

**Document N°4 :**  
**Session collaborative ResCo 2018-2019**  
*Les Vitres*

**Phase de questions/réponses :**

**Les vitres**

Une entreprise découpe des vitres rectangulaires de 4 dimensions différentes :  
 210 cm x 215 cm ; 100 cm x 215 cm ; 100 cm x 125 cm ; 60 cm x 215 cm.

Ces vitres sont découpées dans des grandes plaques rectangulaires de verre de 600 cm x 320 cm.

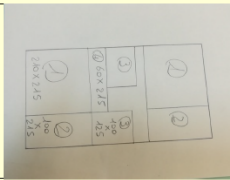
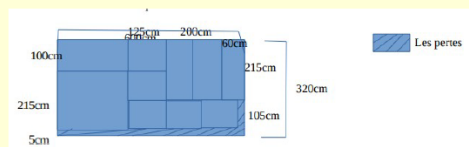
L'entreprise cherche une méthode pour réaliser les découpes selon les commandes en limitant les chutes.

Pour aider l'entreprise, pouvez-vous proposer une méthode qui réalise les découpes et minimise les pertes ?

## Exemples de questions

identification de grandeurs pertinentes	recherche d'un modèle (mathématique)	Questionnement d'éléments de contexte
Combien y-a-t-il de vitres commandées selon les dimensions ?	Combien de vitres peut-on faire sur une plaque ?	Est-ce qu'on découpe de bord à bord ? Ou en plein milieu ?
Peut-on stocker plusieurs verres en même temps ? Si oui, combien ?	Quel calcul doit-on faire avec les 4 dimensions des petites vitres pour obtenir les dimensions de la grande vitre ?	Peut-on recycler les chutes ?

## Exemples de réponses

À propos du choix de modèle	À propos du choix des grandeurs
<p>Est-ce qu'on est obligés d'avoir toujours les quatre dimensions sur les grandes plaques ou juste une partie ?  <b>Non, nous ne sommes pas obligés d'avoir toujours les 4 dimensions, mais ça dépend du stock disponible et de la commande.</b></p>	<p>Combien peut-on faire rentrer de vitres Rectangulaires des 4 différentes dimensions citées dans l'énoncé dans une grande plaque rectangulaire de 600cm*320cm?  <b>Selon votre schéma 7, mais il faudrait Voir si on peut faire plus (il s'agit du but de l'étude).</b></p> 
<p>On demande de proposer un type de « méthode » : Est-ce une démarche mathématique ? Est-ce une programmation de la machine qui va couper ?  <b>On peut envisager à la fois une étude mathématique et un algorithme qui aidera à la programmation.</b></p>	<p>Combien de vitres peut-on découper dans une plaque de 600 cm x 320 cm ?</p> <p><b>Possibilité N°1 : On peut découper 12 vitres de dimension 100cmx125 cm.</b></p> <p><b>Possibilité N°2 : On peut découper 2 vitres de 100 cm x 215 cm + 3 vitres de 60 cm x 215 cm.</b></p> <p><b>Possibilité N°3 : On peut découper 10 vitres de 60 cm x 215 cm.</b></p> <p><b>Possibilité N°4 : On peut découper 2 vitres de 210 cm x 215 cm.</b></p> <p><b>Possibilité N°5 : On peut découper 12 vitres de 100 cm x 125 cm.</b></p>
<p>Peut-on faire une grande plaque pour chacune des 4 dimensions à découper  <b>Oui nous avons répondu à l'aide du schéma ci-dessous.</b></p> 	<p>Quel est le détail des commandes ?</p> <p><b>Détail de commandes envisageables N°1:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 8 vitres de dimensions 210 cm x 215 cm.</li> <li>- 20 vitres de dimensions 100 cm x 215 cm.</li> <li>- 10 vitres de dimensions 100 cm x 125 cm.</li> <li>- 15 vitres de dimensions 60 cm x 215 cm.</li> </ul> <p><b>Détail de commandes envisageables N°2:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 30 vitres de dimensions 210 cm x 215 cm.</li> <li>- 50 vitres de dimensions 100 cm x 215 cm.</li> <li>- 70 vitres de dimensions 100 cm x 125 cm.</li> <li>- 45 vitres de dimensions 60 cm x 215 cm.</li> </ul>

À propos du contexte	Concernant la pertinence de la question
Peut-on faire fondre les chutes de verre pour refaire des plaques ? Oui nous pouvons faire refondre les chutes à partir du moment où le coût est inférieur à l'achat d'une plaque neuve.	Faut-il tenir compte du salaire des employés ? Non, on pense que ça ne présente pas d'intérêt.
Comment les machines s'adaptent-elles aux dimensions des vitres ? Grace à un logiciel de commande numérique.	Combien d'employés ? Hors sujet.
Quelles sont les dimensions les moins demandées ? Nous n'avons pas accès au livret des commandes. Et ça peut dépendre des saisons.	Quel type de verre coupe-t-on ? Peu importe, on est obligé de négliger ce détail pour résoudre.
Faut-il laisser une marge pour polir le verre ? Si la découpe est nette (c'est-à-dire si la machine est performante), on ne devrait pas laisser de marge.	Quelles sont les demandes de dimensions les plus fréquentes ? On ne sait pas mais ça pourrait nous donner une indication pour optimiser notre réponse.

## Phase de recherche du problème :

### Fiction relancée à destination des élèves :



IREM de Montpellier - 2018-2019  
Résolution Collaborative de Problèmes

Simon Modeste  
[simon.modeste@umontpellier.fr](mailto:simon.modeste@umontpellier.fr)

# Reso

Les vitres - Relance

#### Félicitations !

Vous avez été plus de 120 classes à vous pencher sur le problème « Les vitres ». Je suis très content de voir que vous vous êtes engagés à fond dans notre problème ! Vous vous êtes tous posés beaucoup de questions très pertinentes, et vous avez proposé des réponses variées et très intéressantes permettant d'avancer dans la résolution du problème.

On voit que différentes pistes de travail sont envisageables pour traiter mathématiquement le problème. Pour continuer à chercher ensemble le même problème, nous devons faire des choix communs.

#### Un choix pour interpréter « minimiser les pertes »

On pourrait prendre en compte divers éléments pour calculer les pertes, mais la résolution mathématique deviendrait très complexe. Pour simplifier, on va considérer que les pertes sont liées aux morceaux de verre qui restent dans une plaque lorsqu'on passe au découpage d'une nouvelle plaque (ce sont les chutes).

Comme ces chutes ne sont pas utilisables par l'entreprise, elle les jette (on peut supposer qu'une entreprise de recyclage les récupère). On veut donc minimiser la surface totale des chutes.

#### Nature des découpes

Dans une grande plaque, on peut disposer les vitres dans le sens qu'on veut, mais les découpes se font uniquement parallèlement aux bords de la grande plaque. On considère que l'épaisseur de coupe est négligeable.

#### Fonctionnement des commandes

On propose que l'entreprise regroupe les commandes des clients, chaque semaine, dans une liste de vitres à découper. C'est selon cette liste qu'on souhaite minimiser les chutes.

#### Quelques précisions :

Dans le choix de modèle proposé :

- Le nombre de machines n'a pas d'importance.
- On dispose d'autant de grandes plaques que nécessaire pour produire les vitres commandées.
- On ne tient pas compte de la casse possible des vitres lors des manipulations.

**Le problème commun sur lequel vous allez tous chercher est donc celui de trouver une méthode pour minimiser la surface totale des chutes selon les commandes chaque semaine.**

J'attends avec impatience de lire vos recherches, dans vos échanges sur le forum !

Simon Modeste

## Fiction relancée à destination des enseignants :



IREM de Montpellier – 2018-2019

ResCo

Les vitres – Relance

Fiche enseignant



### Pourquoi une fiction réaliste relancée ?

Prenant en compte les échanges de questions-réponses des élèves (accessibles sur le forum) et l'analyse préalable des choix de mathématisation possibles, la relance élaborée par les membres du groupe fixe des choix en les motivant et vise à orienter la recherche, d'après les productions des participants, vers un problème mathématique commun à l'ensemble des classes engagées.

Elle permet d'expliciter les choix faits parmi ceux envisagés par les élèves lors de la phase de questions-réponses. Avec la relance, les élèves sont amenés à chercher un même problème mathématique, issu des choix de mathématisation fixés par l'équipe ResCo.

Cette relance est pensée pour être introduite après avoir pris le temps avec les élèves de prendre connaissance des réponses à leurs questions déposées sur le forum par les autres classes.

Ils prennent ainsi conscience qu'il est nécessaire de faire des choix de modélisation et que plusieurs choix sont possibles. La relance vient alors fixer des choix pour poursuivre la résolution collaborative. Certains choix faits par les autres groupes et/ou par ResCo peuvent déstabiliser vos élèves, il convient de les accompagner en prenant le temps d'en débattre : plusieurs choix sont possibles, il n'y a pas de bons ou de mauvais choix mais une nécessité de faire des choix communs pour poursuivre la collaboration.

Selon le temps passé à étudier les réponses, la relance peut être présentée lors de la 3ème ou de la 4ème séance. L'enseignant peut en profiter pour institutionnaliser cette nécessité de faire des choix dans une activité de modélisation.

### Poursuite de la collaboration

Pour continuer à travailler collectivement sur cette fiction réaliste relancée, il est nécessaire de déposer régulièrement les avancées des travaux de vos élèves dans les zones d'échanges entre classes du forum (schéma, essais, calculs, idées...). Cela permet également à l'enseignant d'utiliser avec ses élèves les travaux déposés par les autres classes (comparaisons de stratégies et de solutions, débats...).

### Quelques éléments relatifs à la fiction «Les vitres»

La fiction relancée doit rester un texte court pour que toutes les classes puissent se l'approprier. C'est pourquoi nous ajoutons quelques informations à destination des enseignants, issues de notre lecture des questions-réponses entre les classes.

Dans la relance, nous n'avons pas répondu à toutes les questions sur le contexte. Si les réponses des autres classes n'ont pas permis d'avancer, vous pouvez apporter des explications aux élèves sur l'interprétation du contexte ou sur la compréhension du texte (par exemple : que signifie minimiser ? Qu'est-ce qu'une chute ? Quelle est l'épaisseur des vitres ? Questions sur le fonctionnement des machines de découpe, qui n'entrent pas en compte dans le modèle choisi, etc.)

Lors de la phase de relance, il faudra aussi bien accompagner les choix proposés.

Par exemple :

- Nous avons fait le choix de fixer l'unité de temps à l'échelle de la semaine, pour faciliter le travail sur le problème. On peut insister sur le fait qu'un autre choix était possible mais ne changeait pas profondément le problème mathématique.
- Il a été choisi de se focaliser sur la minimisation des surface des chutes. On pourra expliquer aux élèves en quoi cela permet des économies financières pour l'entreprise.
- Nous avons choisi de ne pas contraindre le type des découpes. Dans les modèles usuels, il arrive de considérer qu'un morceau de vitrage ne peut être découpé que d'un bord à l'autre (une découpe ne peut « s'arrêter » au milieu du vitrage). Si la question apparaît chez certains élèves durant la résolution, vous pouvez leur proposer de fixer ce choix ou de le traiter à part.

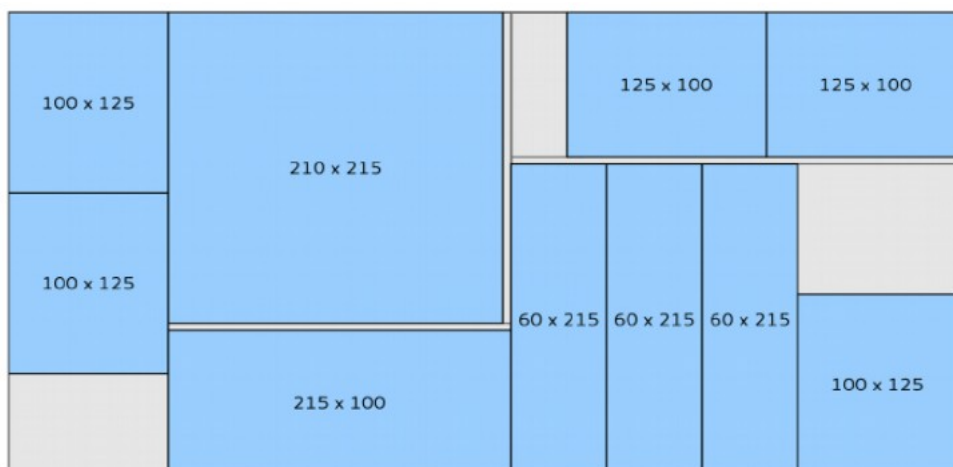
Pour aider les élèves qui « bloqueraient », en particulier face au fait qu'on ne s'intéresse pas à une commande particulière, vous pouvez :

- Proposer d'étudier d'abord des commandes qui ne contiennent qu'un seul format de vitre, puis plusieurs.
- Faire imaginer des commandes qui produiraient très peu de pertes.
- Proposer des « maquettes » de grandes plaques et de vitres pour pouvoir manipuler et expérimenter.
- S'appuyer sur les productions d'autres classes trouvées sur le forum (dans votre groupe ou les autres).
- Donner des exemples et étudier leur optimalité (comme celui ci-joint).

Si les élèves veulent faire des choix supplémentaires à l'intérieur du modèle proposé afin de résoudre le problème, vous pouvez les accompagner en leur demandant d'explicitier ces choix.

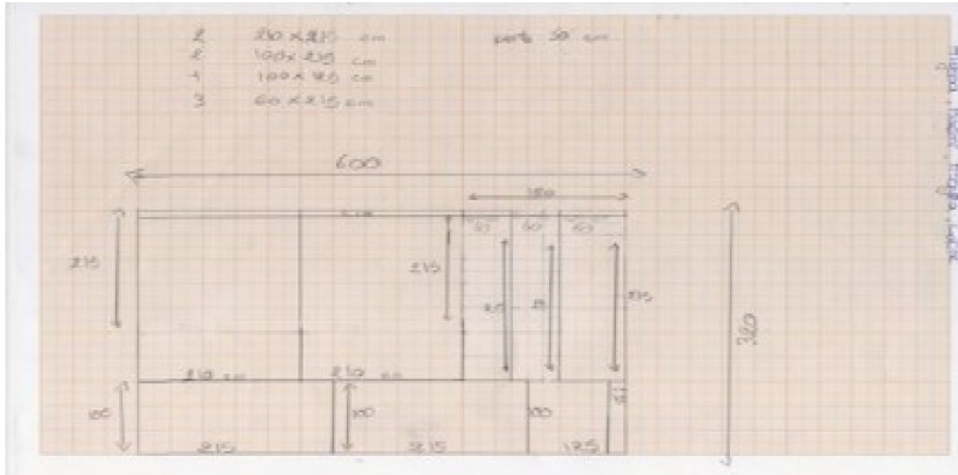
Bonne poursuite !

L'équipe ResCo

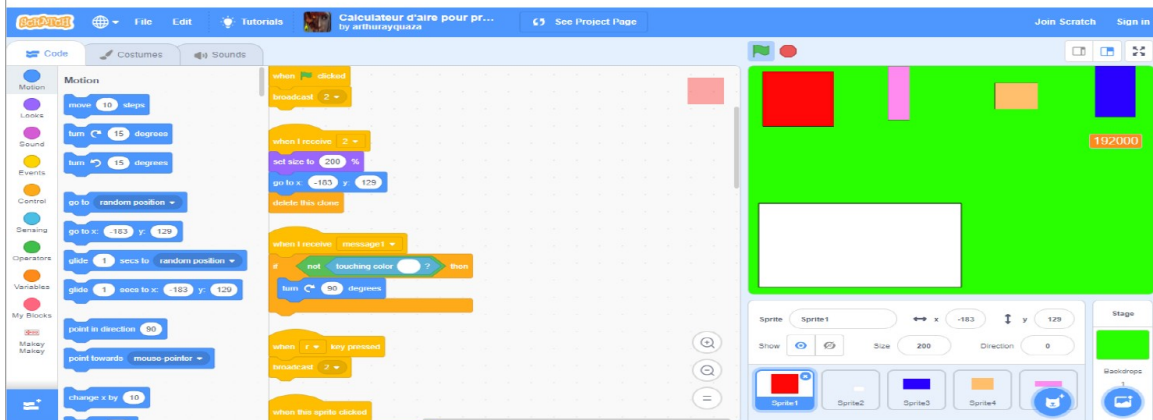


# Sixième

Nous avons cherché à améliorer les différents plans fournis ou obtenus (ci-dessous les résultats). D'autre part nous avons cherché à calculer les pertes. Pour la majorité d'entre nous, le meilleur plan est le n° 1 et d'après nos calculs l'aire des pertes est de 7500 cm<sup>2</sup>.



# Cinquième



<https://scratch.mit.edu/projects/283538606/>

# Cinquième

Nos pistes de recherches :

2 groupes ont décidés de faire une recherche avec une maquette.

Nous avons opté pour une échelle au 1/10<sup>ème</sup>.

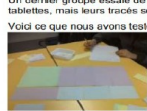
Nous avons d'abord testé des découpes avec une seule taille de vitres. (les calculs sont faits)

Puis nous avons essayé de composer des découpes en mixant les tailles de coupes. (les calculs seront faits plus tard)

En parallèle, un groupe a opté pour les calculs, ils se sont finalement associés au 2 groupes précédents pour mettre en calcul les découpes qu'ils avaient composés.

Un dernier groupe essaie de composer les découpes sur Géogébra car nous disposons de tablettes, mais leurs traces sont moins avancées.

Voici ce que nous avons testé : Nous avons calculé l'aire de la grande plaque : 192 000 cm<sup>2</sup>



Composition découpe	Aire des vitres découpées (cm <sup>2</sup> )	Aire des chutes (cm <sup>2</sup> )
2 x (210 x 215)	90 300	101 700
8 x (100 x 215)	172 000	20 000
13 x (60 x 215)	167 700	24 300
12 x (100 x 125)	150 000	42 000
2 x (210 x 215)	177 800	14 200
2 x (100 x 215)	170 800	21 200
3 x (100 x 125)	175 100	16 900
2 x (210 x 215)	174 700	17 300
2 x (100 x 215)	190 150	1 850
3 x (100 x 125)	182 900	9 100
4 x (100 x 215)	179 000	13 000
5 x (100 x 125)	189 350	2 650
1 x (210 x 215)		
2 x (100 x 215)		
3 x (60 x 215)		
5 x (100 x 125)		

Composition découpe	Aire des vitres découpées (cm <sup>2</sup> )	Aire des chutes (cm <sup>2</sup> )
1 x (210 x 215)	185 850	6 150
3 x (100 x 215)		
3 x (60 x 215)		
2 x (100 x 125)	182 350	9 650
1 x (210 x 215)		
4 x (100 x 215)		
3 x (60 x 215)		
1 x (100 x 125)	175 900	16 100
4 x (100 x 215)		
6 x (60 x 215)		
3 x (100 x 215)	166 100	25 900
1 x (100 x 125)		
4 x (60 x 215)		
2 x (100 x 215)	188 000	4 000
4 x (100 x 125)		
5 x (60 x 215)		
3 x (100 x 125)		
3 x (100 x 215)	179 400	12 600
6 x (60 x 215)		
3 x (100 x 125)		
2 x (210 x 215)	183 700	8 300
2 x (100 x 215)		
1 x (60 x 215)		
3 x (100 x 125)	180 200	11 800
2 x (100 x 215)		
3 x (100 x 215)		
1 x (60 x 215)		
1 x (100 x 125)		
3 x (100 x 215)	179 400	12 600
6 x (60 x 215)		
3 x (100 x 125)		
5 x (60 x 215)	177 000	15 000
9 x (100 x 125)		

Bilan:

- la méthode « maquette » est la plus efficace associée aux calculs: elle a permis de trouver quelques découpes vraiment économiques, mais comment les associer en fonction des commandes? Elle présente cependant des limites:
  - fastidieuse (longue),
  - avec des erreurs de composition, de calcul, (avec plus de temps nous aurions pu utiliser un tableau pour simplifier les calculs)
  - des répétitions de compositions déjà faites sans être sûrs d'avoir tout essayé.

Avec géogébra dans le même temps, on n'a fait que 3 simulations: trop long.

On pense que l'entreprise doit utiliser des logiciels qui prennent en compte simultanément: l'aire des différentes vitres et de la plaque, mais aussi les longueurs et les largeurs (car nous avons remarqué que nous mettions 6 x (100 x 215) + 2 x (60 x 215) horizontalement, alors que nous ne parvenions à mettre que 5 x (100 x 215) + 1 x (60 x 215) verticalement), et les commandes.





# Première

**LES VITRES**  
Lycée JACQUES PREVERT- St Christol lez Aliès

SECTION	1TRPT	GRUPE C – Classe 3
SEANCE	3 <sup>ème</sup> – 4 <sup>ème</sup> semaine	

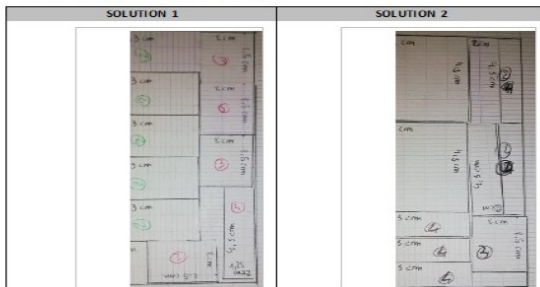
Les élèves ont choisi de représenter, à l'échelle, la plaque où seront réalisées les découpes. Puis, en utilisant la même échelle, ils ont reproduit sur une autre feuille les quatre modèles à réaliser, en plusieurs exemplaires chacun.

Le tableau ci-dessous résume les caractéristiques des dimensions réelles et à l'échelle pour chacune des pièces:

	DIMENSIONS RÉELLES			DIMENSIONS À L'ÉCHELLE	
	LONGUEUR mm	LARGEUR mm	SURFACE m <sup>2</sup>	LONGUEUR cm	LARGEUR cm
PLAQUE	600	320	0,192	12	6,4
M O D E L E N°1	210	215	0,04515	4,2	4,3
N°2	100	215	0,0215	2	4,3
N°3	100	125	0,0125	2	2,5
N°4	60	215	0,0129	1,2	4,3

Ces modèles ont enfin été découpés et ils ont été utilisés pour faire des essais de calage, en essayant de réduire au minimum les chutes.

Les solutions retenues ont été les suivantes:



Ensuite nous avons procédé à une comparaison des deux solutions:

## SOLUTION 1

	LONGUEUR	LARGEUR	SURFACE	QUANTITÉ	SURFACE PAR MODÈLE	
	mm	mm	m <sup>2</sup>		m <sup>2</sup>	
M O D E L E N°1	210	215	0,04515	0	0	
N°2	100	215	0,0215	5	0,1075	
N°3	100	125	0,0125	5	0,0625	
N°4	60	215	0,0129	1	0,0129	
<b>SURFACE TOT</b>					<b>0,1829</b>	<b>m<sup>2</sup></b>
<b>CHUTES</b>					<b>4,7</b>	<b>%</b>

## SOLUTION 2

	LONGUEUR	LARGEUR	SURFACE	QUANTITÉ	SURFACE PAR MODÈLE	
	mm	mm	m <sup>2</sup>		m <sup>2</sup>	
M O D E L E N°1	210	215	0,04515	2	0,0903	
N°2	100	215	0,0215	2	0,043	
N°3	100	125	0,0125	1	0,0125	
N°4	60	215	0,0129	3	0,0387	
<b>SURFACE TOT</b>					<b>0,1845</b>	<b>m<sup>2</sup></b>
<b>CHUTES</b>					<b>3,9</b>	<b>%</b>

## CONCLUSIONS

On constate que la solution 2 présente deux avantages par rapport à la solution 1:

- Tous les modèles apparaissent sur la plaque à découper;
- Les chutes sont moindres (presque 1 % de moins).

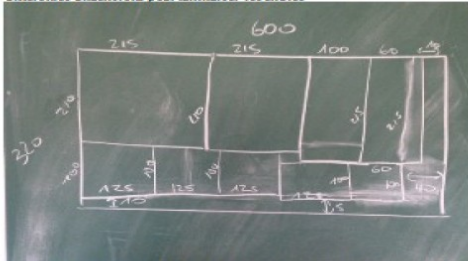
La solution 2 a donc été retenue par notre étude.

# Terminale

Jeudi 31/01/19

Après avoir lu les réponses posées des 2 groupes à nos questions et le sujet relancé, nous avons commencé à résoudre le problème:

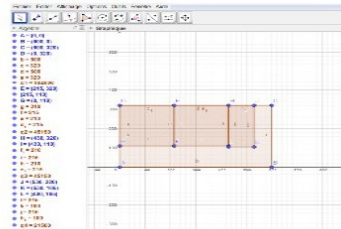
- Au tableau, on a représenté à main levée la plaque aux dimensions 320\*600, puis on a placé des vitres de différentes dimensions pour minimiser les chutes



- On a voulu calculer l'aire de la surface des chutes mais le dessin était confus.

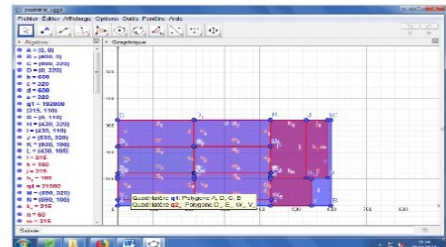
- On a donc utilisé Géogébra: on a placé des points des différentes coordonnées pour représenter:

- La plaque aux dimensions 320\*600
- 2 vitres 215\*210
- 1 vitre 100\*215



La suite, la semaine prochaine.....

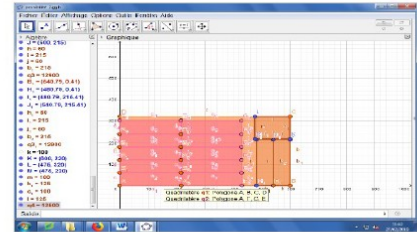
Possibilité 2:



Aire de la surface des chutes:  $192000 - 21500 \times 7 - 12900 \times 11500 = 17100 \text{cm}^2 = 1,71 \text{m}^2$

Mercrdis 27 février

Possibilité 3:



Aire de la surface des chutes:  $192000 - 12900 \times 112 - 11000 \times 23700 \text{cm}^2 = 237 \text{m}^2$

On constate que la 3<sup>ème</sup> possibilité utilise tous les formats de vitres sans utiliser et générer le moins de chutes. La 5<sup>ème</sup> possibilité utilisant que 2 formats de vitres et générant beaucoup de chutes.