

Vers un programme de mathématiques pour les futurs scientifiques

Les mathématiques expliquent le monde, le transforment et nous apprennent à raisonner. Elles sont présentes dans la plupart des domaines de l'activité humaine et interagissent avec les autres disciplines (physique, informatique, biologie, économie, sciences sociales ...) pour traiter des problèmes du réel en les modélisant. L'essor des technologies numériques a amplifié ces échanges. Les mathématiques ne cessent d'évoluer, de s'enrichir en jetant des passerelles entre les différents domaines ; elles sont vivantes, utiles et fascinantes. Elles sont au cœur de méthodes d'analyse des données massives et d'intelligence artificielle. Pour accompagner ces évolutions, le futur scientifique doit maîtriser un ensemble de connaissances mathématiques solide et cohérent.

La nature cumulative des mathématiques justifie pleinement les révisions qui sont évoquées ci-dessous

Il nous a semblé pertinent de regrouper ces connaissances selon la nature et les objectifs des activités mathématiques où elles interviennent.

1. Acquérir des bases pour chercher, raisonner et démontrer

Le raisonnement est le fondement des mathématiques. Avec le calcul, il se retrouve dans tous les domaines des mathématiques. Il est donc indispensable qu'une grande part de l'enseignement leur soit consacrée. Le calcul a une double fonction : son automatisation permet de soulager la pensée et sa pratique réfléchie développe des stratégies d'analyse. L'utilisation du calcul nécessite donc un langage précis et des raisonnements rigoureux, sans lesquels il est impossible de faire des mathématiques. Un enseignement minimal du langage, des notions ensemblistes et des bases de logique en découle.

- Logique (proposition, variable, connecteurs, quantificateurs, types de raisonnement, ...).
- Langage et opérations ensemblistes, application, bijection, ensembles infinis
- Différents ensembles de nombres (entiers naturels et récurrence, entiers relatifs, décimaux, rationnels, réels, complexes).
- Arithmétique (base numérique, divisibilité, nombre premier, congruence, équation diophantienne, ...).
- Graphes.
- Algorithmique (voir l'actuel programme de seconde de maths qui développe cet aspect algorithmique et programmation).

2. Calculer, mesurer, estimer, approcher

Comprendre des phénomènes de la nature, les analyser, les représenter : c'est le but de la modélisation mathématique. Elle fait intervenir des calculs exacts ou approchés, des mesures, des résolutions d'équations, du traitement de données, des estimations, des algorithmes, ...

- Analyse combinatoire (dénombrement, permutation, arrangement et combinaison).
- Approximation et ordre de grandeur et organisation des calculs.
- Calcul algébrique, calcul matriciel.

- Équations, inéquations, systèmes.
- Calcul intégral (aire, moyenne, volumes, problèmes d'accumulation, ...).
- Exemples d'algorithmes.
- Statistiques descriptives dans le cadre de séries à une et à deux variables.
- Lois de probabilité discrètes, variables aléatoires.
- Intervalles de fluctuation : à prévoir dans l'enseignement scientifique du tronc commun de première et terminale (en trouvant une présentation satisfaisante).

3. Étudier des dépendances

Un grand pan des mathématiques et des sciences en général est consacré à l'étude des dépendances entre grandeurs. Les mathématiques donnent des outils pour cette étude qui commencent avec la proportionnalité et qui se terminent, au niveau qui nous concerne, avec des fonctions de référence. Il s'agit là de donner aux élèves un bagage minimum pour pouvoir décrire un phénomène, étudier les dépendances entre grandeurs, leurs variations, leurs évolutions et leurs tendances.

- Proportionnalité et linéarité.
- Fonctions (opérations algébriques, variations, composition, fonction réciproque).
- Fonctions usuelles (polynômes et rationnelles, trigonométriques, puissances, logarithmes, exponentielles).
- Limites, dérivées, comportement asymptotique, croissances comparées ; .
- Suites (opérations algébriques, variations, convergence).
- Équations différentielles.

4. Représenter l'espace, repérer, construire, déduire.

La géométrie est liée à la compréhension du monde physique. Elle joue naturellement un rôle essentiel pour la modélisation de l'espace. Mais bien au-delà, la géométrie, c'est aussi un mode de pensée omniprésent dans tous les secteurs des mathématiques, même ceux qui en paraissent très éloignés. Elle est également un terrain idéal, même si ce n'est pas le seul (combinatoire, arithmétique, graphes ...), pour apprendre à raisonner, à faire des démonstrations. Elle est l'essence de tous les problèmes de mécanique statique.

- Géométrie euclidienne dans le plan et l'espace (configurations, transformations, ...).
- Vecteurs, barycentre, produit scalaire, produit vectoriel.
- Géométrie repérée.
- Nombres complexes.

En seconde

1. Acquérir des bases pour chercher, raisonner et démontrer

- Logique : (sans faire un cours...) notion de proposition (énoncé mathématique cohérent), variable booléenne et valeur de vérité, notion de négation, "et", "ou", d'implication, de réciproque, de contraposée, utilisation concrète de fonctions booléennes. ([liens avec l'informatique](#))
- Ensembles de nombres : entiers naturels, entiers relatifs, décimaux, rationnels, réels et relations entre eux. Relation d'ordre dans l'ensemble des réels. ([liens avec l'informatique : notion de type](#))
- Arithmétique :
 - Révision : divisibilité, division euclidienne, pgcd, nombres premiers entre eux
 - Nombres premiers, décomposition
 - Application : calcul sur les fractions (écrire des programmes pour déterminer le quotient et le reste de la division de deux entiers, les diviseurs d'un entier, si un entier est premier) ([liens avec l'informatique : algorithmes](#))

2. Calculer, mesurer, estimer, approcher

- Notion d'ensembles et d'analyse combinatoire, exemples, cardinal d'un produit cartésien ([liens avec l'informatique : calcul élémentaire de complexité en temps d'algorithmes](#))
- Proportionnalité, taux d'évolution
- Approximation et ordre de grandeur, utilisation raisonnée de la calculatrice, utilisation des puissances de 10 ([liens avec l'informatique \[représentation en machine des nombres\]](#) et [la physique](#))
- Calculs algébriques : développement, factorisation (identités remarquables)
- Équations du premier degré, inéquations du premier degré, systèmes de deux équations à deux inconnues du premier degré, interprétations graphiques. ([liens avec la physique](#))
- Révision des calculs d'aires usuelles (rectangle, triangle, disque...)
- Statistiques descriptives à une variable (à deux variables ?) ([liens avec les SVT](#))
- Probabilités (arbre, tableau)

3. Étudier des dépendances

- Proportionnalité et linéarité : fonction linéaire, fonction affine, analyse de graphiques
- Fonctions : fonction « carré », étude graphique, lecture graphique ([liens avec la physique](#))

4. Représenter l'espace, repérer, construire, déduire.

- Vecteurs ([si nécessaires en Physique](#)),
- Trigonométrie dans le triangle rectangle
- Géométrie plane repérée, équation de droites ([liens avec la physique](#))
- Géométrie dans l'espace : règles d'incidence, position relative de droites et plans

En première (enseignement de spécialité)

1. Acquérir des bases pour chercher, raisonner et démontrer

- Logique : implication, récurrence, quantificateurs ([liens avec l'informatique](#))
- Langage et opérations ensemblistes (produit cartésien, réunion, intersection), lien avec les fonctions booléennes ([lien avec les probabilités](#), [liens avec l'informatique](#))
- Graphes (début : modélisation de situations avec introduction des premières définitions de base) ([liens avec l'informatique](#))

2. Calculer, mesurer, estimer, approcher

- Analyse combinatoire : factorielle, coefficients binomiaux ([liens avec les probabilités](#))
- Calculs algébriques : équation du second degré (avec interprétation graphique)
- Inégalités, encadrements
- Probabilités finies : lois et variables aléatoires discrètes (niveau descriptif) ; moyenne dans le cas pondéré ou non, histogramme, histogramme cumulé, loi de probabilité et fonction de répartition ; conditionnement graphique, application à des problèmes d'optimisation.
- Suites : opérations algébriques, variations, suite arithmétique, somme des premiers termes, suite géométrique, limite d'une suite géométrique, somme des premiers termes.

3. Étudier des dépendances

- Fonctions usuelles : inverse, polynômes et rationnelles, fonction racine carrée, fonction valeur absolue....
- Fonctions : opérations algébriques, variation, dérivation, limites, représentation

4. Représenter l'espace, repérer, construire, déduire.

- Géométrie euclidienne dans le plan : révisions, étude des transformations (rappel de collège)
- Barycentres, ([lien avec les probabilités](#)) ([liens avec la physique](#))
- Géométrie dans l'espace : vecteurs, points coplanaires

En terminale -maths spécialité

1. Acquérir des bases pour chercher, raisonner et démontrer

- Logique : contraposée, raisonnement par l'absurde
- Applications, bijections
- Graphes : actuel programme de spécialité mathématiques de ES (graphes probabilistes & lien avec les matrices)

2. Calculer, mesurer, estimer, approcher

- Calculs algébriques : notion d'équation algébrique, polynômes, factorisation par $(x-a)$
- Calcul matriciel, matrices 2×2 , 3×3 , $n \times n$, produit de matrices ([lien avec les graphes](#))
- Méthode du pivot (algorithme), application aux systèmes linéaires ([lien avec la géométrie : intersection de droites, de plans ..](#)) ([liens avec l'informatique](#))
- Probabilités : espérance, variance, loi binomiale, exemples de loi à densité (exponentielle, puissance).

3. Étudier des dépendances

- Suites : monotonie, convergence (ou non) des suites monotones, suites adjacentes
- Fonctions : composition, dérivée d'une composée
- Fonctions usuelles : puissances, logarithmes, exponentielles,
- Calcul intégral : interprétation géométrique, lien avec les primitives, intégration par partie, valeur moyenne d'une fonction, application à des calculs de volumes simples, calculs approchés (méthode des rectangles) , théorème fondamental : la dérivée d'une primitive est la fonction de départ.
([liens avec les probabilités](#), [liens avec l'économie](#), [liens avec l'informatique](#))
- Équations différentielles, $y' = ay + b$ ([liens avec la physique](#))

4. Représenter l'espace, repérer, construire, déduire.

- Angle orienté, trigonométrie
- Produit scalaire dans le plan et dans l'espace ([liens avec la physique](#))
- Géométrie euclidienne, orthogonalité (équation de plans, représentations paramétriques de droites et plan, distance d'un point à un plan, produit vectoriel ...) ([liens avec la physique](#))

-maths expertes

1. Acquérir des bases pour chercher, raisonner et démontrer

- Arithmétique : algorithme d'Euclide (révision) et applications + actuel programme de spécialité mathématiques de S ([liens avec l'informatique](#))

3. Étudier des dépendances

- Fonctions : fonction réciproque en particulier \ln et \arctan , valeur moyenne, croissance comparée des fonctions usuelles.
- Équations différentielles, $y''=ay$ ([liens avec la physique](#))

4. Représenter l'espace, repérer, construire, déduire.

- Complexes : propriétés algébriques, module, argument, interprétation géométrique, similitude, rotation
- Lieux géométriques
- Configurations transformations