

La formation des enseignants de Mathématiques

Le concept de « formation »

- **La formation:**

Processus d'apprentissage systématique d'un savoir ,d'un savoir faire, d'un savoir être ou d'un savoir devenir et d'initiation à des types de comportements requis pour l'exercice d'un rôle. Ce terme désigne parfois aussi le résultat de ce processus.

- **La formation initiale :**

Processus se déroulant pendant la scolarité normale et comportant une formation de base, de culture générale, de spécialité et une formation professionnelle ,théorique et pratique.

- **La formation continue :**

Processus de formation conduit après la formation initiale et qui ne se limite pas à une action d'apprentissage des connaissances et d'acquisition de compétences nouvelles, mais vise également une restructuration du comportement pédagogique, et s'inscrit dans une perspective de transformation du système éducatif

Jean- Marie De Ketele –guide du formateur (p220)

- **dans la littérature pédagogique et éducative :plusieurs définitions concept « formation continue »
« formation en cours de carrière » , « formation complémentaire » , « formation des adultes » ,
« formation durable » , « la formation professionnelle complémentaire »**



La formation initiale

- **1^{ère} période : début de l'indépendance**

- **L'école normale des professeurs adjoints (ENPA) : Créée en 1958**

pour former les professeurs de l'enseignement moyen.

pour former les professeurs adjoints de 1962 à 1974 (année de sa fermeture elle est devenue école normale supérieure de l'enseignement technique ENSET)

L'école normale supérieure(ENS), créée en octobre 1956

pour former des professeurs licenciés(on y accède par voie de concours)

Capacité d'accueil très limitée (65 en 1959 et 110 1960)

- **Durée des études :4 ans**

formation académique

formation didactique et pédagogique en 4^{ème} année

- assister et animer des leçons dans des établissements

- Encadrement : inspecteur et /ou conseiller pédagogique

- **Mais on recrutait, toujours et pour les besoins ,d'autres**

qui n'ont pas fréquentés ces 2 types d'écoles (les facultés)

Ou qui ont fréquentés l'ENS et qui n'ont pas terminé leurs études (MES ; MACA ; MACB,...)

- **Deuxième période**

- En 1973-74:

Transformation de l'ENPA en une école normale supérieure d'enseignement technique (ENSET)

- En 1982

Création d'une nouvelle école normale supérieure pour les sciences humaines et les lettres à SOUSSE

Création d'une école normale supérieure à BIZERTE (qui a remplacé l'ENS de TUNIS)

- **Troisième période**

- fermeture de toutes les institutions de formations d'enseignants :

en 1989 l'ENS de Sousse est transformée en faculté de lettres

en 1990 l'ENS de Bizerte est transformée en faculté de sciences

en 1994 l'ENSET est transformée en une école supérieure des sciences et des techniques.

- «... Le recrutement se fait exclusivement parmi les diplômés des différentes institutions universitaires, d'une façon anarchique et sans critères objectifs, le corps des enseignants devient une véritable mosaïque où plusieurs spécialités se retrouvent pour enseigner la même matière au collège ou au lycée, ce fut là l'une des causes principales de la crise de l'enseignement secondaire. ...»

- D'après «Blog Pédagogique-Mongi Akrouf et hédi bouhouche-Inspecteurs généraux de l'éducation »

Quatrième période LE CAPES

- Concours ouvert aux candidats titulaires :
 - d'une maîtrise : (bac + 4) ou
 - d'une licence (bac +3) (réforme LMD)
- Les épreuves du CAPES
- Epreuves écrites en deux étapes
 - QCM (pour une dizaine de poste on a des centaines parfois même des milliers de candidats)
- Les admis passent
 - Epreuve académique (exercices et problèmes).

Les candidats admis bénéficient d'une session d'initiation professionnelle, pendant quelques mois, comportant :

- Des cours de pédagogie et de didactique .
 - Un stage pratique dans un collège et/ou dans un lycée
(un professeur encadreur et un inspecteur ou conseiller)
 - L'oral ou l'épreuve pratique : consiste à exposer une leçon, devant un jury , suivie d'un entretien.
 - La leçon à exposer est déterminée par tirage au sort , effectué par le candidat parmi une liste de leçon établie par le jury :
 - les documents nécessaires pour la préparation de la leçon sont fournies sur place
 - Le candidat dispose de deux heures pour préparer sa leçon et d' **une heure** pour l'exposer et l'entretien)
- (une heure seulement pour la préparation dans la dernière session du CAPES)



La formation continue

- **Une direction générale des programmes et de la formation continue**
 - Une direction des programmes
 - Une direction de la formation continue
- **Des centres ou instituts de formation**
- Centre national de formation des formateurs (CENAFFE)
- (Elaborer et mettre en œuvre des programmes, des modules et des outils de formation ,...)
- Centres régionaux de l'éducation et de la formation continue : C.R.E.F.O.C
- Institut supérieur de l'éducation et de la formation continue
- Enseignement (sous formes de modules)destiné entre autres aux enseignants en exercice qui pour une raison ou une autre n'ont pas terminé leurs études et qui souhaitent obtenir un diplôme universitaire du premier cycle ou une maîtrise .

Fonction et mission de la formation continue

- **formation continue : information , formation scientifique , formation professionnelle**
- **L'information** : présenter aux enseignants tous les nouveaux choix du système éducatif , les nouveaux programmes,...
- **la formation scientifique** qui consiste à
 - - **renforcer la formation initiale**
 - - **combler les lacunes de celle-ci** (MES, PES₁),
 - - **Appuyer les nouveautés**
 - * Soit au niveau des programmes scolaires Graphes ; statistiques ; arithmétique ; coniques
 - * Soit au niveau des « moyens » : les TIC : Les tableaux interactifs – les tablettes...
 - * soit au niveau des approches : approche par compétence ; apprentissage par « résolution de problèmes »..
- **la formation professionnelle**
 - **formation en pédagogie et en didactique**
 - Communication – travail de groupe – utilisation des manuels – évaluation, approche par compétence ...
- d'après Blog Pédagogique-Mongi Akrouf et hédi bouhouche-Inspecteurs généraux de l'éducation

Comment choisit-on les thèmes de formation ?

- Dans le rapport d'inspection : une rubrique réservée à :
« formation continue: besoins identifiés»

Selon cette rubrique on mentionne tous les besoins de formation identifiés dans un rapport de synthèse remis à l'inspection générale à la fin de chaque année.

- D'où :
- Programme national
- Programme régional
- Journée libre pour la formation continue.

uuu

Nom et prénom de l'inspecteur :

d'inspection

Rapport

d'assistance

Nom et prénom du professeur :

M.E.S P .E.S1 P.E.S. P.Principal

Titulaire , M .A.CA Stag ièr A , Etablissement : L.S. Discipline : Mathématiques

Date de la visite :

Classe :

Leçon :

Description de la leçon :

Aspect pédagogique : objectifs (pertinence, conformité avec les programmes officiels, adaptation à la classe) :

Méthodes ; supports ; techniques d'animation ; tableaux ; participation de la classe etc...

Contenu scientifique : exactitude des connaissances ; maîtrise de la langue d'enseignement etc....

- **Organisation générale du travail** : progression dans l'application du programme ; préparation des cours ; cahier de textes de la classe ; cahier des élèves ; contrôle continu etc....
-
-

- **Formation continue** : acquis de l'enseignant, impact sur le cours, **besoin identifiés**
-
-

- **Conclusion** : synthèses des remarques et recommandations.
-
-

- Fait à
Signature de l'inspecteur

Lu et reçu copie conforme
signature du professeur

Le rapport de synthèse :
quelques thèmes de formation proposés

- **Propositions :**
- Organiser une formation spécifique aux enseignants débutants et mettre à leur disposition des documents d'accompagnement.
- Plus d'encadrement, de suivi et de leçons témoins dans les établissements d'éducation prioritaire.
- Organiser une formation spécifique aux enseignants qui évoluent dans les écoles préparatoires techniques
- Les programmes des classes terminales : limites et couleurs
- La cinquième heure dans les collèges pilotes.
- Prise en compte de l'hétérogénéité d'une classe : possibilités et limites
- Correction d'exercices et des devoirs en classe.
- Conception d'un devoir.
- Processus d'apprentissage dans les collèges techniques.
- Gestion des programmes officiels (E.B / E.S).

- La démonstration en mathématique : pratiques en classe, difficultés et utilités.
- En quoi notre enseignement des mathématiques permet-il aux apprenants de développer une culture mathématique ?
- Le devoir de contrôle.
- Exploitation des logiciels de mathématiques en classe.
- Devoir de contrôle – devoir de synthèse : Quelle différence ?
- Approche par résolution de problèmes.
- Gestion des erreurs.
- L'enseignement des mathématiques pour la section lettres.
- L'utilisation du dessin dans la démonstration en géométrie : Quelles limites ?
- L'utilisation du TNI.
- La modélisation en mathématique

- **Proposez deux thèmes pour les séminaires nationaux**
- Les cours particuliers.
- Les collèges et les lycées pilote : quoi de plus ?
- Le travail collaboratif.
- Gestion d'une classe difficile.
- Evaluation des stagiaires : quel sens faut-il donner au mémoire pédagogique ?
- Etique des professions.
- Utilisation du tableau numérique interactif.
- La réforme de 2002 : évaluation et critique.
- Des nouveaux programmes installés : quelles difficultés, quels apports ?
- En quoi notre enseignement contribue t-il au développement de la culture de nos enfants ?
- Qu'est ce qu'une innovation pédagogique ?
- Rôle éducatif des enseignants entre la réalité et les obligations professionnelles.
- Engagement des élèves dans le processus d'enseignement
- Méthodologie d'encadrement des projets
- Le baccalauréat professionnel.
- Les examens nationaux.

Quelques thèmes de Formation: premier exemple

ARITHMETIQUE

GUIDE DU FORMATEUR

Elaboré par :

Belgacem Draouil
Professeur universitaire

Ridha Ben Saâd
Inspecteur

Salah Marzougui
Inspecteur

Décembre 2008
Version expérimentale

Sommaire

I - Introduction

- Préambule.
- Présentation du module.

II - L'arithmétique dans les programmes de Mathématiques.

- 1^{ère} Séance :
L'enseignement de l'arithmétique dans les programmes tunisiens.
- 2^{ème} séance :
Analyse de certains chapitres d'arithmétique des manuels scolaires.

III - Les modes de raisonnement en arithmétique.

- 3^{ème} Séance :
Exploration des modes de raisonnement en arithmétique.
- 4^{ème} séance :
Analyse didactique d'activités suivant les modes de raisonnement mobilisés.

IV - Arithmétique et Algorithmique

- 5^{ème} Séance
Etude de l'aspect algorithmique en arithmétique.
 - Algorithme d'Euclide
 - Recherche des coefficients de Bézout (Algorithme d'Euclide-Bézout)Exploitation d'un tableur en arithmétique.
 - Recherche du PGCD de deux entiers.
 - Détermination des coefficients de Bézout et l'inverse arithmétique d'un entier.

V - Exemples d'applications de l'arithmétique

- 6^{ème} Séance :
Exemples d'applications de l'arithmétique :
 - Equations diophantiennes.
 - Cryptographie

VI - Annexes

VII - Ressources

- Le programme officiel de mathématique du premier cycle de l'enseignement de base.
- Le programme officiel de mathématique du second cycle de l'enseignement de base.
- Le programme officiel de mathématique de l'enseignement secondaire.
- Cours d'arithmétique : Belgacem Draouil.
- Etude historique de l'enseignement de l'arithmétique : Mehdi Abdeljaouad.
- Cryptographie : Belgacem Draouil.

INTRODUCTION

I – 1) Préambule

« Le caractère de grande généralité et de simplicité de ses règles rend l'arithmétique accessible à l'esprit le moins ouvert ».

Tobias Dantzig, *Le nombre langage de la science.*

L'arithmétique est l'une des branches les plus anciennes de mathématiques (voir même des sciences). Ses problèmes internes ont motivé durant des siècles des développements fondamentaux dans diverses parties des mathématiques.

Plus récemment des problèmes concrets liés au TIC (technologie de l'information et de communication) à l'électronique ainsi qu'à la représentation, la compression, l'intégrité et la confidentialité des données, ont été résolus dans le cadre de l'arithmétique.

On peut ajouter que les méthodes de raisonnement et de démonstrations utilisées dans cette discipline sont d'une grande richesse et d'une grande variété.

Ainsi, compte tenu de son aspect culturel, de son aptitude à la formation du raisonnement, de ses nombreuses applications concrètes (au TIC, en cryptographie, en physique théorique, en codes de correcteurs d'erreurs,...) aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur du champ des mathématiques, convenait-il que l'arithmétique ait une place dans la formation.

Aujourd'hui l'arithmétique est présentée sous **un aspect algorithmique** et développe ainsi des démonstrations dites constructives, faisant les liens entre algorithmes mathématiques et programmation en langage machine.

L'arithmétique permet de faire **des raisonnements** peu employés dans le reste du programme qui revêtent un caractère original et formateur.

La place de l'arithmétique dans les programmes tunisiens

Suite à la réforme de 1993 l'arithmétique n'est plus enseignée au lycée, jusqu'à 2003.

A partir de 2003, de nouveaux programmes de mathématiques entrent en vigueur pour le secondaire. L'arithmétique y prend une place importante.

Le programme d'arithmétique étant réparti sur les quatre années du lycée, ainsi que les trois années du collège.

Pourquoi l'arithmétique comme thème de formation ?

La réintroduction de l'arithmétique dans les programmes tunisiens a créé un besoin de formation chez les enseignants. Ces derniers sont de profils différents et de besoins en formation très variés. Il y a parmi les enseignants exerçant (même ayant la maîtrise en mathématique) qui n'ont jamais étudié l'arithmétique, ni au lycée ni à l'université.

Il est clair qu'une formation en arithmétique est nécessaire.

I – 2) REPRESENTATION DU MODULE

Dans le cadre du programme de formation des formateurs, supervisé par le CENAFFE, il nous a été proposé d'élaborer un module de formation visant l'amélioration et le renforcement de l'enseignement de l'arithmétique.

Notre travail se situe au niveau du second cycle de l'enseignement de base et l'enseignement secondaire. Toutefois, certains passages de ce module de formation font appel aux contenus mathématiques du troisième degré du premier cycle de l'enseignement de base.

Nous avons tenu à ce que l'approche proposée pour ce module de formation soit d'abord conforme aux exigences exprimées par la Direction du CENAFFE et permette aux participants :

- o de s'investir dans les activités proposées;
- o d'échanger à travers un travail collaboratif ;
- o de saisir les finalités de l'enseignement de l'arithmétique.
- o de mettre en œuvre leurs compétences dans la résolution des problèmes.

Le présent document constitue le guide du formateur. Il comprend les contenus théoriques et les activités pratiques du module de formation ainsi que les consignes pédagogiques pour la bonne réalisation des séances de formation et des éléments de corrections de certaines activités, regroupés en annexes.

En particulier nous avons tenu à spécifier pour chaque séance de formation :

- o la démarche méthodologique,
- o les outils didactiques utilisés,
- o la démarche d'animation,
- o les démarches d'évaluation,

Nous avons axé le contenu de la première séance dans un premier temps sur une lecture des programmes de l'arithmétique depuis le troisième degré du premier cycle de l'enseignement de base jusqu'à la fin du secondaire, puis, d'analyser un échantillon d'activités issues des manuels scolaires et de dégager les aptitudes mises en œuvre.

L'objectif fixé pour la seconde séance (à distance) est de permettre aux participants d'approfondir l'analyse des activités de deux chapitres au choix, tirés des manuels scolaires.

Pour la troisième séance, nous avons opté pour une étude approfondie des différents modes de raisonnement rencontrés en arithmétique.

A titre de complément à cette troisième séance, le travail proposé à distance pour la quatrième séance consiste à évaluer les compétences des participants à mobiliser le mode de raisonnement approprié et de résoudre une panoplie d'exercices d'arithmétique.

L'aspect algorithmique comme le stipule les programmes est l'objet de la cinquième séance. Nous avons tenu au cours de cette séance, de mettre en application les algorithmes utilisés à l'aide d'un tableur, ce qui a constitué la seconde partie de cette séance.

Au cours de la sixième et la dernière séance, nous avons proposé quelques applications de l'arithmétique, portant sur les équations diophantiennes et la cryptographie.

Le planning de la formation

	1 ^{ère} séance	2 ^{ème} séance	3 ^{ème} séance	4 ^{ème} séance	5 ^{ème} séance	6 ^{ème} séance
Mode	En présentiel	A distance	En présentiel	A distance	En présentiel	En présentiel
1 ^{ère} période	Progression de l'enseignement de l'arithmétique selon les programmes officiels.	Analyse de certains chapitres d'arithmétique des manuels scolaires	Découvrir et exploiter les différents modes de raisonnements en arithmétique.	Séance d'évaluation : Mise en œuvre des aptitudes acquises pour résoudre des exercices.	Etude de l'aspect algorithmique en arithmétique	Quelques applications de l'arithmétique : - Equations diophantiennes - Cryptographie
2 ^{ème} période	Analyse de certaines activités des manuels scolaires suivant les aptitudes mises en œuvre.				Exploitation d'un tableur en arithmétique	

Première séance (Présentielle)

L'ENSEIGNEMENT DE L'ARITHMETIQUE DANS LES PROGRAMMES TUNISIENS

Activité 1

Accueil des participants et présentation du formateur.

Objectif :

Cette activité permet de former cinq équipes de travail (de 4 à 5 personnes) qui demeureront les mêmes pour toute la formation.

Durée :

Environ 20 mn

Outils didactiques :

- Tableau et stylos marqueurs.
- Transparents et rétroprojecteur.
- Ordinateurs et vidéoprojecteur

Support :

Annexe 1.1

Dans l'annexe 1.1, on propose douze « notions » liées à l'arithmétique et partagées en trois catégories :

- Les théorèmes classiques :
 - Le théorème fondamental de l'arithmétique
 - Le théorème de Fermat
 - Le théorème chinois
 - Le théorème de Bézout.
- L'aspect algorithmique :
 - La division euclidienne
 - Crible d'Eratosthène
 - L'algorithme d'Euclide
 - Test de primalité.
- Applications :
 - Langage binaire
 - Carte bancaire
 - Cryptographie
 - Equations diophantiennes

Déroulement :

Le formateur se présente et communique une adresse e-mail qui servira à recevoir les comptes rendus demandés aux participants, puis il distribue le document Annexe 1.1.

1. Demander à chaque participant de choisir individuellement, un « élément » parmi ceux donnés dans le document Annexe 1.1.
2. Regrouper les participants en équipes de telle sorte que dans chaque équipe les trois catégories citées précédemment soient présentes.

Activité 2

Présentation des différentes parties du module de formation.

Objectifs :

- Informer les participants sur les différentes parties du module.
- Informer les participants sur les procédures et les outils utilisés pour l'évaluation de leurs travaux au cours de la formation.
- Fixer, avec les participants, l'horaire de chaque journée (une séance unique ou matinée et après midi).

Durée :

Environ 20 mn

Outils didactiques :

- Tableau et stylos marqueurs.
- Transparents et rétroprojecteur.
- Ordinateurs et vidéoprojecteur

Support :

Annexe 1.2

Déroulement :

Le formateur projette l'annexe 1.2 et le commentera.

Concernant les séances de formation à distance, le formateur signale aux participants la nécessité d'envoyer leurs comptes rendus par e-mail.

Activité 3

Progression de l'enseignement de l'arithmétique selon les programmes officiels.
Remplir les tableaux de l'annexe 1.7a.

Objectif :

Etablir la progression de l'enseignement de l'arithmétique selon les programmes de mathématiques du troisième degré de l'enseignement de base (5^{ème} et 6^{ème} primaire) jusqu'à la fin du secondaire.

Durée :

Environ 120 mn

Outils didactiques :

- Tableau et stylos marqueurs.
- Transparents et rétroprojecteur.
- Ordinateurs et vidéoprojecteur

Support :

- Les pages 8, 9, 10 et 11 du programme officiel de mathématique du troisième degré du premier cycle de l'enseignement de base (Annexe 1.3).
- Les pages 8, 9, 17, 24 et 25 du programme officiel de mathématique du second cycle de l'enseignement de base (Annexe 1.4).
- Les pages 8 et 19 du programme officiel de mathématique de 1^{ère} année et 2^{ème} année de l'enseignement secondaire (Annexe 1.5).
- Les pages 15, 33, 50 et 70 du programme officiel de mathématique de 3^{ème} année et 4^{ème} année de l'enseignement secondaire (Annexe 1.6).
- Annexe 1.7a
- Annexe 1.7b

Déroulement :

- Travail individuel : (15 mn)
Chaque participant analyse les différents programmes et dégage la progression en terme de contenus enseignés et aptitudes à développer.
- Travail d'équipe : (60 mn)
A travers une concertation, chaque équipe remplit les tableaux donnés en annexe 1.7a.
- Exposé : (30 mn)
L'une des équipes expose son travail, entraînant un débat.
- Synthèse : (15 mn)
Le formateur expose le bilan de cette activité Annexe 1.7b.

Annexe 1.7a

	1 ^{ère} année secondaire	2 ^{ème} Sciences – 2 ^{ème} tech. de l'informatique
Contenu		
Aptitudes à développer		

Annexe 1.7b

	1^{ère} année secondaire	2^{ème} Sciences- 2^{ème} Tech de l'informatique
Contenu	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Décomposition en facteurs premiers- PGCD – PPCM. ✓ Nombres premiers- Nombres premiers entre eux. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Critères de divisibilité.
Aptitudes à développer	<p>Les élèves mobilisent un algorithme ou une procédure de calcul pour :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Décomposer un entier en produit de facteurs premiers ; • Calculer le PGCD et le PPCM de deux entiers naturels et reconnaître deux entiers premiers entre eux ; • Donner la forme irréductible d'une fraction rationnelle. <p>Les élèves résolvent des problèmes numériques dans des situations mathématiques ou en rapport avec leur environnement dans des contextes familiers ou non familiers.</p>	<p>Les élèves mobilisent une technique, un algorithme ou une procédure de calcul pour :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Déterminer le reste de la division euclidienne d'un entier par 2, 3, 4, 5, 8, 9, 11, 25 ; • Décider de la divisibilité d'un entier par 2, 3, 4, 5, 8, 9, 11, 25. <p>Les élèves résolvent des problèmes numériques dans des situations mathématiques ou en rapport avec leur environnement dans des contextes familiers ou non familiers.</p>

Annexe 1.7a

	3^{ème} Mathématiques	4^{ème} Mathématiques
Contenu		
Aptitudes à développer		

Annexe 1.7b

	3^{ème} Mathématiques	4^{ème} Mathématiques
Contenu	<ul style="list-style-type: none"> • Division euclidienne dans \mathbb{N}. PGCD, PPCM, Nombres premiers entre eux. Lemme de Gauss. • Nombres premiers, théorème d'Euclide. Le petit théorème de Fermat. Le théorème fondamental de l'arithmétique. 	<ul style="list-style-type: none"> • Congruence dans \mathbb{Z}. • Théorème de Bezout • Résolution dans \mathbb{Z}, sur des exemples d'équation du type $ax + by = c$ avec a, b et c entiers relatifs.
Aptitudes à développer	<p>Les élèves mobilisent une technique, un algorithme ou une procédure de calcul pour :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Exploiter les propriétés de la divisibilité dans \mathbb{N}. • Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un entier naturel par un entier naturel non nul. • Calculer le PGCD et le PPCM de deux entiers naturels non nuls. • Reconnaître que deux entiers naturels sont premiers entre eux. • Exploiter le lemme de Gauss. • Reconnaître qu'un entier est premier. • Exploiter le théorème d'Euclide. • Exploiter le théorème fondamental de l'arithmétique. <p>• Exploiter le petit théorème de Fermat.</p> <p>Les élèves résolvent des problèmes numériques dans des situations mathématiques ou en rapport avec leur environnement dans des contextes familiers ou non familiers. En particulier,</p> <ul style="list-style-type: none"> • les élèves résolvent des problèmes d'arithmétique ou de dénombrement. • Les élèves résolvent des problèmes puisés dans des situations réelles menant à un modèle arithmétique. 	<p>Les élèves mobilisent une technique, un algorithme ou une procédure de calcul pour :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Exploiter les propriétés de la divisibilité dans \mathbb{Z}. • Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne dans \mathbb{Z}. • Calculer le PGCD et le PPCM de deux entiers relatifs non nuls. • Exploiter les propriétés de congruence dans \mathbb{Z}. • Reconnaître que deux entiers sont premiers entre eux, en utilisant la relation de Bezout. • Résoudre dans \mathbb{Z} des équations du type : $ax + by = c$ avec a, b et c entiers relatifs. <p>Les élèves résolvent des problèmes numériques dans des situations mathématiques ou en rapport avec leur environnement dans des contextes familiers ou non familiers. En particulier,</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ils résolvent des problèmes puisés dans des situations réelles menant à un modèle arithmétique.

Activité 4

Pour chacune des activités données dans l'annexe 1.8, déterminer les aptitudes mises en œuvre.

Objectif :

Amener les participants à analyser une activité et dégager les aptitudes mises en œuvre.

Durée :

Environ 180 mn

Outils didactiques :

- Tableau et stylos marqueurs.
- Transparents et rétroprojecteur.
- Ordinateurs et vidéoprojecteur.

Support :

- Une sélection d'activités tirées des manuels scolaires Annexe 1.8
- Un tableau à remplir Annexe 1.9a.
- Annexe 1.9b

Déroulement :

- Première étape : (90 mn)
Concerne les activités de 1 à 6 de l'annexe 1.8, issues des manuels de la 7^{ème} de base à la 2^{ème} année Sciences.
- Seconde étape : (90 mn)
Concerne les activités de 7 à 12 de l'annexe 1.8, issues des manuels de 3^{ème} et 4^{ème} année secondaire.

Chaque étape débutera par un travail individuel, suivi d'un travail d'équipe puis d'un exposé et enfin d'une synthèse donné par le formateur :

- Travail individuel : (30 mn)
Chaque participant analyse les activités proposées dans l'annexe 1.8 et dégager les aptitudes mises en œuvre.
- Travail d'équipe : (15 mn)
A travers une concertation, chaque équipe remplit le tableau donné en annexe 1.9a
- Exposé : (30 mn)
Chaque équipe expose son travail, entraînant un débat.
- Synthèse : (15 mn)
Le formateur expose le bilan de cette activité. Annexe 1.9b.

Deuxième séance (à distance)

Activité

Analyser les activités proposées dans les chapitres suivants, des manuels scolaires, et déterminer les aptitudes visées.

- Divisibilité dans \mathbb{N} , 3^{ème} math.
- Nombres premiers, 3^{ème} math.
- Divisibilité dans \mathbb{Z} , 4^{ème} math.
- Identité de Bézout, 4^{ème} math.
- Arithmétique, 3^{ème} Sciences de l'informatique.
- Systèmes de numération, 3^{ème} Sciences de l'informatique.
- Arithmétique, 4^{ème} Sciences de l'informatique.

Objectif :

Amener les participants à analyser les activités proposées, dans un chapitre d'un manuel scolaire, et dégager les aptitudes mises en œuvre.

Support :

Les manuels scolaires de 3^{ème} Mathématiques, 3^{ème} Sciences de l'informatique, 4^{ème} Mathématiques et 4^{ème} Sciences de l'informatique.

Consignes :

Chaque participant choisira deux chapitres à analyser, présentera son travail dans un tableau et enverra son compte rendu au formateur dans un délai d'une semaine.

Troisième séance (Présentielle)

LES MODES DE RAISONNEMENTS EN ARITHMETIQUE

Activité 1 (Brainstorming)

Quels sont d'après vous les différents modes de raisonnements en arithmétique ?
Donnez pour chacun de ces modes une explication concise.

Objectif :

Cette activité permet aux participants de réfléchir individuellement et d'échanger en équipe autour de leurs représentations et de leurs connaissances au sujet des modes de raisonnement en arithmétique.

Durée :

Environ 30 mn.

Outils didactiques :

- Tableau et stylos marqueurs.
- Transparents et rétroprojecteur.
- Ordinateurs et vidéoprojecteur

Déroulement :

Individuellement puis par équipe, les participants déterminent les différents modes de raisonnements en arithmétique.

Chaque équipe expose son travail suivi d'un débat.

Une fiche de synthèse sera élaborée au bout de cette activité.

Activité 2

En étudiant les exemples donnés dans l'annexe 3.1, donnez les différents modes de raisonnements utilisés.

On précisera pour chaque mode de raisonnement le niveau scolaire correspondant.

Objectif :

Cette activité a pour objectif d'identifier les différents modes de raisonnement en arithmétique, elle complètera la liste élaborée lors de l'activité 1, des modes de raisonnements en arithmétique.

Durée :

150 mn.

Outils didactiques :

- Tableau et stylos marqueurs.
- Transparents et rétroprojecteur.
- Ordinateurs et vidéoprojecteur

Support :

Annexe 3.1.

Annexe 3.2.

Déroulement :

- Travail individuel : (60 mn)
Chaque participant traite les activités proposées dans l'annexe 3.1 et essaye de dégager d'autres modes de raisonnements qui n'ont pas été cités lors de l'activité 1.
- Travail d'équipe : (30 mn)
A travers une concertation, chaque équipe détermine les différents modes de raisonnement rencontrés en arithmétique.
- Exposé : (30 mn)
Chaque équipe expose son travail, entraînant un débat.
- Synthèse : (30 mn)
Le formateur présente les différents modes de raisonnements rencontrés en arithmétique Annexe 3.2.

Activité 3

En considérant les différentes situations problèmes proposées dans l'annexe 3.3, déterminer lequel parmi les modes dégagés est plus approprié suivant le niveau enseigné ou la rapidité.

Objectif :

Cette activité a pour objectif d'amener les participants à connaître les différents modes de raisonnement en arithmétique et de savoir utiliser le mode approprié à la situation-problème proposée.

Durée :

180 mn

Outils didactiques :

- Tableau et stylos marqueurs.
- Transparents et rétroprojecteur.
- Ordinateurs et vidéoprojecteur

Support :

Annexe 3.3.

Déroulement :

- Travail individuel : (60 mn)
Chaque participant traite les exercices proposés dans l'annexe 3.3, par différentes méthodes et essaye de déterminer, pour chaque exercice, lequel parmi les modes dégagés le plus approprié suivant le niveau enseigné ou la rapidité.
- Travail d'équipe : (30 mn)
A travers une concertation, chaque équipe détermine, pour chaque exercice, lequel parmi les modes dégagés le plus approprié suivant le niveau enseigné ou la rapidité.
- Exposé : (60 mn)
Chaque équipe expose son travail, entraînant un débat.
- Synthèse : (30 mn)
Le formateur expose le bilan de cette activité.

Quatrième séance (à distance)

Activité

Corriger les exercices proposés dans l'annexe 4.a.

Objectif :

Evaluer les compétences des participants pour résoudre des exercices d'arithmétique.

Support :

Une feuille d'exercices « annexe 4.a ».

Annexe 4.b contient des éléments de réponses aux exercices proposés dans l'annexe 4.a.

Consignes :

Chaque participant traitera, de plusieurs méthodes, les exercices proposés dégagant pour chacun d'eux le(s) mode(s) de raisonnement utilisé(s).

Le compte rendu sera envoyé au formateur dans un délai d'une semaine.

Cinquième séance (Présentielle)

ETUDE DE L'ASPECT ALGORITHMIQUE EN ARITHMETIQUE EXPLOITATION D'UN TABLEUR EN ARITHMETIQUE

Première partie

Activité 1

1. Déterminer, en utilisant l'algorithme d'Euclide, le pgcd des entiers a et b dans chacun des cas suivants :
 - $a = 756$ et $b = 294$
 - $a = 235$ et $b = 142$
2. a) Soit a et b deux entiers naturels tels que $\text{pgcd}(a, b) = 7$.
La dernière division de reste nul étant écrite, les quotients successifs de l'algorithme d'Euclide sont respectivement $3 ; 1 ; 1 ; 3$.
Quelles sont les valeurs de a et b ?
b) Même question que 2. a) pour $\text{pgcd}(a, b) = 1$ et les quotients successifs de l'algorithme d'Euclide sont respectivement $3 ; 2 ; 1 ; 3 ; 1$.
3. Déterminer, en utilisant l'algorithme d'Euclide, le pgcd d des entiers 825 et 315 .
Trouver alors les entiers u et v tels que $825u + 315v = d$.

Objectifs :

Amener les participants à :

- utiliser l'algorithme d'Euclide pour déterminer le pgcd de deux entiers,
- déterminer deux entiers connaissant leur pgcd et les quotients successifs obtenus suite à l'application de l'algorithme d'Euclide,
- déterminer les coefficients de Bézout à partir de l'algorithme d'Euclide.

Durée :

Environ 60 mn

Outils didactiques :

- Tableau et stylos marqueurs.
- Transparents et rétroprojecteur.
- Ordinateurs et vidéoprojecteur

Déroulement :

- Travail individuel : (20 mn)
- Travail d'équipe : (10 mn)

- Exposé : (15 mn)
L'une des équipes propose un corrigé, tout en expliquant les méthodes mises en œuvre pour répondre aux questions 2) et 3).
- Synthèse : (15 mn)
Le formateur expose le bilan de cette activité.

Activité 2 (Algorithme d'Euclide-Bézout)

1. Soit a et b deux entiers naturels non nuls. On suppose que $b > a$.
On désigne par $r_i; i \in \{3; L \cup n\}$ les restes successifs dans l'algorithme d'Euclide de la division euclidienne de b par a , r_n étant le dernier reste non nul.
On note $r_1 = b$; $r_2 = a$ et q_i le quotient de la division euclidienne de r_{i-2} par r_{i-1} .
On définit les entiers x_i et y_i par :
 - $x_1 = 0, x_2 = 1$ et pour tout $i \in \{2; L \cup n\}$, $x_{i+1} = q_{i+1} x_i + x_{i-1}$.
 - $y_1 = 1, y_2 = 0$ et pour tout $i \in \{2; L \cup n\}$, $y_{i+1} = q_{i+1} y_i + y_{i-1}$.
 - a) Démontrer que pour tout $i \in \{1; L \cup n\}$ on a : $ax_i - by_i = (-1)^i r_i$.
 - b) En déduire que $ax_n - by_n = (-1)^n(a \wedge b)$.
2. On prend $a = 377$ et $b = 493$.
 - a) Compléter le tableau suivant :

i	1	2	3
r_i	493	377	116		
q_i	-	-	1		
x_i	0	1			
y_i	1	0			

- b) En déduire les entiers u et v tels que $377u + 493v = 377 \wedge 493$.
3. Appliquer l'algorithme précédent pour déterminer les coefficients de Bézout dans chacun des cas suivants :
 - $a = 482$ et $b = 1506$.
 - $a = 201$ et $b = 984$.

Objectif :

- Découvrir l'algorithme d'Euclide étendu (Euclide-Bézout).
- Appliquer l'algorithme d'Euclide étendu pour déterminer les coefficients de Bézout.

Durée :

120 mn

Outils didactiques :

- Tableau et stylos marqueurs.
- Transparents et rétroprojecteur.
- Ordinateurs et vidéoprojecteur

Déroulement :

- Travail individuel : (30 mn)
- Travail d'équipe : (30 mn)
- Exposé : (45 mn)
- Synthèse : (15 mn)

Seconde partie : Exploitation d'un tableur

Activité 1 (Algorithme d'Euclide)

On rappelle que d'après l'algorithme d'Euclide, si a et b sont deux entiers, alors il existe deux entiers uniques q et r tels que : $a = bq + r$ avec $0 \leq r < b$ et on a : $\text{PGCD}(a,b) = \text{PGCD}(b,r)$.

On se propose à l'aide d'un tableur, d'exécuter l'algorithme d'Euclide pour deux entiers naturels non nuls donnés (on prendra $a = 2457$ et $b = 315$).

1. a) Sur une nouvelle feuille de calcul, inscrire un tableau comme l'indique la figure ci-dessous :

	A	B	C
1	a	b	r
2	2457	315	
3			
4			

- b) Dans la cellule C2, inscrire la formule $\text{MOD}(A2 ; B2)$ pour déterminer le reste de la division euclidienne 2457 par 315 (La fonction $\text{MOD}(A2 ; B2)$ détermine le reste de la division euclidienne de A2 par B2).

2. Recopier les cellules de façon à obtenir la configuration ci-contre.

	A	B	C	D
1	a	b	r	
2	2457	315	252	
3	315	252	63	
4	252	63	0	
5				
6				

3. Modifier les contenus des cellules A2 et B2 et déterminer le pgcd des nouvelles valeurs.

Objectifs :

- Savoir identifier les séquences d'enseignement pour lesquels l'utilisation du tableur est pertinente,
- Savoir analyser les séquences qui intègrent un tableur,
- Savoir élaborer et exécuter un algorithme sur un tableur.

Durée :

90 mn

Outils didactiques :

- Tableau et stylos marqueurs.
- Transparents et rétroprojecteur.
- Ordinateurs et vidéoprojecteur.

Support :

Fichier AlgoEuclide.xls, en annexe.

Fichier AlgoEuclide2.xls, en annexe.

Déroulement :

Cette activité doit se dérouler dans un laboratoire d'informatique.

Activité 2 (Coefficients de Bézout)

1. En s'inspirant des résultats établis dans l'activité (algorithme d'Euclide-Bézout), exécuter à l'aide d'un tableur, le programme donnant les coefficients de Bézout de deux entiers donnés.
2. Dans le où les entiers a et b sont premiers entre eux, l'entier a est inversible modulo b , c'est-à-dire qu'il existe un entier u tel que $a.u \equiv 1 \pmod{b}$. Expliquer comment à partir du programme précédent on peut déterminer l'inverse d'un entier non nul donné modulo un autre entier qui lui est premier.

Objectifs :

- Savoir identifier les séquences d'enseignement pour lesquels l'utilisation du tableur est pertinente,
- Savoir analyser les séquences qui intègrent un tableur,
- Savoir élaborer et exécuter un algorithme sur un tableur.

Durée :

90 mn

Sixième séance (Présentielle)

APPLICATIONS : EQUATIONS DIOPHANTIENNES, CRYPTOGRAPHIE

Activité 1

Traiter les exercices de l'annexe 6.1a.

Objectif:

Utilisation de l'arithmétique pour la résolution d'équations.

Durée:

90 minutes

Support:

Annexe 6.1a

Annexe 6.1b

Outils didactiques :

- Tableau et stylos marqueurs.
- Transparents et rétroprojecteur.
- Ordinateurs et vidéoprojecteur.

Déroulement:

- Travail individuel : (30 mn)
- Travail d'équipe : (30 mn)
- Exposé: (30 mn)

Un exposé est demandé par l'une des équipes autour de 30 minutes.

Le formateur fera le bilan de l'activité. Annexe 6.1b.

Activité 2

Un exposé introductif et exemples d'application.

Objectif:

Découvrir la cryptographie et définir les notions de base, la conversion numérique et le cryptage symétrique.

Durée:

90 minutes

Support:

Annexe 6.2

2^{ème} exemple : Elaboration d'un QCM

- **Public ciblé** : Professeurs du secondaire
-
- **Lieu** : Crefoc
-
- **Temps alloué** : 5 heures
-
- **Objectifs** :
-
- Elaboration des exercices sous forme de QCM pour différents niveaux du secondaire.
-
- **Contenu de la formation** :
-
- Les différents types de QCM :
- Vrai ou Faux
- QRU : Questionnaire à réponse unique
- QRM : Questionnaire à réponses multiples
-

- **Déroulement de la séance :**
-
- **Activité 1 :**
-
- Elaboration des exercices de QCM de type « vrai ou faux »
-
- Travail de groupes (15 mn) : Discussion et préparation d'un exercice.
- Présentation des travaux des groupes (30 mn) : Discussion et production des exercices (version finale).
-
- N.B : L'un des groupes au moins se chargera de produire un « V ou F » avec justification.
-
- **Activité 2 :**
-
- Elaboration des exercices de type QRU (questionnaire à réponse unique).
-
- Travail de groupes (15 mn) : Discussion et préparation d'un exercice.
- Présentation des travaux des groupes (60 mn) : Discussion et amélioration des exercices (version finale).
-
- N.B : Un groupe produira un QRU avec justification.
-
- **Pause 15 mn**
-
- **Activité 3 :**
-
- Elaboration des exercices de type QRM (questionnaire à réponses multiples).
-
- Travail de groupes (15 mn) : Discussion et préparation d'un exercice.
- Présentation des travaux des groupes (60 mn) : Discussion et amélioration des exercices (version finale).
-
- N.B : Un groupe produira un QRM avec justification.
-
- **Bilan de cette séance (15 mn)**

3^{ème} exemple : la logique

Public ciblé : Enseignants du secondaire

Lieu : Crefoc

Temps alloué : 5 heures

Objectifs :

- Consolider la formation des enseignants en logique.
- Mobiliser quelques modes de raisonnements, dans des situations.

Contenu de la formation :

- Proposition
- Opérations sur les propositions
(La négation, La conjonction, la disjonction, l'implication logique, l'équivalence).
- La tautologie, l'antilogie.
- Le contre exemple, le raisonnement par l'absurde.

Déroulement de la séance :

Tout au long de cette séance, les participants sont répartis en groupes de travail.

Activité 1

Faire les exercices de l'annexe 1.

- Travail individuel (20 mn) : les feuilles de réponses des participants sont ramassées avant de travailler en groupes.
- Travail de groupes (20 mn) : Discussion et préparation d'une feuille de réponse par groupe.
- Présentation des travaux des groupes (20 mn).

Activité 2

Compléter les tables de vérités de l'exercice n° 1 de l'annexe 2.

- Travail individuel (10 mn)
- Travail de groupes (10 mn) : Discussion et préparation d'une feuille de réponse par groupe.
- Présentation des travaux des groupes (10 mn).

Activité 3

Traiter les exercices 2, 3, 4 et 5 de l'annexe 2.

- Travail individuel (15 mn)
- Travail de groupes (15 mn) : Discussion et préparation d'un compte rendu commun.
- Présentation des travaux des groupes (15 mn).

Activité 4

Traiter les exercices 6, 7, 8 et 9 de l'annexe 2.

- Travail individuel (15 mn)
- Travail de groupes (15 mn) : Discussion et préparation d'un compte rendu commun.
- Présentation des travaux des groupes (15 mn).

Activité 5

Traiter les exercices 10, 11, 12 et 13 de l'annexe 2.

- Travail individuel (15 mn)
- Travail de groupes (15 mn) : Discussion et préparation d'un compte rendu commun.
- Présentation des travaux des groupes (15 mn).

Activité 6

Traiter les exercices 14, 15 et 16 de l'annexe 2.

- Travail individuel (15 mn)
- Travail de groupes (15 mn) : Discussion et préparation d'un compte rendu commun.
- Présentation des travaux des groupes (15 mn).

Annexe 1

Exercice 1

Les énoncés suivants sont ils des propositions ? (Ecrire, proposition ou n'est pas une proposition devant chaque énoncé).

- 1) La lune tourne autour de la terre.
- 2) La lune tourne autour de la galaxie.
- 3) Il fait chaud.
- 4) 2 divise 24.
- 5) $3 + 5 = 6$
- 6) L'entier 4 est dérivable par 7.
- 7) Il pleut aujourd'hui, sur Radès.

Exercice 2

Mettre vrai ou faux dans chaque case.

1	Je sais que $((P_1 \text{ et } P_2) \Rightarrow P_3)$, j'en conclus $P_1 \Rightarrow P_3$	
2	Je sais que $((P_1 \text{ ou } P_2) \Rightarrow P_3)$, j'en conclus $P_1 \Rightarrow P_3$	
3	Je sais que $(P_1 \Rightarrow P_3)$, j'en conclus $(P_1 \text{ ou } P_2) \Rightarrow P_3$	
4	Je sais que $(P_1 \Rightarrow P_3)$, j'en conclus $(P_1 \text{ et } P_2) \Rightarrow P_3$	

Exercice 3

Compléter par « il faut », « il suffit », ou « il faut et il suffit » :

- a) Soit n appartenant à Z .
Pour qu'il existe m appartenant à Z tel que $m^2 = n$, que n soit positif ou nul.
- b) Soit x appartenant à R .
Pour qu'il existe t appartenant à R tel que $t^2 = x$, que x soit positif ou nul.
- c) Pour qu'un quadrilatère soit un carré, que ses diagonales soient perpendiculaires.
- d) Soit $f : R \rightarrow R$ une fonction dérivable
Pour que f soit strictement croissante, que $f'(x) > 0$ pour tout x appartenant à R .

Exercice 4

Ecrire en langage mathématique, avec les symboles usuels :

- a) f est strictement croissante sur l'intervalle I .
.....
.....
- b) f n'est pas strictement croissante sur l'intervalle I .
.....
.....

Exercice 5

Ecrire la réciproque, la négation et la contraposée de : $(\forall x \in IR, x^2 = 4 \Rightarrow x = 2)$.

.....

