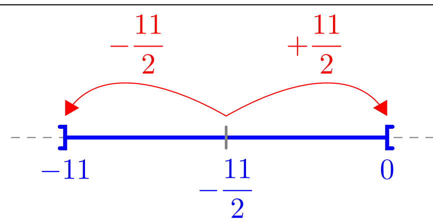
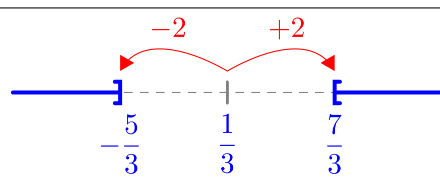
PSEUDO :

Communiquer le brouillon en y indiquant aussi le pseudo choisi.

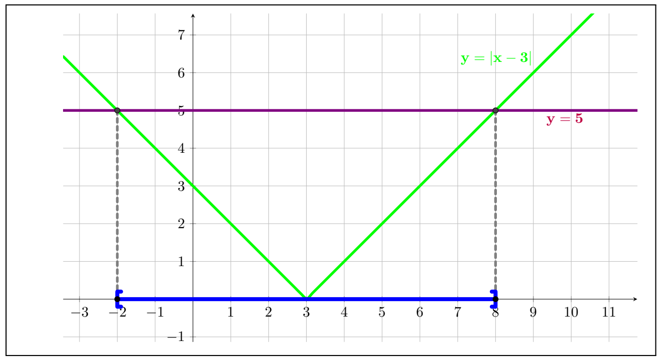
Ex1 : Dans chaque colonne du tableau ci-dessous est proposée une écriture ou une représentation d'un ensemble de réels. Compléter toutes les cases du tableau afin d'en donner une représentation équivalente.

Indiquer l'ordre de remplissage.

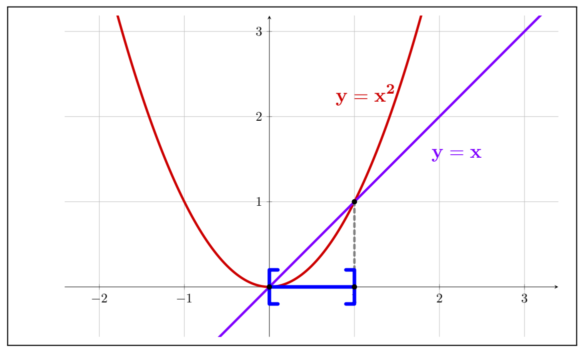
ensemble fini de réels ou intervalle(s)	égalités ou inégalités	croquis ou schéma de l'ensemble des x considérés	valeur absolue	distance
$x \in]6, 15[$				
	$-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$			
				
				$d(x; \frac{3}{2}) = 1$
			$\lvert x+5 \rvert = \pi$	
				$d(x; -4) \leq 5$
			$\lvert x-3 \rvert \leq \frac{1}{2}$	
				

Ex2 : Voici deux exemples de graphiques illustrant la proposition à leur gauche et pouvant servir de preuve.

$$\forall x \in \mathbb{R},\ |x-3| \leq 5 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 8$$



$$\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 \leq x \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1$$

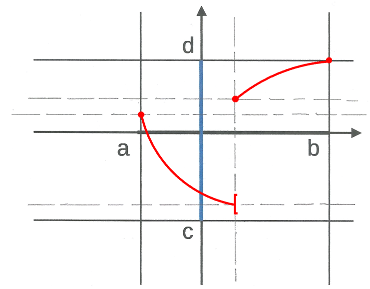
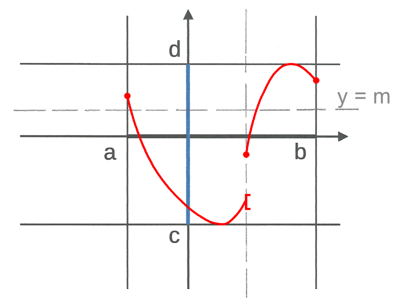
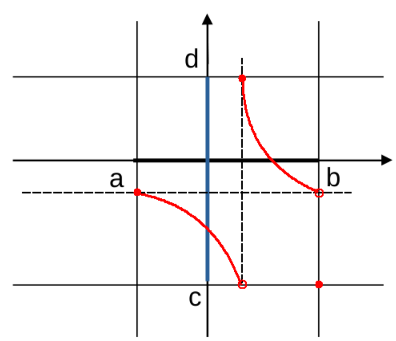


Donnez une démonstration de la proposition suivante et faites un graphique illustrant cette démonstration ou pouvant la remplacer.

Pour tout réel $a > 0$, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\Big((|x| \leq |x+a|) \text{ ET } (|x| \leq |x-a|) \Big) \Rightarrow |x| \leq \frac{a}{2}.$$

Ex3 : Le tableau ci-dessous présente les notions d'injection, surjection et bijection dans différents registres (Nom de la propriété, Formel, Langage usuel, Equation, Exemple de représentation graphique).

Nom de la propriété	Langage formalisé	Langage usuel	Equation	Exemple de représentation graphique
f est **injective** de E dans F	$\forall x, x' \in E$ si $f(x) = f(x')$ alors $x = x'$	Tout élément m de F a *au plus* un antécédent	$\forall m \in F$ l'équation $f(x) = m$ a *au plus* une solution dans E	$\forall m \in F$, la droite d'équation $y = m$ coupe $G(f)$ en *au plus* un point.  avec $E = [a, b]$ et $F = [c, d]$
f est **surjective** de E dans F	$\forall m \in F$ $\exists x \in E$ tel que $f(x) = m$	Tout élément m de F a *au moins* un antécédent	$\forall m \in F$ l'équation $f(x) = m$ a *au moins* une solution dans E	$\forall m \in F$, la droite d'équation $y = m$ coupe $G(f)$ en *au moins* un point.  avec $E = [a, b]$ et $F = [c, d]$
f est **bijective** de E dans F	$\forall m \in F$ $\exists x \in E$ *unique* tel que $f(x) = m$	Tout élément m de F a *un et un seul* antécédent	$\forall m \in F$ l'équation $f(x) = m$ a *une* solution *et une seule* dans E	$\forall m \in F$, la droite d'équation $y = m$ coupe $G(f)$ en *un* point *et un seul*.  avec $E = [a, b]$ et $F = [c, d]$

En vous inspirant de ce qui est proposé dans le tableau précédent, justifiez si les applications ci-dessous sont ou non injective/surjective/bijective **en argumentant dans deux registres dont l'un graphique**.

1. $f(x) = x^2$, $E = \mathbb{R}$, $F = \mathbb{R}$;

2. $g(x) = x^2$, $E = \mathbb{R}$, $F = [0, +\infty[$;

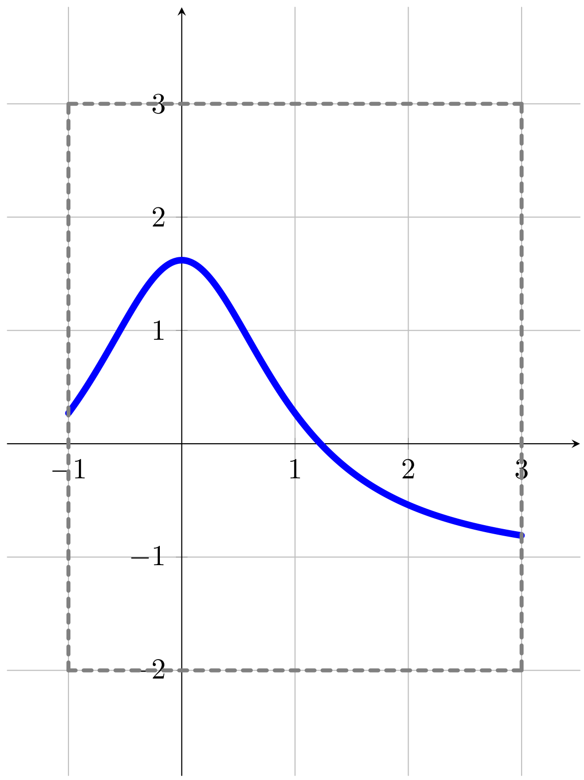
3. $h(x) = x^2$, $E = [0, +\infty[$, $F = \mathbb{R}$;

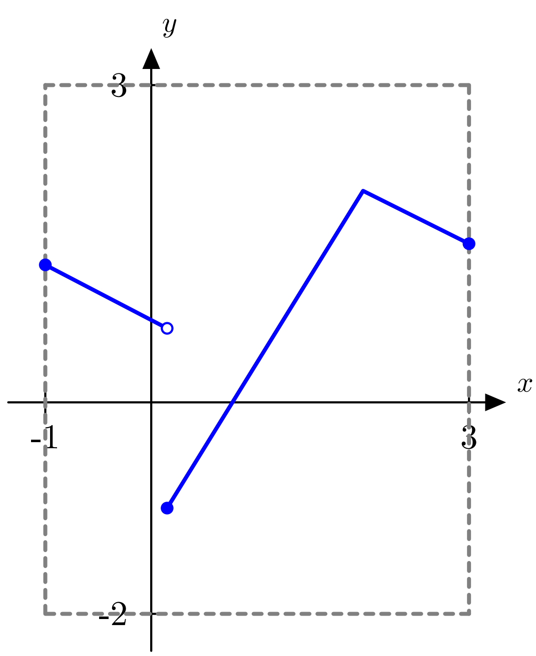
4. $l(x) = x^2$, $E = [0, +\infty[$, $F = [0, +\infty[$.

Ex4 : On a représenté ci-dessous deux fonctions de $E = [-1, 3]$ dans $F = [-2, 3]$. Pour chacune d'elle indiquez si elle est

- — injective ?
- — surjective ?

Justifiez graphiquement vos réponses.





Ex5 : Pour chacune des conditions ci-dessous, représentez graphiquement une fonction qui la satisfait :

1. injective et non surjective de $[-1, 2]$ dans $[0, 1]$;

2. surjective et non injective de $[-1, 2]$ dans $[0, 1]$;

3. bijective de $[-1, 2]$ dans $[0, 1]$.