

Discours prononcé au Comité Scientifique des IREM du 10 avril 2015.

par Valerio Vassallo avec les contributions de Aziz El Kacimi et François Recher

Résumé : Autour des activités périscolaires et de diffusion des mathématiques, et du rôle des IREM dans ce domaine. Une contribution à partir de mon expérience dans ce domaine à la Cité des Géométries-Gare Numérique du Val de Sambre (Jeumont), à l'IREM de Lille, à Images des Maths... et des leçons que j'en tire.

Le point de départ, pour ainsi dire.

Je commencerai par le public le plus important pour lequel mes actions sont destinées : les élèves.

Les élèves – mais au fond, toute personne qui mène une activité mathématique ou, en général, intellectuelle – doivent apprendre énormément de choses : des définitions, des exemples, quelques axiomes, des théorèmes, puis être capables d'utiliser toutes ces connaissances dans les contextes les plus variés, faire des raisonnements et utiliser leur mémoire. Il y a une démarche très complexe qui consiste donc à organiser tous ces savoirs et, éventuellement, mettre en place des classifications.

Par exemple, les jeunes doivent déjà ranger dans leurs têtes tous les types de triangles ou de quadrilatères, des droites plus remarquables que d'autres (médiannes, médiatrices, bissectrices, hauteurs,...), différentes sortes de nombres (naturels, relatifs, décimaux, rationnels, réels, complexes,...) et leurs propriétés plus ou moins évidentes (règle des signes, addition de fractions, opérations sur les racines, interprétation géométrique des nombres complexes,...), les éléments liés à un cercle (centre, rayon, diamètre, corde, arc,...) ou les angles et leurs variations (des aigus, des obtus, des plats, des droits,...) et leurs mesures (degré, radian,...), etc.

Ensuite, ils doivent montrer une certaine habileté dans les manipulations des calculatrices ou dans les constructions possibles à la règle et au compas, la résolution d'équations algébriques en fonction des degrés, distinguer parmi différents objets appelés « produits » et bien utiliser leurs propriétés (règle des signes pour les nombres relatifs, produit de racines carrées, produits scalaires,...), manipuler différentes sortes de « sommes » (sommes d'entiers relatifs, ..., sommes de vecteurs,...) et ainsi de suite.

Puis, arrivent les probabilités, les statistiques, l'analyse, le calcul infinitésimal et le calcul intégral.

Il est bien connu que le savoir mathématique, ainsi empilé, reste « actif » tout le temps, ou tout au moins, il est souhaitable que le cerveau sache chercher là où il faut, ce qu'il faut, et au bon moment.

En classe de terminale, il faut donc être capable de retrouver et réutiliser les connaissances précédentes, comme des définitions ou des théorèmes appris au lycée ou au collège.

À l'université ce processus de recherche « dans les archives » est encore actif.

Dans les hauts domaines de la recherche mathématique, ceci reste encore plus vrai et le processus qui consiste à réinvestir toutes les connaissances accumulées peut s'accélérer et rencontrer des aspérités que seulement une poignée de chercheurs peuvent affronter.

Il est curieux d'observer toutefois comment des chercheurs de haut niveau peuvent sécher lamentablement sur un problème de collège.

Cette dernière remarque et toutes les considérations qui précédent, m'ont amené, nous ont

amenés, à m'interroger, à nous questionner, peu importe le cadre, qu'il soit à la Cité des Géométries ou à l'IREM de Lille (dans le groupe collège) sur le « comment » de l'organisation de la connaissance et la capacité (et/ou la limite) d'utiliser certaines aires du cerveau, au prix d'en négliger complètement d'autres où sont archivées les connaissances acquises par le passé.

À cette « bibliothèque » personnelle, grandissante d'année en année, vient se rajouter l'apprentissage d'une variété importante de techniques de démonstration. Autrement dit, à la maîtrise de l'édifice mathématique ainsi bâti et ses innombrables étages, pièces et couloirs à connaître, vient se rajouter très vite la liberté d'agencer d'une façon nouvelle chaque élément de cet édifice !

Il est important de faire remarquer, enfin, que toutes ces connaissances se réorganisent périodiquement, par des cycles qui sont liés aux nouveaux acquis. Ceci est valable pour les élèves comme pour les professeurs.

Toutes ces considérations, juste survolées ici, nous ont amenés, tout d'abord, à prendre conscience de la complexité de la mission des enseignants et des formateurs, puis à choisir où mener les investigations. Cette mission se déroule par des étapes successives. Il s'agit vraiment d'une « recherche du temps perdu » car, à mon avis, nous avons perdu du temps (réformes différentes et variées pour en arriver là où nous en sommes) et même mise en danger de l'enseignement de notre discipline.

Je travaille avec les membres de trois équipes de recherche : les universitaires, le groupe Collège de l'IREM et l'équipe de Rome. La légitimité, que nous avons acquise grâce aux parcours respectifs de chacun, a renforcé l'idée qu'il faut être – et nous le sommes ! – sans cesse présent sur le terrain : à côté des enseignants, dans les classes, dans les stages, dans les dispositifs de publicisation des mathématiques (mathématiques itinérantes, semaine des mathématiques,...), dans le dialogue avec les chercheurs, les penseurs (ceci essentiellement via le site « Images des mathématiques »). Cette présence sur le terrain non seulement confirme notre légitimité par le biais de la confrontation directe entre le savoir et le savoir-faire que nous proposons et les ressentis des enseignants et des élèves, mais représente aussi, pour nous, un irremplaçable enrichissement, un moyen pour imaginer comment « mieux faire la prochaine fois ».

Voici donc les étapes de ce travail et quelques résultats constatés, auprès des élèves, lors des différentes expériences.

Tout d'abord, je tenais à préciser quelques aspects fondamentaux.

Le formateur avant de former les autres doit se former lui-même. C'est une tâche longue et difficile, jamais achevée. Cette formation peut se faire entre pairs, par des livres, et à travers la mise à l'épreuve du formateur par des expériences avec des stagiaires et/ou des élèves. L'IREM est le lieu idéal où le futur formateur apprend ce métier bien que d'autres institutions puissent parfois proposer également des conditions favorables à sa propre évolution.

En effet, depuis presque quinze ans, avec le soutien de la Cité des Géométries (installée à Jeumont depuis 2010, précédemment à Maubeuge), nous menons, dans différents établissements du Val de Sambre, l'expérience des laboratoires de mathématiques à la Borel-Castelnuovo-Kahane. Pour nous améliorer dans ce domaine d'activité, nous avons cru

opportun d'inviter plusieurs expositions, d'une part, pour apprendre et, d'autre part, pour comprendre quels pouvaient être les objets leurs objectifs dans un laboratoire de mathématiques. Ces expositions en ont engendré d'autres, conçues par les mathématiciens en résidence (au nombre de trois universitaires) à la Cité des Géométries (je reviendrai sur ce statut).

Voici les quatre expositions majeures :

- Sur le thème de la symétrie axiale, nous avons invité en 2004 l'exposition « Symétrie et jeux de miroirs » de l'Université de Milan.
- Sur le thème des courbes et des applications de la géométrie à la vie courante, nous avons invité en 2006 l'exposition « Au-delà du compas », dont une copie est au « Giardino d'Archimede » à Florence.
- Sur le thème des transformations, des instruments de constructions, de la perspective, nous avons invité en 2007 l'exposition « Macchine matematiche » de l'Université de Modène.
- Sur le thème de la symétrie axiale et ses applications dans les autres sciences, nous avons invité en 2010 l'exposition « Riflessioni et Riflessioni » de l'Université de Turin.

Ces expositions, chacune à leurs façons, ont stimulé notre fantaisie et nous ont donné envie de créer nos propres expositions et les objets qui vont avec, puis, nous ont fait sentir la nécessité de mettre en place des formations autour d'elles.

Voici nos deux plus importantes expositions réalisées dans le cadre de la résidence à la Cité des Géométries :

« Boules & Bulles » sur les Bulles de savon, les surfaces minimales, les problèmes d'optimisation en mathématiques et dans la nature. Cette exposition a engendré, à son tour, « Sfere, Bolle, Palle, Globi » en Italie (Fondazione Golinelli, Bologna).

« Réflexions & Réflexions », sur la symétrie axiale, les frises, les pavages et les groupes.

Un premier constat : c'est en se formant qu'on peut découvrir autrement le plaisir de créer, d'apprendre pour ensuite transmettre et donc pouvoir former à son tour.

Un deuxième constat est que, lors des interventions (parfois de deux heures avec la même classe) auprès de jeunes à l'aide de ces supports, les plus démunis dans les cours habituels se révèlent souvent comme possédant non seulement les connaissances qu'ils semblaient ignorer dans les cours classiques mais aussi un questionnement profond au plus grand étonnement de leurs enseignants.

Un troisième constat dans ce dépassement des blocages habituels, ont joué un rôle clé :

- Les maquettes comme objets de transition. Les élèves en difficulté dans un cours classique pour différentes raisons (l'évaluation classique prête à tomber, comparaison

avec les autres camarades de classe,...) semblent oublier, dans les activités de laboratoire, les paramètres qui fonctionnent de freins inhibiteurs. Ainsi la prise de parole devient plus facile et l'échange avec les intervenants agréable. Dans le cadre de la Cité des Géométries, nous préparons les séances en classe uniquement avec les enseignants. Nous intervenons également dans les classes et nous demandons aux élèves de bien assimiler le sens des activités menées pour les présenter, à leur tour, à des élèves d'autres classes.

- La capacité à dialoguer est fondamentale. Les intervenants doivent être capables de ne pas se laisser déstabiliser par un questionnement parfois très vif, trop vif ?, par moment. Et là, l'intervenant doit réagir rapidement, aider l'élève à mieux structurer sa question et, parfois, extraire du message du jeune, la belle remarque que peut-être lui même ignorait... et veiller, enfin, à une bonne distribution de la parole. Parfois, en faisant taire provisoirement les élèves les plus réactifs, on arrive à réveiller les plus timides, ceux qui n'osent pas.
- L'attente. C'est un élément fondamental. Ne pas précipiter les réponses, laisser le public s'exprimer permet de faire des découvertes extraordinaires. Nous avons remarqué que parfois les enseignants donnent trop vite la réponse à la question posée. On peut alors aider les collègues à s'autoriser ce temps d'attente. Il permet de faire émerger des remarques bien cachées dans la pensée des élèves. Nous avons constaté que, parfois, il est nécessaire de prendre du temps pour avoir cette adhésion des collègues. Il est vital de redécouvrir une forme de lenteur dans l'accès aux savoirs (Dominique Wolton avait déjà signalé l'importance de la lenteur en analysant les phénomènes de société liés à l'arrivée d'Internet) car l'immédiateté fournie par Internet se révèle trop souvent fragile voire éphémère.
- Le dialogue. Nous l'avons expérimenté aussi dans le cadre de l'IREM avec les « cours liés » : un cours de mathématiques suivra un cours d'arts plastiques (ou vice versa). Dans le premier, les élèves seront amenés à s'exprimer sur une configuration géométrique ou sur un problème d'une autre nature. Dans le deuxième cours, l'élève sera invité à donner son opinion sur un tableau. Cette expérience des cours liés permet de libérer davantage la parole, car si des élèves ont du mal à s'exprimer avec le langage mathématique, d'autres auront plus de facilité à observer un tableau, reconnaître des éléments présents, conjecturer petit à petit sur les intentions du peintre. Il admettra avec plus de facilité que, s'il n'arrive pas à comprendre tous les éléments présents dans le tableau, c'est qu'il lui manque des connaissances. Ce « jeu de miroirs » entre disciplines aidera à admettre qu'en mathématiques, il arrive exactement la même chose : si on oublie tel ou tel autre résultat, telle ou telle autre propriété, il sera difficile d'avancer dans la solution d'un problème.
- Parler aussi du mode de fonctionnement des professionnels des mathématiques. Ceci est très profitable. Des films comme celui sur Jean-Pierre Kahane, « La passeggiata » a permis aux élèves (même en CPGE) de s'interroger sur les blocages en mathématiques, sur l'imagination et les remédiations pour ainsi dire possibles lorsqu'on ne vient pas à bout d'un problème. Nous (les universitaires) avons réalisé ce film dans le cadre de notre résidence (cf. site Lille 1 TV pour le visionner). Personnellement, j'ai aussi participé à la projection du film « Henri Poincaré, l'harmonie et le chaos », en présence du réalisateur.

Ensemble, nous avons animé une discussion avec les élèves de classes de lycée pour échanger sur le film, Poincaré et la recherche.

- La place du rêve. Michael Atiyah dit dans le livre « Les Déchiffreurs, voyage en mathématiques » : « Sans le rêve, il n'y a ni art ni mathématiques ni vie ». Nous avons offert cette place au rêve par la création de pièces de théâtre. De mon côté, j'ai créé « Bulles... j'ai fait un rêve étrange » (2001) et Aziz « Rêves triangulaires » (2014). Je vais aussi publier un petit conte mathématique sur « Images des mathématiques ».

Pour toutes ces raisons, chaque IREM pourrait disposer de maquettes à la Borel-Castelnuovo-Kahane ; l'IREM pourrait demander à ses formateurs d'intervenir avec ces maquettes dans les établissements qui en font la demande. La chose essentielle est que, les formateurs censés apporter leur expérience sur des sujets différents et variés, aient testé auparavant, entre eux, l'efficacité sous tous les points de vue du matériel en leur possession. Par la suite, il sera indispensable de travailler avec les professeurs qui souhaiteraient des interventions des formateurs avant leur passage dans les classes. Les professeurs doivent trouver d'abord une certaine confiance en eux-mêmes avant de la demander à leurs élèves. Or, ces maquettes, bien qu'elles soient des objets simples, cachent, le plus souvent, une quantité de mathématiques impressionnante. Je citerais comme exemple « La cycloïde » ou « Le mécanisme » de Peaucellier. Il n'est pas rare, d'ailleurs, d'observer des professeurs « paralysés » devant une maquette.

Nous avons aussi proposé des stages à l'IREM de Lille pour impulser à nouveau la création de laboratoires dans les établissements du Nord-Pas de Calais :

- d'une part, pour se familiariser avec des maquettes très simples : pantographe, croix du bûcheron, les « Lego », anamorphoses du cube,...
- d'autre part, pour inciter les professeurs à s'approprier ce matériel en le faisant construire durant le stage.

Cette impulsion, des laboratoires et celles des mathématiques itinérantes dans chaque Académie, pourrait être le socle pour créer notre propre stratégie des mathématiques !

Un autre aspect intéressant des laboratoires est que, lors de la venue des expositions nous (les universitaires) avons profité de cette occasion pour former des futurs enseignants au « métier » de guide. Ces capésiens nous ont été reconnaissants car, au travers de l'exposition, ils ont pu améliorer leur expression orale, comprendre les concepts qui semblaient, seulement en apparence, faciles et en profiter pour apprendre des mathématiques insolites. Nous en avons fait l'expérience à chaque venue d'exposition !

Nous avons proposé des stages aussi sur les « cours liées » ; nous ne nous sommes pas contentés de faire parler les stagiaires sur des configurations géométriques ou sur des tableaux dans les locaux de l'IREM (là, les présentations sont d'une grande aide) mais en les amenant au Palais des Beaux Arts de Lille. Ici, un guide, une historienne de l'art, a questionné les stagiaires sur des tableaux choisis par elle-même auparavant. Ceci a permis de libérer la parole des enseignants pour que ces derniers libèrent davantage celle des élèves.

J'ai expérimenté cette même démarche dans le dispositif « Graines de maths » à Lyon. En novembre 2015, j'expérimenterai avec l'équipe italienne à l'Accademia dei Lincei à Rome, en partenariat avec le Palazzo Corsini adjacent à l'Académie.

À la Cité des Géométries, dans le cadre du tour de France des Déchiffreurs, nous avons beaucoup appris des mathématicien(ne)s invité(e)s à faire des conférences. Des chercheurs, hommes et femmes, se sont prêtés au jeu d'une interview, d'une trentaine de minute.

Ils (ou elles) nous ont révélés leur mode de travail, leur vision du monde, leur chemin pour accéder au monde de la recherche. Ce que je veux dire par là, c'est qu'il y a des moments où il faut être capable de s'oublier et laisser la parole à des collègues, célèbres ou pas, pour mieux comprendre la nature, non seulement des mathématiques, mais aussi des chercheurs en mathématiques. Ces interviews seront la base d'un Web-documentaire, dont la sortie est prévue en 2015.

« Le tour de France des déchiffreurs », dans le Nord-Pas de Calis, fut aussi l'occasion de travailler ce livre « Les Déchiffreurs, voyage en mathématiques » où des dizaines de chercheurs livrent leurs états d'âme, parfois d'une façon poétique et inattendue.

On pourrait donc imaginer d'une part, la création, pour chaque IREM, d'un « Jardin d'Euclide » où les formateurs pourraient cultiver les idées de Borel-Castelnuovo-Kahane et, d'autre part, mettre en place régulièrement des stages de formation sur le sujet.

On pourrait aussi imaginer de demander au Ministère, la création de bourses pour « Mathématiciens en résidence », la finalité étant celle de créer une œuvre en relation avec les mathématiques et facilitant la diffusion des savoirs liés à notre discipline : ça pourrait être une pièce de théâtre, une exposition de panneaux avec des maquettes explicatives, des contes,... Dans ce cadre, nous avons été sollicités par l'École de la deuxième chance de Maubeuge pour former ses formateurs et mettre en place la fabrication de maquettes comme supports pour l'enseignement. Les résultats à l'E2C ont été très encourageants et ont enrichi énormément notre réflexion sur les blocages en mathématiques.

En guise de conclusion, vous l'avez certainement compris, il serait souhaitable que toutes les activités qui précèdent fassent partie d'un cadre scolaire, plutôt que d'un cadre périscolaire, et qu'elles participent à une véritable transformation, non seulement de l'enseignement des mathématiques, mais de l'enseignement tout court et qu'une nouvelle définition du mot « enseignant » puisse vite voir le jour. En deux mots, que ce dernier devienne de plus en plus « enseignant-chercheur » !