

Liens maths-physique dans les nouveaux programmes

Brest le 24 janvier 2020

Nicolas Décamp, LDAR, Université de Paris

Plan

- Historique succinct
- Quelques liens :
 - Les « classiques »
 - Vecteurs
 - Grandeurs quotient
 - Proportionnalité
 - Les « traditions »
 - Grandeurs algébriques
 - Produit scalaire
 - Exponentielle
 - Equations différentielles
 - Les « nouveautés »
 - Histogrammes
 - Géométrie dans l'espace à la surface d'une sphère...
 - Arithmétique
 - Graphes orientés

Les nouveaux programmes de Physique-Chimie : une réaction aux programmes 2010?

- Extrait des anciens programmes de 1^{re} S (en physique-chimie) :
« L'enseignement des sciences physiques et chimiques de la série S n'est pas tourné en premier lieu vers la discipline mais vers les élèves, afin de susciter et consolider des vocations pour que le plus grand nombre se dirige vers des carrières scientifiques et techniques. Le questionnement premier n'est donc pas : « s'ils veulent poursuivre des études scientifiques, qu'est-ce que les bacheliers S doivent savoir ? ».
- Extrait du programme de 2de actuel (en physique-chimie) :
« Une telle approche dans laquelle le raisonnement occupe une place centrale, permet de construire une image fidèle de ce que sera un enseignement de physique-chimie proposé en cycle terminal ou au-delà, dans une formation post-baccalauréat. Le programme de seconde permet ainsi à tous les élèves de formuler des choix éclairés en matière de parcours de formation en classe de première générale ou technologique »

Les nouveaux programmes de Physique-Chimie : une réaction aux programmes 2010?

- Extrait des anciens programmes de T^{ale} S (en physique-chimie) :
«Le professeur aura cependant à l'esprit que le recours à des outils mathématiques n'est pas le but premier de la formation de l'élève en physique-chimie, même si cela peut parfois être nécessaire pour conduire une étude à son terme ».
- Extrait du programme de 2de actuel (en physique-chimie) :
« Le professeur est invité à tisser des liens aussi bien entre les notions du programme qu'avec les autres enseignements notamment les mathématiques, les sciences de la vie et de la Terre et l'enseignement « Sciences numériques et technologie » ».

Les « classiques »

Les maths dans les programmes de physique du lycée depuis toujours
(ou presque)

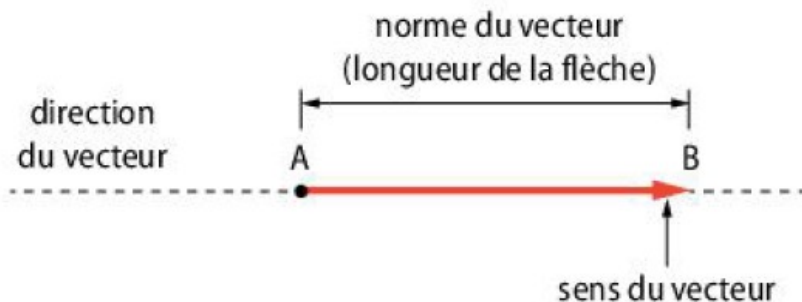
Les « classiques » : vecteurs

- 2^{de} :
 - Représenter des vecteurs (mécanique)
- 1^{re} :
 - Champ de vecteurs (électrostatique ou gravitation)...
 - Sommer et soustraire des vecteurs (mécanique)
 - Utiliser le produit scalaire de deux vecteurs (travail en mécanique)

Les « classiques » : vecteurs

1 Caractéristiques et notations

Un **vecteur** est un segment orienté (une flèche), ayant pour extrémités un point de départ et un point d'arrivée. Il est caractérisé par une **direction**, un **sens** et une **norme**.



A. Notion de vecteur

Définition

M et M' sont deux points quelconques distincts du plan. À la translation qui transforme M en M', on associe le **vecteur** noté $\overrightarrow{MM'}$. La **translation** qui transforme M en M' est appelée translation de vecteur $\overrightarrow{MM'}$.

voir Exemple 1

On représente un vecteur par une **flèche** :



M est l'origine du vecteur $\overrightarrow{MM'}$. M' est son extrémité.

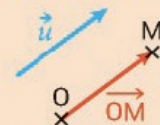
Vocabulaire

On dit que le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ a comme **direction** celle de la droite (MM'), a comme **sens** le sens de parcours de M vers M' et a comme **norme** la longueur du segment [MM'], notée $\|\overrightarrow{MM'}\|$.

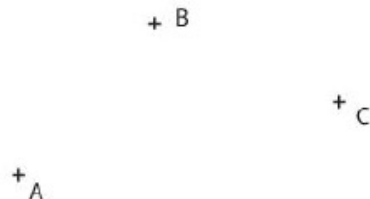
On peut choisir de définir la translation par un **seul** vecteur, non associé à des points, que l'on peut noter \vec{u} . Quel que soit M, si M a pour image M', on a $\vec{u} = \overrightarrow{MM'}$ et $\overrightarrow{MM'}$ est un **représentant** du vecteur \vec{u} d'origine M.

Propriété (admise)

Étant donné un vecteur \vec{u} et un point O, il existe un **unique** point M tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$.



Soit les points A, B et C ci-dessous.



Des maths dans un manuel de physique:
Vecteurs ou segment fléché?

1. Construire les vecteurs \vec{AB} et \vec{BC} .
2. Construire le vecteur $\vec{AB} + \vec{BC}$ à partir du point A.
3. Comparer la norme $\|\vec{AC}\|$ du vecteur \vec{AC} à la somme des normes $\|\vec{AB}\| + \|\vec{BC}\|$.

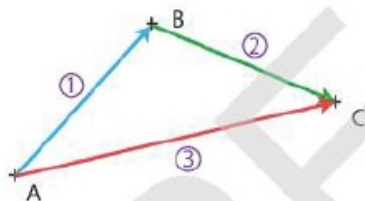
Méthode

1. Le **vecteur** \vec{AB} est un segment fléché qui a A pour **origine** et B pour **extrémité**.

Le vecteur \vec{BC} est un segment fléché qui a B pour **origine** et C pour **extrémité**.

2. ① On trace, à partir de A, le **vecteur** \vec{AB} .
- ② On trace, à partir de B, le **vecteur** \vec{BC} .
- ③ On relie A à C par un segment fléché pour obtenir le **vecteur** $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.

3. On constate graphiquement que $\|\vec{AC}\| < \|\vec{AB}\| + \|\vec{BC}\|$.



Un joueur de billard cherche à empocher la bille rouge dans le trou central du haut sur la figure ci-dessous.



1. Tracer les vecteurs déplacement $\vec{M_1M_2}$ et $\vec{M_2M_3}$.
2. Montrer, à l'aide d'une somme vectorielle, qu'un rebond de la bille rouge en position M_2 peut entraîner un coup gagnant.
3. Comparer la distance M_1M_3 à la somme des distances parcourues $M_1M_2 + M_2M_3$.

Méthode

1. Le **vecteur** $\vec{M_1M_2}$ est un segment fléché qui a M_1 pour **origine** et M_2 pour **extrémité**.

Le **vecteur** $\vec{M_2M_3}$ est un segment fléché qui a M_2 pour **origine** et M_3 pour **extrémité**.

2. ① On trace, à partir de M_1 , le **vecteur** $\vec{M_1M_2}$.
- ② On trace, à partir de M_2 , le **vecteur** $\vec{M_2M_3}$.
- ③ On relie M_1 à M_3 par un **segment fléché** pour obtenir le **vecteur déplacement** $\vec{M_1M_3}$.

Ce déplacement en deux « étapes » permet bien d'empocher la bille rouge dans le trou central, le coup est gagnant.

3. On constate graphiquement que :

$$M_1M_3 < M_1M_2 + M_2M_3$$



Forces et point d'application

Deux palets sont sur une table à coussin d'air horizontale. La même force est exercée en permanence sur chacun d'eux (respectivement en A et B).

Comment arrivent-ils à l'autre extrémité ?



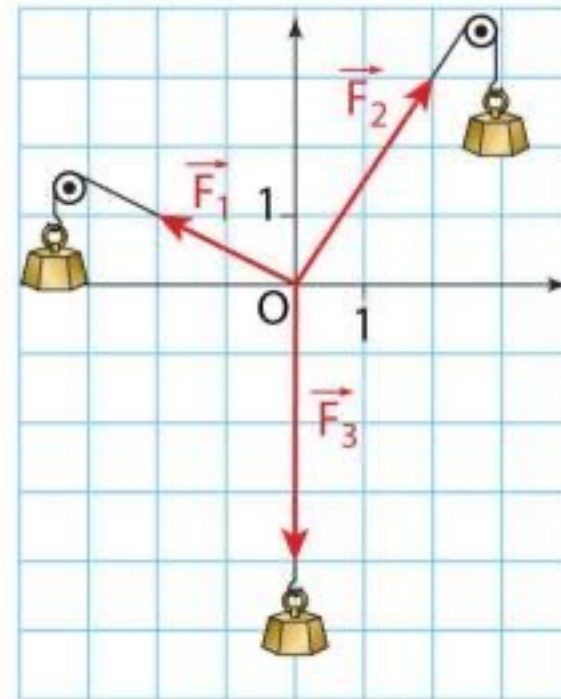
Les « classique » : vecteurs

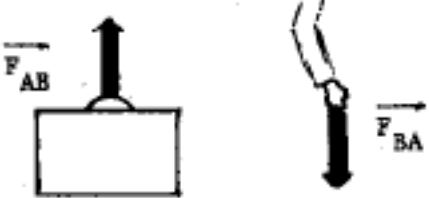
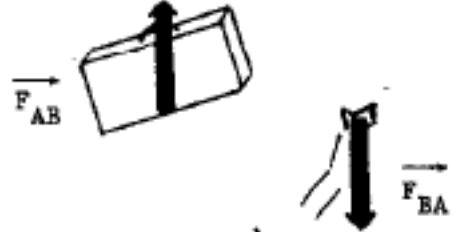
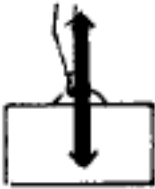

De la physique dans un manuel de maths.

44 En physique, un système est équilibré lorsque la somme des forces qui s'exercent sur lui est nulle.

Déterminer si le système représenté par les trois forces ci-contre est équilibré :

- a)** en utilisant les coordonnées ;
- b)** en représentant la somme des forces.



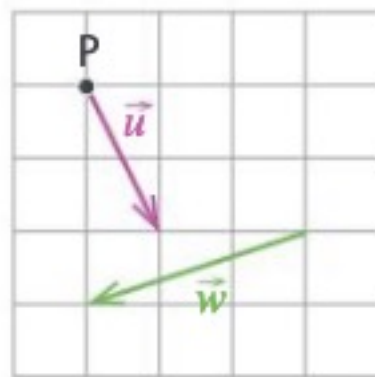
	Situation d'équilibre	Mouvement d'ensemble des deux corps
<p>PRINCIPE DES ACTIONS RECIPROQUES (correct)</p>	 <p>Force exercée par la main sur la valise</p> <p>Force exercée par la valise sur la main</p> $\vec{F}_{AB} = - \vec{F}_{BA}$	 <p>Force exercée par la main sur la valise</p> <p>Force exercée par la valise sur la main</p> $\vec{F}_{AB} = - \vec{F}_{BA}$
<p>RAISONNEMENT SPONTANE</p>	 <p>Réaction de la main</p> <p>Poids de la valise</p> <p>Poids de la valise EGAL ET OPPOSE à la Réaction de la main</p>	 <p>Force de la main</p> <p>Poids de la valise</p> <p>Force de la main > Poids de la valise</p>

22 Soit deux vecteurs \vec{u} et \vec{w} .

On veut construire le représentant d'origine P du vecteur $\vec{u} - \vec{w}$, c'est-à-dire du vecteur $\vec{u} + (-\vec{w})$.

1. Reproduire la figure et nommer Q l'extrémité du vecteur \vec{u} .

2. Construire le représentant d'origine Q du vecteur $-\vec{w}$. Nommer son extrémité R. Terminer la construction.



Les différences de vecteurs sont aussi importantes que les sommes...

FOCUS MATHS

Tracé d'un vecteur $\Delta\vec{v}$

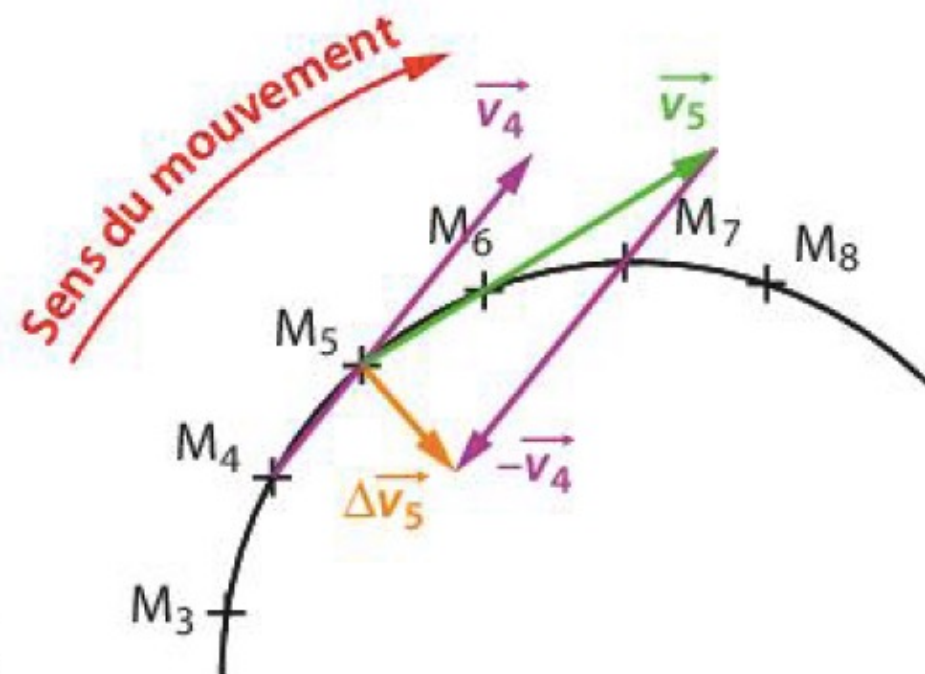
Matériel : règle et équerre.

Pour tracer $\Delta\vec{v}_5$ au point M_5 :

- tracer les vecteurs \vec{v}_4 et \vec{v}_5 respectivement aux points M_4 et M_5 ;

- au bout du vecteur \vec{v}_5 reporter le vecteur $-\vec{v}_4$;

- construire le vecteur $\Delta\vec{v}_5 = \vec{v}_5 - \vec{v}_4$.



Les « classiques » : proportionnalité

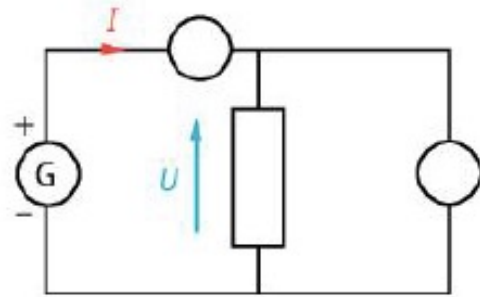
- 2^{de} : utiliser la proportionnalité (lors de modélisation par une réaction chimique)
- 2^{de} : identifier une situation de proportionnalité (loi d'Ohm)
- 2^{de} (numérique) : représenter un nuage de points associé à la caractéristique d'un dipôle et modéliser la caractéristique de ce dipôle à l'aide d'un langage de programmation

$$I = G U$$

29 Voltmètre et conducteur ohmique

Pour réaliser la caractéristique d'un conducteur ohmique, on réalise le montage ci-contre.

1. Reproduire et compléter le schéma afin d'identifier la position du voltmètre et de l'ampèremètre.

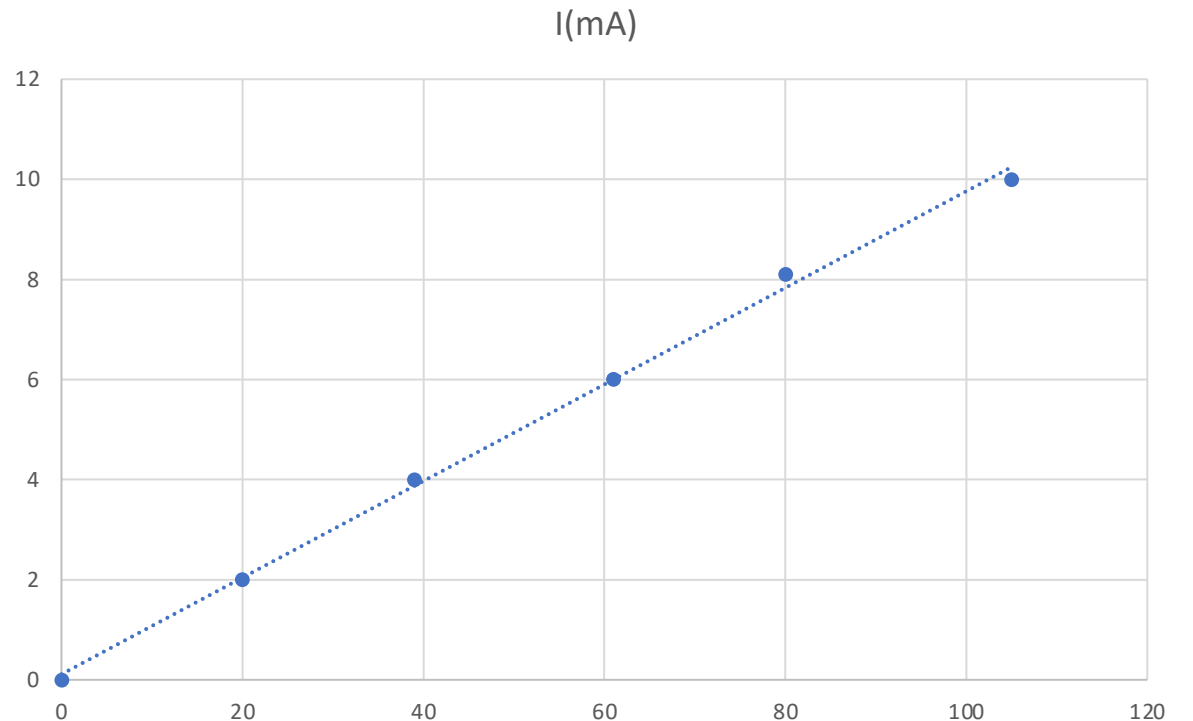


2. Des mesures d'intensité de courant et de tension ont donné ces résultats.

I (en mA)	0	20	39	61	80	105
U (en V)	0	2,0	4,0	6,0	8,1	10

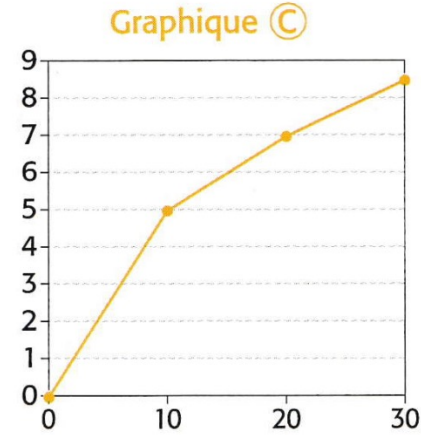
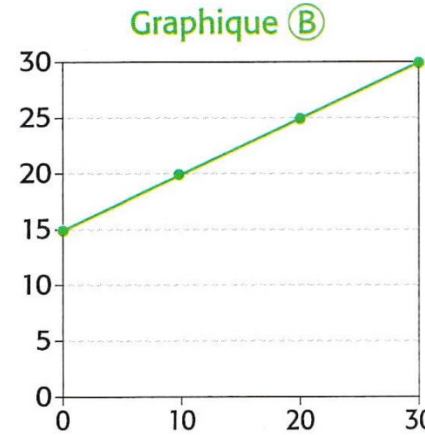
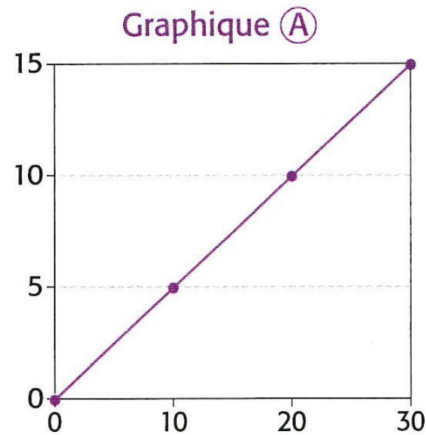
a. Représenter la caractéristique intensité-tension du conducteur ohmique et justifier la modélisation choisie.

b. En déduire la valeur de la résistance de ce conducteur ohmique.



ACTIVITÉ 4 Graphiques

On considère les trois graphiques suivants :



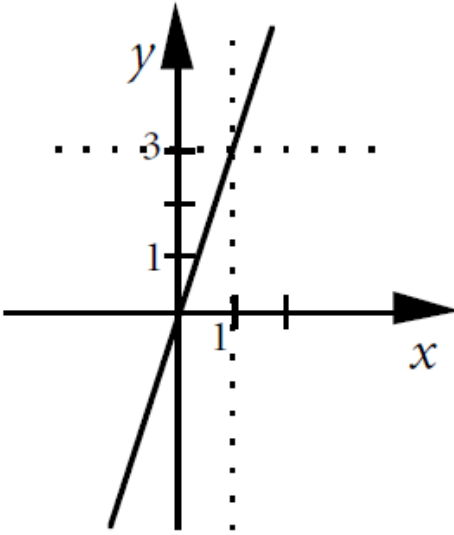
1. Que peut-on dire des points des graphiques (A) et (B) par rapport à ceux du graphique (C) ?
2. Sur quel(s) graphique(s) les points sont-ils sur une ligne passant par l'origine du repère ?
3. En observant les tableaux correspondants à ces graphiques, dire lequel représente une situation de proportionnalité :

(A)	0	10	20	30
	0	5	10	15

(B)	0	10	20	30
	15	20	25	30

(C)	0	10	20	30
	0	5	7	8,5

4. Donner deux conditions pour qu'un graphique représente une situation de proportionnalité.

Énoncés (propriétés ou définitions)	Tableau de proportionnalité	Représentation graphique	Équation								
<p>1. Pour toute situation de proportionnalité, si x est transformé en y, il existe un nombre a ne dépendant pas de x tel que $y = ax$. On dit qu'on passe de x à y par la fonction linéaire $y = ax...$”</p> <p>2. La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère. On dit que $y = ax$ est l'équation de la droite associée à cette fonction linéaire</p>	<table border="1" data-bbox="988 605 1411 813"> <tr> <td>x</td> <td>-5</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-15</td> <td>3</td> <td>6</td> </tr> </table> <p data-bbox="1411 619 1513 799">↗ × 3 ↘</p>	x	-5	1	2	y	-15	3	6		$y = ax$
x	-5	1	2								
y	-15	3	6								

Duval...

Les classiques

- 2de : Utiliser les pourcentages et les fractions (à propos de la composition massique de mélanges ou de la composition volumique de l'air)
- 2de : Utiliser une grandeur quotient pour déterminer le numérateur ou le dénominateur (concentrations massiques en chimie)
- 2de : Effectuer le quotient de deux grandeurs pour les comparer. Utiliser les opérations sur les puissances de 10. Exprimer les valeurs des grandeurs en écriture scientifique. (ex: comparaison de la taille d'un atome à celle de son noyau, idem pour sa masse).
- 2de : Identifier une fonction périodique et déterminer sa période (acoustique)

Les « traditions »

Les maths qu'on trouvait dans les programmes de physique antérieurs à 2011 et qui reviennent...

Les « traditions » : grandeurs algébriques

2^{de} : utiliser des grandeurs algébriques (mécanique)

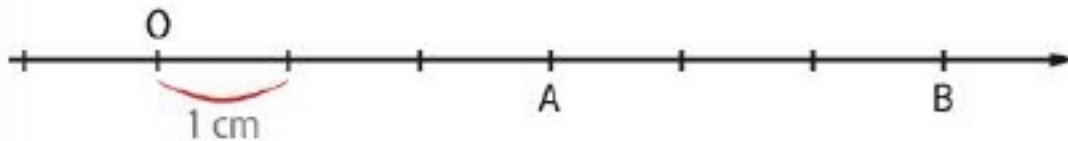
2^{de} : utiliser le théorème de Thalès (image à travers une lentille simple)

1^{re} : utiliser le théorème de Thalès, utiliser des grandeurs algébriques (lentilles, images réelles, virtuelles, droite, renversée...)

Les grandeurs algébriques

Une grandeur algébrique correspond à la valeur d'une distance sur un axe orienté.

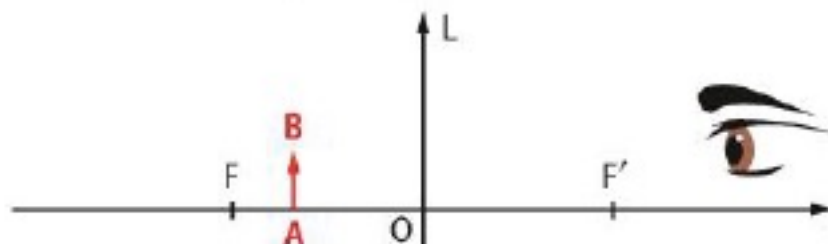
C'est donc un nombre réel affecté d'un signe.



$$\overline{AB} = +3\text{cm} \text{ et } \overline{BA} = -3\text{cm}.$$

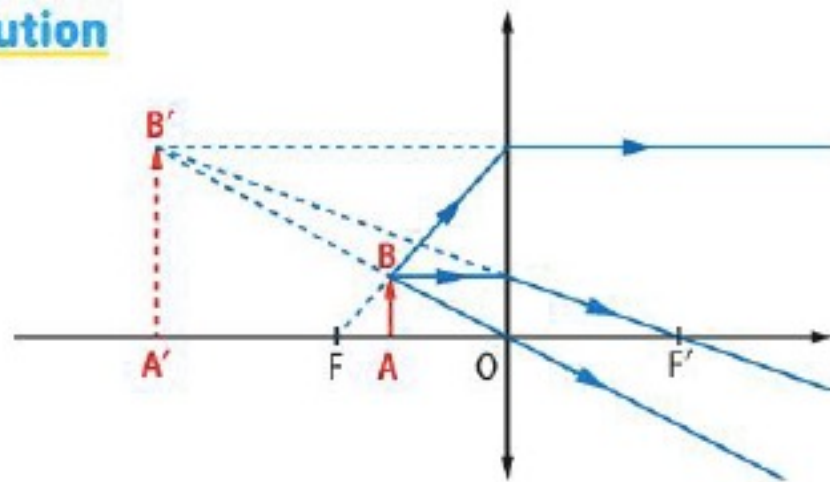
Énoncé

Une lentille convergente L est placée devant une fleur, modélisée par l'objet AB sur le schéma ci-dessous.



Résolution

1.



1. Construire l'image $A'B'$ de l'objet AB à travers la lentille (L).
2. Déterminer graphiquement la valeur du grandissement γ .
3. En déduire que la lentille joue ici le rôle de loupe.

2. Le grandissement γ est défini par la relation : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$.

Par mesure sur le schéma, $\overline{AB} = +0,5 \text{ cm}$ et $\overline{A'B'} = +1,5 \text{ cm}$

d'où $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{1,5}{0,5} = 3,0$.

Remarque: on aurait pu également mesurer $\overline{OA'}$ et \overline{OA} : $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{-3,0}{-1,0} = 3,0$.

3. $\gamma > 1$; l'image est donc **plus grande** et de **même sens** que l'objet.
La lentille joue donc le rôle de **loupe**.

Les « traditions »

- 1^{re} : Utiliser une équation linéaire du 1^{er} degré (avancement final d'un système lors d'une réaction).
- 1^{re} : Utiliser les représentations graphiques des fonctions sinus et cosinus (représentation spatiale ou temporelle d'une onde, numériquement influence de sa période ou de son amplitude)

Les « traditions »

- Tle : Résoudre une équation du second degré (équations chimiques)
- Tle : Dériver une fonction (mécanique : mouvement rectiligne ...)
- Tle : Résoudre une équation différentielle, déterminer la primitive d'une fonction, utiliser la représentation paramétrique d'une courbe (mouvement d'un projectile)
- Tle : Résoudre une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants avec un second membre constant (loi de Newton pour la température d'un système en fonction du temps, circuits RC)

Les « traditions »

- T^{le} : Utiliser la fonction logarithme décimal et sa réciproque
($\text{pH} = \log [(\text{H}_3\text{O}^+)/c_0]$, son : dB)
- T^{le} : Résoudre une équation linéaire du premier ordre à coefficients constants (Radioactivité) + exploiter la courbe de décroissance radioactive

Les « nouveautés »

- Les maths qui apparaissent dans les programmes de physique (souvent via l'enseignement scientifique) et qui n'y étaient pas avant (en tout cas pas depuis longtemps)...

Les « nouveautés » : histogrammes

- 2^{de} : Histogrammes, moyenne, écart-type (incertitudes)

B Variabilité de la mesure d'une grandeur physique

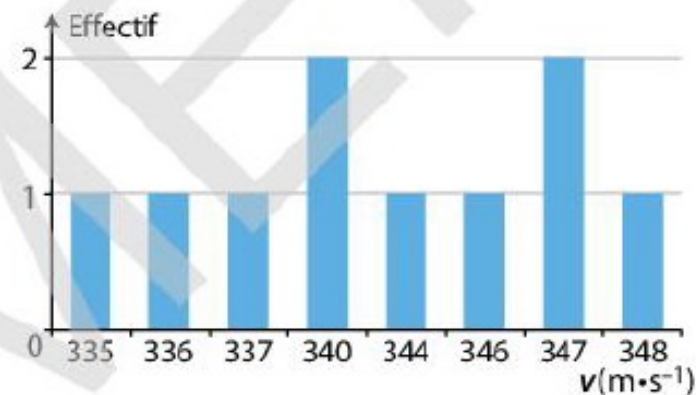
Dans le cas où on effectue N fois, dans les **mêmes** conditions, la mesure d'une grandeur G , on observe une **dispersion des mesures**. On attribue comme valeur à G , la moyenne \bar{g} des résultats de ces N mesures. Il est possible de visualiser la dispersion des valeurs autour de la moyenne à l'aide d'un histogramme. Cette dispersion est caractérisée par l'écart-type σ_{n-1} . Plus il est faible et plus les résultats sont regroupés autour de la moyenne.

L'écart-type peut être calculé à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice.

Exemple : Résultats de la mesure de la vitesse v du son obtenus par des élèves à 20 °C.

347 m·s ⁻¹	340 m·s ⁻¹	337 m·s ⁻¹	347 m·s ⁻¹	344 m·s ⁻¹
346 m·s ⁻¹	336 m·s ⁻¹	348 m·s ⁻¹	335 m·s ⁻¹	340 m·s ⁻¹

- La moyenne \bar{v} de ces mesures est : $\bar{v} = 342 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- L'écart-type σ_{n-1} des mesures est : $\sigma_{n-1} = 4,99 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.



Les « nouveautés » : géométrie de la sphère

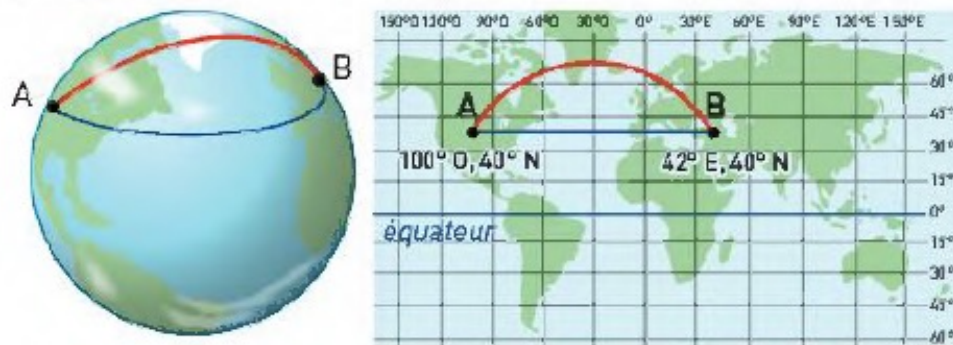
<p>Dès l'Antiquité, des observations de différentes natures ont permis de conclure que la Terre était sphérique, alors même que, localement, elle apparaît plane dans la plupart des expériences quotidiennes.</p> <p>Historiquement, des méthodes géométriques ont permis de calculer la longueur d'un méridien (environ 40 000 km) à partir de mesures d'angles ou de longueurs : méthodes d'Ératosthène et de triangulation plane.</p>	<p>Calculer la longueur du méridien terrestre par la méthode d'Ératosthène.</p> <p>Calculer une longueur par la méthode de triangulation utilisée par Delambre et Méchain.</p> <p>Calculer le rayon de la Terre à partir de la longueur du méridien.</p>
<p>On repère un point à la surface de la Terre par deux coordonnées angulaires, sa latitude et sa longitude.</p> <p>Le plus court chemin entre deux points à la surface de la Terre est l'arc du grand cercle qui les relie.</p>	<p>Calculer la longueur d'un arc de méridien et d'un arc de parallèle.</p> <p>Comparer, à l'aide d'un système d'information géographique, les longueurs de différents chemins reliant deux points à la surface de la Terre.</p>

Les « nouveautés » : géométrie de la sphère

6 Calcul de la longueur d'un arc de parallèle

On considère deux points à la surface de la Terre : le point A a pour coordonnées géographiques **100° Ouest et 40° Nord** et le point B a pour coordonnées : **42° Est et 40° Nord**.

1. Justifier le fait qu'on puisse dire que A et B sont situés sur le même parallèle.
2. Montrer que la longueur du parallèle sur lequel sont situés A et B est d'environ 30 642 km.
3. On appelle C le centre du parallèle sur lequel sont situés A et B. Justifier que $\widehat{ACB} = 142^\circ$.
4. Calculer la longueur de l'arc de parallèle qui relie A et B.
5. On donne ci-dessous deux chemins pour aller de A à B :



- a. Quel chemin (rouge ou bleu) est celui dont on a calculé la longueur précédemment ?
- b. Est-ce le plus court chemin pour aller de A en B ?

Les clés de l'énoncé

- L'énoncé donne la **longitude** et la **latitude** des points A et B.

Les questions à la loupe

- **Justifier** : donner des arguments scientifiques pour rendre compte du résultat donné dans la question.
- **Montrer** : mettre en œuvre un raisonnement pour arriver au résultat.
- **Calculer** : utiliser les méthodes vues en cours pour trouver le résultat.

Les « nouveautés » : l'arithmétique...

- Les gammes de Pythagores sont basées sur le cycle des quintes
- Pour des raisons mathématiques, ce cycle des quintes ne « reboucle » jamais sur la note de départ. Cependant les cycles de 5, 7 ou 12 quintes « rebouclent » presque...
- La connaissance des nombres irrationnels a permis au XVIIe de construire des gammes à intervalles égaux
- Note : la racine douzième de 2 est introduite par analogie avec la racine carrée, en lien avec l'utilisation de la calculatrice...

4 Un cycle infini ?

✓ Mettre en place un raisonnement mathématique pour prouver que le cycle des quintes est infini



version experts [LLS.fr/ES1P211](https://lls.fr/ES1P211)

On sait que la gamme pythagoricienne est décalée d'un comma par rapport à l'octave. **La douzième quinte de la gamme de Pythagore est donc différente de la 7^e octave.** Mais est-ce le cas pour toutes les quintes ? Existe-t-il une suite de quintes qui permet d'obtenir l'octave ?

Questions ? Retrouvez cet exercice corrigé p. 282.

1. Traduisez mathématiquement la phrase en gras dans le texte en partant d'une fréquence f_0 .
2. Traduisez mathématiquement l'égalité entre la n-ième quinte et la p-ième octave.
3. Sachant qu'une puissance de 3 est forcément impaire, existe-t-il une solution à l'équation précédente ?

Données

- Une octave correspond à un intervalle de 2.
- Une quinte correspond à un intervalle de $\frac{3}{2}$.
- Les fréquences des notes successives sont trouvées en faisant le produit des intervalles.

Guide de résolution de l'exercice 4 p. 210

1. Si l'on prend comme note initiale une note de fréquence f_0 : la douzième quinte de la gamme de Pythagore est une note de fréquence $f_1 = \left(\frac{3}{2}\right)^{12} f_0$ et la septième octave est une note de fréquence $f_2 = 2^7 f_0$. La phrase en gras se traduit mathématiquement par $\left(\frac{3}{2}\right)^{12} f_0 \neq 2^7 f_0$, soit $\left(\frac{3}{2}\right)^{12} \neq 2^7$.
2. On applique le même raisonnement qu'à la question précédente et on obtient l'égalité suivante : $\left(\frac{3}{2}\right)^n = 2^p$.
3. $\left(\frac{3}{2}\right)^n = \frac{3^n}{2^n} = 2^p$ que l'on réécrit : $3^n = 2^p \times 2^n = 2^{n+p}$. Une puissance de 3 est forcément impaire, donc 3^n est un nombre impair. D'autre part 2^{n+p} est un multiple de 2 donc un nombre pair. Or, il est impossible qu'un nombre soit à la fois pair et impair ! Il n'existe donc pas de solution à l'équation précédente.

Les « nouveautés » : graphes orientés...

Un réseau de transport électrique peut être modélisé mathématiquement par un graphe orienté dont les arcs représentent les lignes électriques et dont les sommets représentent les sources distributrices, les nœuds intermédiaires et les cibles destinatrices.

Dans ce modèle, l'objectif est de minimiser les pertes par effet Joule sur l'ensemble du réseau sous les contraintes suivantes :

- l'intensité totale sortant d'une source est limitée par la puissance maximale distribuée ;
- l'intensité totale entrant dans chaque nœud intermédiaire est égale à l'intensité totale qui en sort ;
- l'intensité totale arrivant à chaque cible est imposée par la puissance qui y est utilisée.

Modéliser un réseau de distribution électrique simple par un graphe orienté. Exprimer mathématiquement les contraintes et la fonction à minimiser.

Sur l'exemple d'un réseau comprenant uniquement deux sources, un nœud intermédiaire et deux cibles, formuler le problème de minimisation des pertes par effet Joule et le résoudre pour différentes valeurs numériques correspondant aux productions des sources et aux besoins des cibles.