

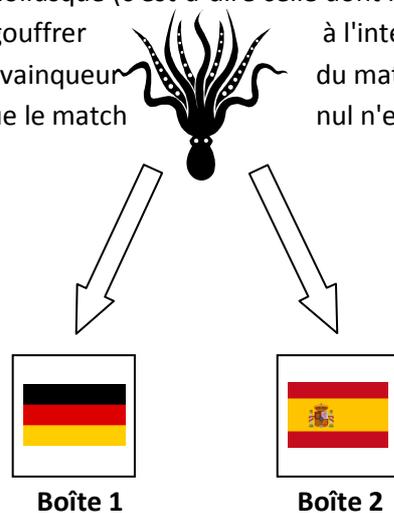
Travaux pratiques concernant la loi binomiale

Paul le Poulpe est un mollusque allemand, mort le 26 octobre 2010. Sa légende veut qu'il ait des propriétés divinatoires. "L'oracle d'Oberhausen", comme il est surnommé, est devenu une star internationale après avoir prédit l'issue de tous les matches de l'équipe nationale allemande lors de la coupe du monde 2010, ainsi que de la finale opposant l'Espagne aux Pays – Bas.

A la veille de la demi – finale, il met notamment le pays en émoi en prédisant la victoire de l'Espagne, prédiction qui va s'avérer exacte.

Protocole

Paul est libéré dans un aquarium contenant deux boîtes, l'une aux couleurs de l'Allemagne, l'autre aux couleurs de son adversaire. La boîte choisie par le mollusque (c'est-à-dire celle dont il va ouvrir le volet battant et s'engouffrer à l'intérieur) désigne alors le pays vainqueur du match à venir. On va supposer ici que le match nul n'est pas une issue.



Quelles contraintes doit – on imposer, et quelles suppositions doit – on faire, afin que cette expérience soit jugée "recevable"?

Contraintes

Suppositions

Historique	Pronostic Paul
Phases de Poule	
Australie – Allemagne 0 – 4	<i>Allemagne</i>
Allemagne – Serbie 0 – 1	<i>Serbie</i>
Ghana – Allemagne 0 – 1	<i>Allemagne</i>
8ème de finale	
Angleterre – Allemagne 1 – 4	<i>Allemagne</i>
1/4 de finale	
Argentine – Allemagne 0 – 4	<i>Allemagne</i>
Demi – finale	
Allemagne – Espagne 0 – 1	<i>Espagne</i>
Match pour la troisième place	
Uruguay – Allemagne 2 – 3	<i>Allemagne</i>
Finale	
Pays Bas – Espagne 0 – 1	<i>Espagne</i>

I – Approche expérimentale

Une bonne prédiction de Paul est appelée "Succès", une mauvaise prédiction est appelée "Echec". Pour simplifier, nous allons considérer que chaque match n'offre que deux issues (victoire ou défaite de l'Allemagne, pas de match nul possible, ce qui est possible en phase de poule).

Si Paul effectue au hasard sa "prédiction", la probabilité d'un succès est $\frac{1}{2}$ et celle d'un échec est $\frac{1}{2}$

Si on simule (fonction random des calculatrices par exemple) un lâcher de poulpe dans l'aquarium en tirant un nombre au hasard pris dans l'intervalle [0; 1[, on peut fixer la règle suivant : Succès si et Echec si

1. Algorithme

Rédiger un algorithme répétant le jeu tant que le nombre aléatoire x est inférieur à 0,5. Il devra effectuer également le comptage du nombre de succès et l'afficher à la fin du jeu.

2. Programmation

Programmer cet algorithme au moyen du logiciel Algobox, ou de la calculatrice.

```
VARIABLES
├── x EST_DU_TYPE NOMBRE
├── n EST_DU_TYPE NOMBRE
└── DEBUT_ALGORITHME
    ├── n PREND_LA_VALEUR 0
    ├── x PREND_LA_VALEUR random()
    └── TANT_QUE (x<0.5) FAIRE
        ├── DEBUT_TANT_QUE
        ├── n PREND_LA_VALEUR n+1
        ├── x PREND_LA_VALEUR random()
        ├── FIN_TANT_QUE
        └── AFFICHER "Paul le poulpe s'est trompé au match n°"
FIN_ALGORITHME
```

Casio

Texas

3. Une amélioration

Le programme précédent est complété de la manière ci - contre. Que permet de faire ce programme plus complexe?

```
VARIABLES
├── x EST_DU_TYPE NOMBRE
├── n EST_DU_TYPE NOMBRE
├── cpt EST_DU_TYPE NOMBRE
└── DEBUT_ALGORITHME
    ├── n PREND_LA_VALEUR 0
    ├── cpt PREND_LA_VALEUR 0
    └── TANT_QUE (n<=8) FAIRE
        ├── DEBUT_TANT_QUE
        ├── x PREND_LA_VALEUR random()
        ├── n PREND_LA_VALEUR 0
        ├── cpt PREND_LA_VALEUR cpt+1
        └── TANT_QUE (x<0.5) FAIRE
            ├── DEBUT_TANT_QUE
            ├── n PREND_LA_VALEUR n+1
            ├── x PREND_LA_VALEUR random()
            ├── FIN_TANT_QUE
            ├── AFFICHER "Paul le poulpe s'est trompé au match n°"
            ├── AFFICHER n
            ├── FIN_TANT_QUE
            ├── AFFICHER "Pour que Paul gagne 8 fois de suite, il a fallu essayer "
            ├── AFFICHER cpt
            └── AFFICHER " fois"
FIN_ALGORITHME
```

4. Avec le tableur

Supposons que l'animal fût assez coriace pour vivre le temps de mille coupes du monde. Nous allons nous intéresser à chaque fois au nombre de réponses correctes sur huit matches pronostiqués.

1. Ouvrir le fichier "Paul le Poulpe".
2. Saisir en C4 la formule =ENT(ALEA()*2) : 1 correspond à un pronostic juste; 0 à un faux.
3. Répéter la formule de C8 en J8.
4. Entrer en K8 une formule permettant de compter le nombre de succès de Paul.
5. Répéter l'opération pour simuler les 1000 coupes du monde.
6. En O7, il s'agit de comptabiliser le nombre de coupes du monde où Paul a donné 0 pronostics corrects. A l'aide de la fonction NB.SI, entrer la formule qui permet ce calcul.
7. Faire de même de O8 à O15.
8. Construire l'histogramme des effectifs de ces résultats.

II – Approche théorique

1. Construire un arbre résumant la situation pour les trois matches de poule.

Nombre de Succès	0	1	2	3
Nombre de chemins				

2. On note X la variable aléatoire correspondant aux nombre de résultats pronostiqués correctement par Paul lors de la phase de poule. Présenter la loi de X dans un tableau.

3. Déterminer maintenant la probabilité que Paul pronostique les 8 matches correctement.

4. On considère maintenant que trois réponses sont possibles pour les trois matches de poule (le match nul est possible).

a. Construire l'arbre **pondéré** correspondant à la phase de poule.

b. On note Y la variable aléatoire correspondant aux nombre de résultats pronostiqués correctement par Paul lors de la phase de poule. Présenter la loi de Y dans un tableau.

c. Retrouver par le calcul :

$$P(Y = 0) =$$

$$P(Y = 2) =$$

$$P(Y = 1) =$$

$$P(Y = 3) =$$

d. Déterminer maintenant la probabilité que Paul pronostique les 8 matches correctement.

