



Problématiser la collaboration interdisciplinaire, une approche institutionnelle

Corine Castela

LDAR, Université de Rouen, Université de Paris,
Université Paris-Est Créteil, CY Cergy Paris Université, Université de Lille



CS des IREM
Paris, mai 2021



La question génératrice de cette intervention

Pourquoi n'est-ce pas une simple formalité de chercher à appuyer l'enseignement des mathématiques sur des situations extra-mathématiques authentiques, qu'elles viennent d'autres disciplines ou du monde professionnel ?



I. Approche institutionnelle

Cadre théorique de référence

la Théorie Anthropologique du Didactique

<http://yves.chevallard.free.fr>



Institution

Institution : organisation sociale I dotée d'une certaine stabilité

- qui définit un cadre pour la réalisation de certains **groupes d'activités humaines**,
- au moyen de **ressources**, mises à disposition par I ,
- sous un ensemble de **contraintes** dont certaines sont d'origine extérieure à I et d'autres propres à I .

Ressources comme contraintes sont de natures diverses : matérielles, organisationnelles, culturelles.



Sujet de l'institution

I impose aux êtres humains qui participent aux activités réalisées en son sein, certaines manières de faire, de dire et de penser spécifiques de leur position dans *I*.

On dit que ces personnes s'assujettissent à *I*, ils en deviennent les *Sujets* (subjectus : jeté sous de subjacere : sous-mettre).

Ce que fait un individu est regardé comme d'abord déterminé par le fait qu'il perçoit, consciemment ou non, son activité comme inscrite dans certaines institutions auxquelles il est (ou a été) assujetti.

Praxéologies comme idiosyncrasies institutionnelles

Les institutions favorisent la recherche collective de solutions aux problèmes rencontrés dans la réalisation des activités qu'y s'y déroulent.

Dans I , ces recherches produisent des praxéologies

$$[T, \tau, \theta, \Theta] = [T, \tau, L]$$

qui sont légitimées par l'institution et transmises aux sujets de I concernés puis à d'autres institutions (pas toujours).

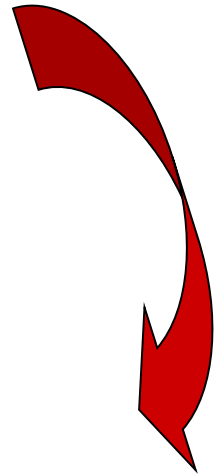
Comme les activités des sujets, les praxéologies portent la marque de $I \rightarrow$ **idiosyncrasies institutionnelles**.

L'organisation praxéologique dans I est à la fois ressource et contrainte.



Effets transpositifs de la circulation inter-institutionnelle des praxéologies

$$[T, \tau, L^r] \leftarrow I_r$$



$$\left[\begin{array}{c} T^* \\ \tau^* \\ L^{r*} \\ L^u \end{array} \right] \begin{array}{l} \leftarrow I_{r,u}^* \\ \leftarrow I_u \end{array}$$

I_r : une institution de recherche en mathématiques

I_u : une institution dont certains sujets doivent accomplir un type de tâches T^* , suffisamment proche de T pour que la praxéologie produite par I_r soit pour I_u et ses sujets une ressource pour réaliser les tâches de T^* .

Toutes les composantes de la praxéologie sont susceptibles d'être l'objet de transformations, **du fait des contraintes en vigueur dans I_u et des ressources qui y sont disponibles.**



Quelles institutions prendre en compte dans l'analyse d'une situation interdisciplinaire d'enseignement ?

- Institutions d'enseignement de disciplines scolaires :
 - disciplines générales (mathématiques, sc. physiques)
 - disciplines technologiques (construction mécanique)
 - disciplines professionnelles (productique-usinage)
- Institutions de référence, productrices des praxeologies à enseigner :
 - Recherche en sciences fondamentales
 - Recherche en sciences de l'ingénieur
 - Filière professionnelle

Multiplicité des phénomènes d'assujettissements

Complexité des processus de circulation et donc des effets de transposition des praxéologies

II. Un exemple en topographie au Mexique

D'après la thèse de O.Covián, O. (2013). *La formación matemática de futuros profesionales técnicos en construcción*. CINVESTAV-IPN, México.

Ce qui suit vient de l'entrevue avec un expert topographe.

T_p : Déterminer la superficie d'un terrain

T_m : Calculer l'aire d'une surface

T'_p : Calculer les coordonnées cartésiennes de points déterminés par des conditions d'angles et de distances

T'_m : Calculer les coordonnées cartésiennes à partir des coordonnées polaires

Description de la situation globale

Objectif : déterminer la superficie d'un terrain

Pour ce faire, il faut en produire un modèle géométrique :

Étape 1: Lever topographique

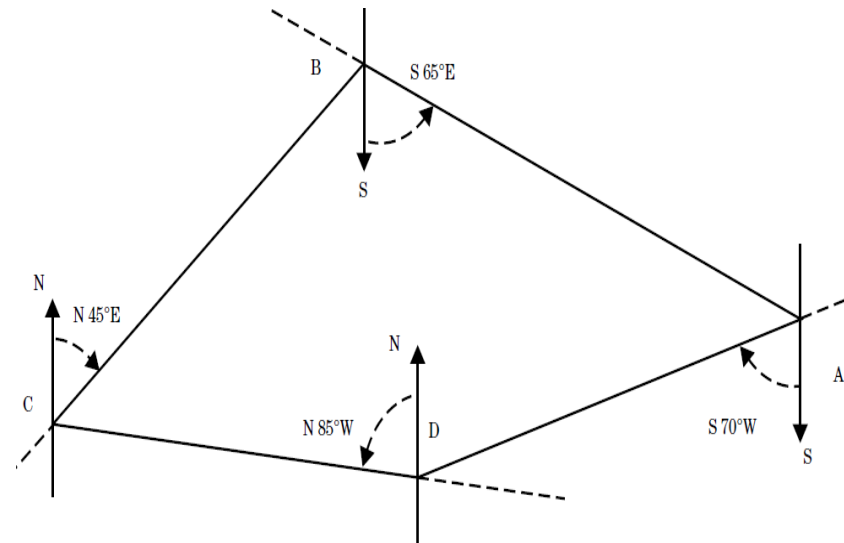
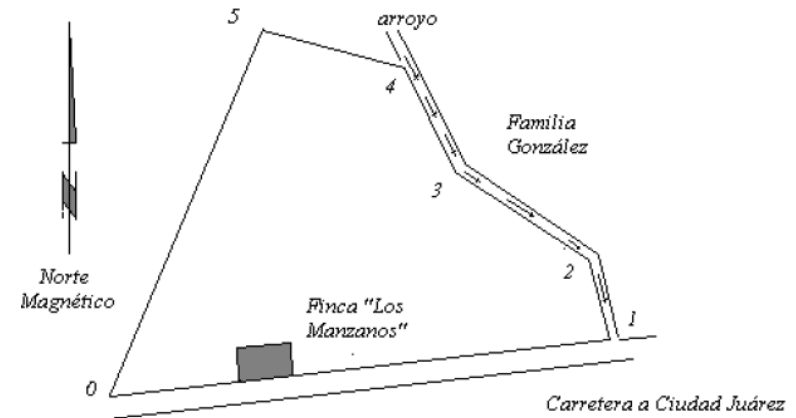
- Mesurer le '*rumbo magnético*' (en anglais, *bearing*) du côté 0-1

De quoi s'agit-il ?

An angle between 0 degrees and 90 degrees measured from the north or south pole, whichever is closer, and east or west,

i.e., N 48°27' E, S15°10' E, S 32°30'W, and N 20°15' W.

Engineering Field Handbook edited by the Natural Resources Conservation Service of the US Department of Agriculture (2008)



Suite du lever topographique

- Mesurer la longueur des côtés.
- Mesurer les angles du polygone en le parcourant en sens contraire des aiguilles d'une montre. La mesure des angles est effectuée dans le sens des aiguilles d'une montre.
- Contrôler les mesures des angles:

Origine empirique

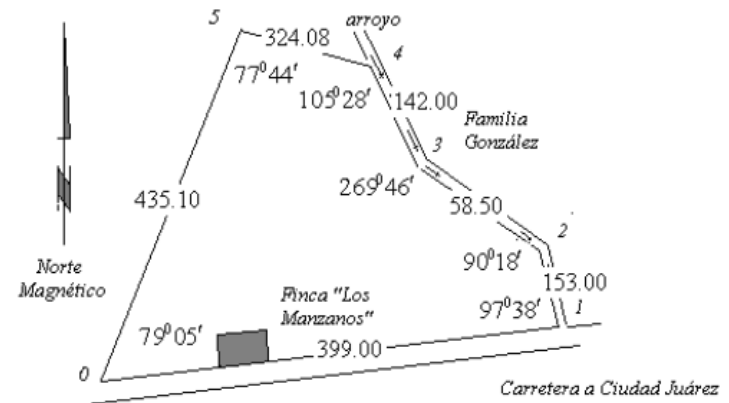


Figura 5.4. Croquis del terreno con las medidas obtenidas.

Calculer la somme S des mesures.
Si n est le nombre de sommets, calculer $\Delta = S - (n-2) \times 180$.
Si $|\Delta| < \sqrt{n} \times \text{précision de l'instrument}$, répartir sur toutes les mesures.
Sinon, recommencer le mesurage.



Calcul de la superficie

Selon l'expert interviewé par Covian, la technique la plus utilisée repose sur la formule suivante :

$$2S = x_0(y_1 - y_5) + x_1(y_2 - y_0) + x_2(y_3 - y_1) + \dots + x_5(y_0 - y_4)$$

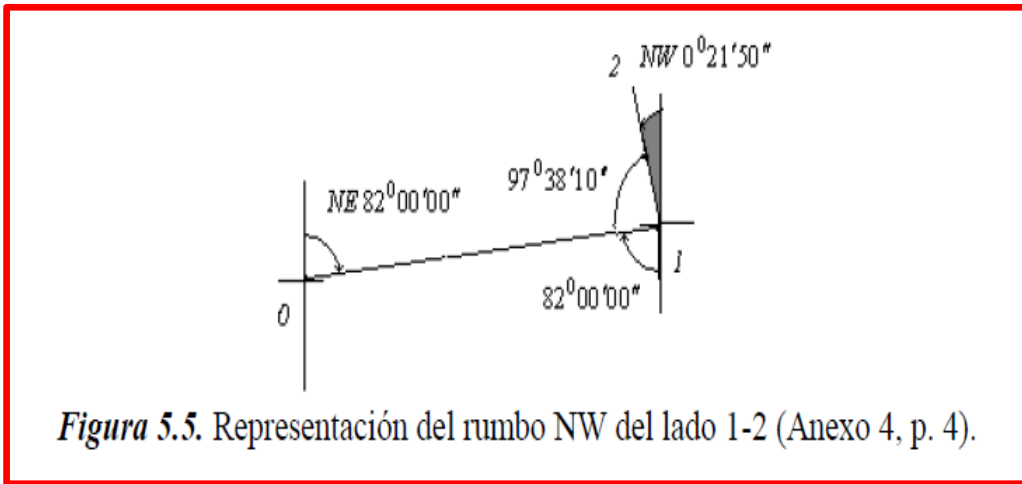
à partir des coordonnées des sommets dans un repère orthonormé.

L'étape 2 consiste donc à calculer ces coordonnées dans un repère dont l'axe des abscisses est un axe orienté Ouest-Est et l'axe des ordonnées un axe orienté Sud-Nord.

L'origine est choisie de façon à ce que le polygone soit dans le premier quadrant.

Étape 2 : calculer les coordonnées

2.1. Calculer le 'rumbo' des côtés 1-2, 2-3...



$$\begin{array}{r} 0-1 \text{ NE } 82^{\circ}00'00'' \\ \angle 1 \quad 97^{\circ}38'10'' \\ \hline \text{Suma} \quad 179^{\circ}38'10'' \\ \quad \quad -179^{\circ}59'60'' \\ \hline 1-2 \text{ NW } \quad 0^{\circ}21'50'' \end{array}$$

Spécificité (et difficulté) du calcul sexagésimal du fait de l'usage du degré comme unité de mesure.

Choix commun aux USA et au Mexique.

En France, par décret, on utilise le grade (ou gon) pour tous les travaux topographiques et géodésiques.

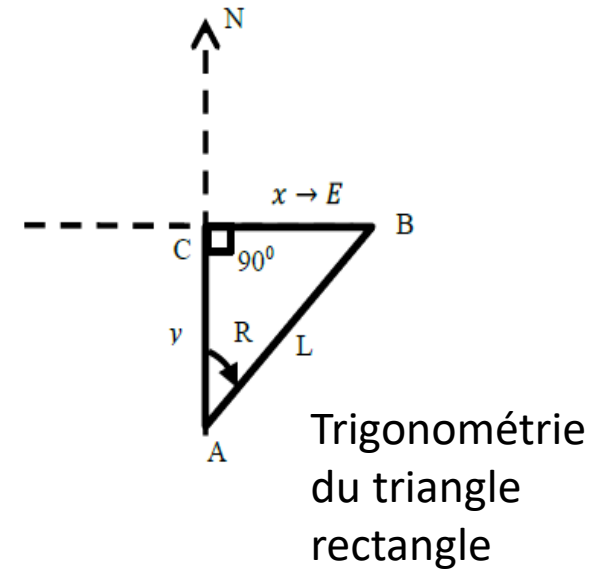
Tabla 5.4. Segmento de la parte inicial de la Planilla de Construcción del levantamiento del ejemplo.
(Anexo, 4, p. 3)

Lado	Ángulos Internos Observados	Ángulos Internos Corregidos	Rumbos Magnéticos Calculados	Distancias en metros
0-1	79 ⁰ 05'	79 ⁰ 05'10"	NE 82 ⁰ 00'00"	399.00
1-2	97 ⁰ 38'	97 ⁰ 38'10"	NW 0 ⁰ 21'50"	153.00
2-3	90 ⁰ 18'	90 ⁰ 18'10"	SW 89 ⁰ 56'20"	58.50
3-4	269 ⁰ 46'	269 ⁰ 46'10"	NW 0 ⁰ 17'30"	142.00
4-5	105 ⁰ 28'	105 ⁰ 28'10"	NW 74 ⁰ 49'20"	324.08
5-0	77 ⁰ 47'	77 ⁰ 47'10"	SW 2 ⁰ 54'50"	435.10
Sumas	719 ⁰ 59'	720 ⁰		1511.68 m

2.2. Calculer les projections des côtés

L'expert décrit la technique de calcul comme suit :

“la longueur de chaque côté est multipliée par le cosinus et le sinus du ‘*Rumbo*’ -R- correspondant. La multiplication par le **cosinus** donne les projections **Nord (+) et Sud (-)**, tandis que par le **sinus** on obtient les projections **Est (+) y Ouest (-)**.”



Source : Civil Engineering Analysis course - University of Memphis

Remarquer l'usage des pieds aux USA vs système métrique au Mexique et en France.

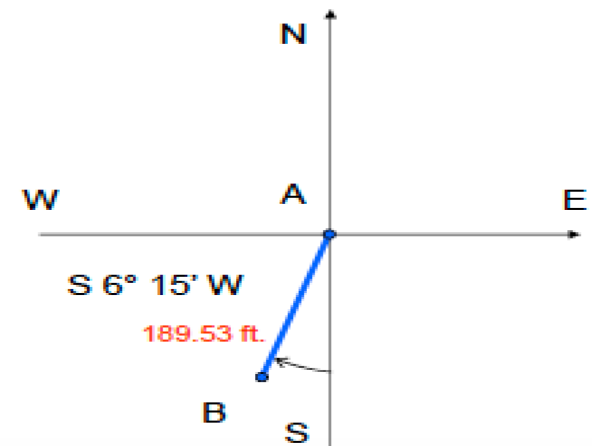


Tabla 5.8. Continuación de la Planilla de Construcción

Lados	Rumbos Magnéticos calculados	Distancias en metros	Cálculo de Proyecciones			
			Norte (+)	Sur (-)	Este (+)	Oeste (-)
0-1	NE 82°00'00"	399.00	55.53		395.12	
1-2	NW 0°21'50"	153.00	152.99			0.97
2-3	SW 89°56'20"	58.50		0.06		58.49
3-4	NW 0°17'30"	142.00	141.99			0.72
4-5	NW 74°49'20"	324.08	84.85			312.77
5-0	SW 2°54'50"	435.10		434.53		22.12
Sumas		1511.68	435.36	434.59	395.12	395.07
			Error en las y: $E_y = 0.77$		Error en las x: $E_x = 0.05$	

2.3. Calcular les coordonnées des sommets

2.4. Appliquer la formule pour calculer la superficie



De T_p : Déterminer la superficie d'un terrain
à T_m : Calculer l'aire d'une surface polygonale

- Le calcul est précédé d'un processus de mesurage, ce qui introduit la problématique de l'incertitude sur les mesures, du seuil de tolérance, peu connue des mathématiciens, bien qu'utilisant des techniques mathématiques.
 - Occasion perdue d'enseigner des mathématiques
- La technique utilisée n'est pas celle qui figure au programme de mathématiques
 - Source de cacophonie en séance
 - Pas d'avancée dans le programme



De T'_p : Calculer les coordonnées cartésiennes de points déterminés par des conditions d'angles et de distances

à T'_m : Calculer les coordonnées cartésiennes à partir des coordonnées polaires



Mathématiques scolaires	Topographie mexicaine
<p>Cadre théorique : trigonométrie du cercle et des angles orientés.</p> <p>L'unité de mesure des angles est le radian.</p> <p>cos et sin représentent les fonctions de la variable réelle usuelles.</p>	<p>Cadre théorique suffisant : trigonométrie du triangle rectangle</p> <p>L'unité de mesure des angles est le degré.</p> <p>cos et sin représentent le cosinus et sinus de l'angle aigu d'un triangle rectangle.</p>
<p>L'angle polaire se réfère à l'axe des abscisses.</p> <p>Sa mesure principale est entre $-\pi$ et π.</p> <p>$x = r \cos\theta, y = r \sin \theta$</p>	<p>Le cap magnétique se réfère à l'axe des ordonnées (Sud-Nord), ou plutôt à l'un des demi-axes orientés vers le N ou vers le S.</p> <p>Sa mesure est représentée par un triplet N/S, E/O, nombre entre 0 et 90</p> <p>$x = +/- L \sin R^\circ, y = +/- L \cos R^\circ$</p>
<p>Les mesures de longueur sont le plus souvent des entiers, 50, pas 50,00</p> <p>Les mesures d'angles sont des fractions de π.</p>	<p>Les mesures de longueur sont des nombres décimaux avec un nombre fixe de décimales lié à l'incertitude de mesure (chiffres significatifs).</p> <p>Les mesures d'angles s'expriment en degré, minute et seconde.</p>



Conclusion

Étant donnée une situation relevant d'une institution I non mathématique, dans laquelle un mathématicien peut reconnaître des tâches proches de tâches mathématiques,

on ne peut pas supposer a priori

- que I utilise la praxéologie mathématique la plus élaborée, la plus récente, disponible,
- ni que la praxéologie mathématique utilisée par I le soit sans transformations.

Nécessité d'une étude épistémologique préalable concernant toutes les institutions impliquées



Bibliographie

Chevallard Y.

(1992), Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 12(1), 73-112.

(1999) L'analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologique du didactique

Recherches en Didactique des mathématiques 19(2) 221-266

<http://yves.chevallard.free.fr>