_culture\\_415456.pdf](http://cache.media.education.gouv.fr/file/17/45/6/Socle_commun_de_connaissances,_de_compетенces_et_de_culture_415456.pdf)
- [140] Socle commun des connaissances et des compétences (Décret du 11 juillet 2006)  
<http://cache.media.education.gouv.fr/file/51/3/3513.pdf>
- [141] Stratégie Mathématiques.  
<https://www.education.gouv.fr/cid84398/strategie-mathematiques.html>
- [142] Tabchi, T. (2021). Relation entre enseignement et recherche dans le travail documentaire des enseignants-chercheurs – cas de l'enseignement de la théorie des graphes. Thèse, Université de Reims (France) et Université Libanaise (Liban).
- [143] TIMSS 2019, 8e année. Cadre d'évaluation Mathématiques

- [144] Trouche, L., Gueudet, G., & Pepin, B. (2019). The “Resource” Approach to Mathematics Education. New York, NY: Springer.
- [145] Trouche, L., Gueudet, G., & Pepin, B. (2020). Documentational approach to didactics. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd edition, pp. 237-247). Cham: Springer.
- [146] Trouche, L., Rocha, K., Gueudet, G., & Pepin, B. (2020). Transition to digital resources as a critical process in teachers’ trajectories: the case of Anna’s documentation work. *ZDM Mathematics Education*, 52, 1243-1257, <https://rdcu.be/b4txI> doi 10.1007/s11858-020-01164-8
- [147] Vandebrouck F. & Leidwanger S. (2016). Students’ visualisation of functions from secondary to tertiary level. In E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.), *Proceedings of the First Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2016, 31 March-2 April 2016)* (pp. 153-162). Montpellier, France: University of Montpellier and INDRUM.
- [148] Vergnaud, G. (1998). Toward a cognitive theory of practice, in A. Sierpiska & J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics education as a research domain: a search for identity*, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, pp.227-241.
- [149] Villani, C., & Torossian, C., (2018). 21 mesures pour l’enseignement des mathématiques. <https://www.education.gouv.fr/cid126423/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques.html>
- [150] Wang, C. (2019). An investigation of mathematics teachers’ documentation expertise and its development in collectives: two contrasting cases in China and France. Ph.D. of ENS de Lyon and East China Normal University, retrained at: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02275820>
- [151] Weber, K. (2008). How mathematicians determine if an argument is a valid proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 431-459.
- [152] Wenger, E. (1998). *Communities of practice. Learning, meaning, identity*. New York: Cambridge University Press.
- [153] Winslow, C. (2013). ehiye Ubuz, Çiğdem Haser, Maria Alessandra Mariotti (Eds.), *Proceedings of the 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, pp. 2476-2485.
- [154] Winsløw, C., Gueudet, G., Hochmut, R. & Nardi, E. (2018). Research on University Mathematics Education. In T. Dreyfus, M. Artigue, D. Potari, S. Prediger & K. Ruthven (eds.), *Developing Research in Mathematics Education: Twenty Years of Communication, Cooperation and Collaboration in Europe* (pp.60-74). London: Routledge.
- [155] Winsløw, C., Biehler, R., Jaworski, B., Rønning, F. and Wawro, M. (2021) Education and professional development of University Mathematics Teachers . In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, E. Nardi, C. Winsløw (eds) *Research and Development in University Mathematics Education*. Overview produced by the International Network for Didactic Research in University Mathematics. pp.59-79, London: Routledge
- [156] Yvain-Prébiski, S. (2018). Etude de la transposition à la classe de pratiques de chercheurs en modélisation mathématique dans les sciences du vivant. Analyse des conditions de la dévolution de la mathématisation horizontale aux élèves (Doctoral dissertation, Université Montpellier).

## **Agradecimientos, contribuciones**

Entre los colaboradores del documento se encuentran:

Aurélien ALVAREZ, Martin ANDLER, Pierre ARNOUX, Michèle ARTIGUE,  
Anne CORTELLA, Christian DUHAMEL, Viviane DURAND-GUERRIER,  
Edwige GODLEWSKI, Ghislaine GUEUDET, Colette GUILLOPÉ, Simon MODESTE,  
Christian MERCAT, Louise NYSSSEN, Cécile OUVRIER-BUFFET, Aviva SZPIRGLAS,  
Nicolas TOSEL, Stéphane VINATIER, Johan YEBBOU.

Las traducciones al inglés y al español se han beneficiado de la versión gratuita del traductor automático en línea DeepL  
[www.DeepL.com/Translator](http://www.DeepL.com/Translator)

Agradecemos a  
Isabelle ALIAGA, Claudia Gabriela REYES AVENDAÑO, Anne-Mercedes BELLIDO,  
Matias PAVEZ BRAVO, Anne-Marie CASTLE, Macarena FLORES GONZÁLEZ y  
Avenilde ROMO  
su ayuda en la corrección de las versiones en inglés y español.