

L'atelier « Mathématiques et philosophie » de l'IREM de La Réunion

Texte de la présentation vidéo faite devant la CII le 25 mars 2017

Membres en 2016-2017 :

- Stéphane Gombaudo, professeur de philosophie au lycée Leconte-de-Lisle (Saint-Denis)
- Olivier Muzereau, professeur de mathématiques au collège Texeira-Da-Motta (La Possession)
- Alain Busser, professeur de mathématiques au lycée Roland-Garros (Le Tampon)

Intervention de Stéphane Gombaudo

Je suis Stéphane Gombaudo, professeur de philosophie au Lycée Leconte-de-Lisle de la Réunion ; je vais vous présenter succinctement le travail réalisé dans l'atelier « Mathématiques et philosophie » de l'IREM de la Réunion.

Depuis une quinzaine d'années, des professeurs de philosophie et de mathématiques se rencontrent au sein de l'IREM de la Réunion et travaillent en commun sur des projets précis. Il suffit en effet d'une rencontre, en salle des professeurs, à l'issue d'une conférence, pour que des contacts fructueux se nouent. Parfois un texte de philosophie de Bergson ou de Bachelard, un sujet de dissertation du baccalauréat (assez long, « *La vérité finit toujours par triompher, dit-on ; n'est-ce pas parce qu'on finit toujours par nommer "vérité" ce qui triomphe ?* », ou plus bref, « *Faut-il démontrer pour savoir ?* ») suscitent immédiatement des réactions et appellent à la mise en commun des compétences pour venir à bout de la question.

Pour ma part, j'ai d'abord répondu à la demande d'un collègue de mathématique, Stéphane Genard, il y a une dizaine d'années, qui m'a proposé de travailler avec lui la question des paradoxes dans une approche historique et épistémologique. À quoi sont-ils dus ? Est-il possible de tous les éliminer ou d'en donner une sorte de solution ? Que faire du paradoxe logique résistant ? Le pied à l'étrier, obligé de retourner vers des textes classiques, Platon, Aristote, Leibniz mais aussi des auteurs contemporains, épistémologues, historiens des sciences, didacticiens parfois, j'ai d'abord essayé d'y voir plus clair dans la question des géométries non euclidiennes en relisant Poincaré, *La science et l'hypothèse*, avec l'aide très utile des autres professeurs de l'IREM. Comme Yves Martin.

Difficile d'évoquer l'ensemble des travaux effectués depuis. Je tiens surtout à préciser trois choses. D'abord l'esprit d'ouverture de l'IREM de la Réunion. Des conférences sur des thèmes variés, comme la pratique du débat scientifique en classe, avec Marc Legrand, le problème de la forme de la terre par Étienne Ghys ou les mathématiques arabes par Ahmed Djebbar ont été l'occasion de découvrir de vastes pans de la culture sous toutes ses formes.

Ces grands professeurs m'ont donné l'envie d'intervenir, modestement, et d'aborder devant un public élargi, des thèmes comme « L'argent et les mathématiques financières » ou bien « La technophilie et la technophobie ». La semaine des mathématiques est aussi, chaque année, l'occasion de proposer quelques conférences aux lycées, ainsi une interrogation « Qu'est-ce qu'un nombre ? », une réflexion sur les langues parfaites ou prétendues telles. Ou bien encore une leçon intitulée « L'idéal, aller et retour » pour faire découvrir la pensée originale de John Dewey sur la nature du raisonnement mathématique.

Ensuite, deuxième chose notable, avec différents collègues de lycée, comme Francis Drey et Bruno Morin, il a été possible de travailler pendant une année entière, en binôme, et d'intervenir dans des classes de seconde et de première sur des sujets bien délimités : « Le signe et le symbolisme mathématique », « La production des preuves ». Il s'agissait de travailler avec les élèves sur ces thèmes, de les faire réfléchir aux problèmes qui se posent et d'en profiter pour découvrir de beaux textes, de Richard Dedekind ou bien du marquis de

Condorcet par exemple. Un travail proprement mathématique sur la congruence ou sur les probabilités accompagnait la réflexion plus abstraite sur la nature de la science.

L'ambition était donc double. Profiter de ses séances pour faire une initiation à la philosophie, en mettant en œuvre une pensée réfléchie, et investir immédiatement cette attention ou cette curiosité à ce qui pose effectivement problème dans des domaines mathématiques précis, pour rendre la pensée mathématique plus vivante et moins scolaire.

Enfin avec des collègues passionnés, Olivier Muzereau et Alain Busser, il a été possible de mettre à l'honneur, durant ces trois dernières années, le thème fondamental de la logique. Ou plutôt des logiques. D'abord, nous sommes intervenus dans un stage transversal de formation continue sur le thème de la logique, revisitant aussi bien Aristote et Euclide, que Russell et Gödel.

La réflexion s'est enrichie de maintes réflexions sur l'axiomatique ou bien sur les développements de l'informatique, par exemple en faisant la recension du livre de Gilles Dowek, intitulé sobrement *La Logique*. Ou, dernier exemple, en questionnant la relation spéciale de certains philosophes analytiques à la logique (Quine, Rorty, Putnam), ces penseurs remettant en cause, du moins dans quelques discours remarquables, l'idée de nécessité logique en imaginant des expériences de pensée parfois déconcertantes et exploitant au maximum l'idée de mondes possibles.

Intervention d'Olivier Muzereau

Je me présente : Olivier Muzereau, professeur et docteur en mathématiques. C'est à la suite d'une intervention improvisée sur la construction d'un énoncé de Gödel, lors d'un séminaire transversal sur la logique, que j'ai fait la connaissance de Stéphane et Alain ; intervention qui donnait lieu dans la semaine qui suivait à une publication sur le site de l'IREM de la Réunion et à une association de deux ans avec ses membres très actifs.

Comme l'indiquait Stéphane, c'est tout d'abord la logique qui a été prétexte à notre collaboration. Sensibilisé aux travaux philosophiques depuis de nombreuses années, ce fut l'occasion pour moi de m'atteler à une étude approfondie d'un texte préeuclidien majeur : les *Analytiques* d'Aristote. Il y est élaboré une théorie générale des syllogismes et en particulier des syllogismes modaux à travers un questionnement sur ce qui est bien différent des formalismes modernes.

Fort de l'observation de cette diversité d'approches quant à un même objet — visée formaliste du mathématicien et questionnement ontologique du philosophe antique — et suite à un engagement auprès des collègues de philosophie à leur présenter quelques aspects de la théorie de la relativité générale lors d'un stage, j'ai entrepris une étude approfondie des théories d'Einstein dans l'optique d'en présenter les nuances au travers de trois discours la concernant : l'approche épistémologique de Suzanne Bachelard, l'approche de physicien de Léonard Susskind et l'approche mathématique d'Élie Cartan.

Cette année, nous avons choisi comme fil directeur le thème de la géométrie. À l'occasion d'une éclipse qui a eu lieu à l'île de la Réunion en début d'année scolaire, j'ai donné quelques conférences sur les modèles à sphères concentriques rendant compte de la vision géocentrique du monde décrit par Eudoxe et Aristote.

Enfin, j'ai monté avec un collègue de lettres classiques un EPI maths-grec intitulé « Les mathématiques grecques par les textes », et c'est avec une douzaine d'élèves motivés que nous faisons chaque semaine l'archéologie tant des preuves que de la langue et des arguments philosophiques des *Éléments* d'Euclide.

Intervention d'Alain Busser

Au tournant du XX^e siècle, Lewis Carroll a proposé à la vente un « logic game » qui est une sorte d'abaque à jetons pour le calcul booléen (résolution de syllogismes). Ma première contribution à cet atelier fut de

réaliser une webapp permettant de déplacer les jetons pour résoudre toutes sortes de syllogismes. Cette webapp est téléchargeable sur <https://github.com/AlainBusser/LogicGame> et je l'ai présentée lors du stage maths-philo de mars 2015.

L'année scolaire 2015-2016 a été pour moi essentiellement l'occasion de plusieurs présentations au séminaire de l'IREM (outre la recension de l'ouvrage de Dowek, déjà cité par Stéphane) :

– un exposé sur l'infirmière Lucia de Berk, condamnée par l'usage des statistiques inférentielles, puis innocentée par une contreexpertise de statisticiens : lors de la première instance, l'accusation avait visiblement confondu les propositions « si Lucia est coupable alors elle était présente » avec sa réciproque « si Lucia était sur place alors elle est coupable ». Cet exposé a donc été l'occasion de montrer les subtilités de l'implication formelle.

– un autre exposé, lors d'un séminaire « spécial logique », sur les paradoxes de l'implication et particulièrement celui d'Haskell Brooks Curry, qui ont servi d'introduction à la logique intuitionniste, et sur une présentation rapide de Gilles Dowek et de son travail, notamment sur le logiciel Coq (aide à la preuve).

On peut voir une sorte de prolongement de ce travail durant l'année scolaire 2016-2017, malgré le fait que le thème en était la géométrie euclidienne : lors du séminaire de février 2017, j'ai évoqué l'outil GeoCoq, créé par Julien Narboux, destiné à faire des démonstrations en géométrie à l'aide du logiciel Coq. J'ai cependant montré comment on résout un syllogisme (dans un contexte non géométrique) à l'aide de Coq, et évoqué à cette occasion le chaînage arrière, essentiel pour trouver (mais pas pour rédiger) la preuve. Ce chaînage arrière, je l'ai montré à l'œuvre sur un problème de géométrie, mais avec le logiciel jGex qui a unanimement semblé plus adapté à l'enseignement de la géométrie.

Entretemps je me suis penché sur la manière dont on peut démontrer des propositions mathématiques ailleurs qu'en géométrie, en prenant le cas très particulier des programmes de calcul : <http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article358> (la question étant « comment démontrer que tel algorithme fait telle chose, ou que deux tels algorithmes font la même chose? »). Par souci d'exhaustivité (pléonasme : L'exhaustivité est souvent cause de soucis !), je me permets cette liste de contributions diverses et en général anciennes :

- logique temporelle (en algorithmique) : <http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article290>
- logique épistémique (exemple du rallye mathématique) : <http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article641>
- logique doxastique (recension d'un livre de Smullyan) : <http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article860>
- logique floue : <http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article366>
- le sens du verbe « prouver » dans les sujets de maths : <http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article569>
- les diagrammes d'Euler : <http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article233>
- lambda-calcul : <http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article819>