Recherche IFE

Groupe lycée
de Poitiers

IREM de Poitiers

Pour montrer que l'école sert à

- comprendre le monde actuel et ses enjeux,

- outiller l'élève dans sa vie citoyenne

- lui faire acquérir une formation scientifique

IREM de Poitiers

Pour éviter

- des cours traditionnels où on enseigne des réponses alors que les élèves ne se sont pas posé de questions,

- des séances d'exercices dénués bien souvent de tout intérêt

- un enseignement aux antipodes d'une formation scientifique

Organisation de notre travail

- Structurer une progression annuelle autour de questions qui donnent sens aux notions mathématiques ;

- Organiser la rencontre par les élèves, d'éléments de réponses à chacune de ces questions.

→ Un parcours : une question !

Première démarche : seconde

- Comment construire une figure ?
- Comment représenter un solide dans le plan ?
- Comment décrire une trajectoire ?
- Comment évaluer une grandeur ?
- Comment se repérer ?
- Comment déterminer une quantité à partir d'une autre ?
- Comment déterminer les variations d'une quantité ?
- Comment optimiser une quantité ?
- Comment comparer des quantités ?
- Comment résumer une série de données ?
- Comment prévoir ?

IREM de Poitiers

Première démarche : seconde

Inconvénients :

- Pas assez proche de la société, des problèmes du citoyen (questions trop « mathématiques »)

- Donne du sens aux notions plus pour le professeur que pour les élèves.

Seconde démarche : première S

Buts recherchés :

- raccorder le savoir à la société (trouver des questions plus proches du citoyen).
  - ⟹ «sortir des questions purement mathématiques».
  - ⟹ **Différencier** les questions que le professeur doit avoir en tête (car liées aux programmes) des problèmes de la vie dévolus aux élèves

- Faire adopter aux élèves une démarche d'investigation

Progression de première S

1. *Comment fonctionne une antenne parabolique ?*
2. *Comment se raccordent des voies d'autoroutes ?*
3. *Comment décrire un phénomène périodique ?*
4. *Comment optimiser une quantité ?*
5. *Comment prévoir l'évolution d'une population ?* (et en ES)
6. *Comment calculer les mensualités d'un emprunt ?* (et en ES)
7. *Comment évaluer ses gains à des jeux de hasard ?* (et en ES)
8. *Quel test élaborer pour savoir si deux produits sont différents ?*
9. *Comment calculer une distance inaccessible ?*

IREM de Poitiers

Progression de première S

Question 1 :

Comment déterminer des tangentes à une courbe ?

Comment fonctionne une antenne parabolique ?

Enquête : Fonctionnement d'une antenne parabolique

(Réflexion d'une onde sur une surface)

Etude 1 : Miroir cylindrique – Rayon limite

Etude 2 : Miroir cylindrique – Rayon réfléchi

Etude 3 : Antenne parabolique

IREM de Poitiers

Progression de première S

Question 2 :

Comment déterminer des tangentes à une courbe ?

Comment se raccordent des voies d'autoroute ?

Discussion

Etude 1 : Raccordement de deux courbes

Progression de première S

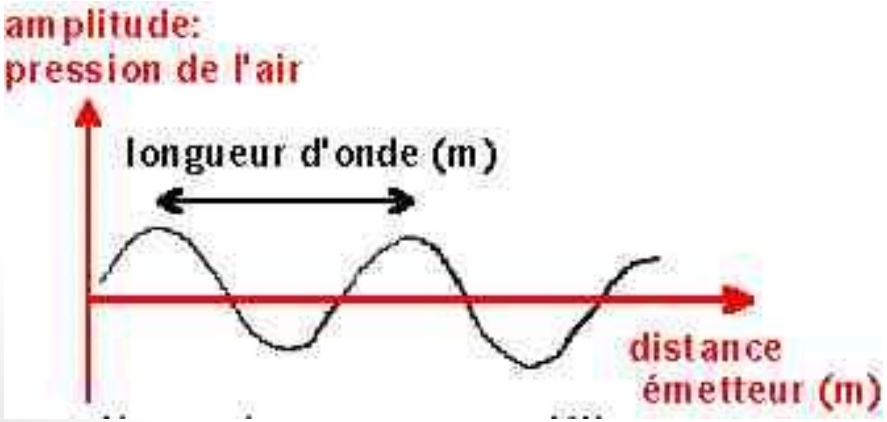
Question 3 :

Comment décrire un phénomène périodique ?

Comment décrire un phénomène périodique ?

Discussion : Qu'est ce qu'un phénomène périodique ?

Etude : Reconnaitre un phénomène périodique



IREM de Poitiers

Progression de première S

Question 4 :

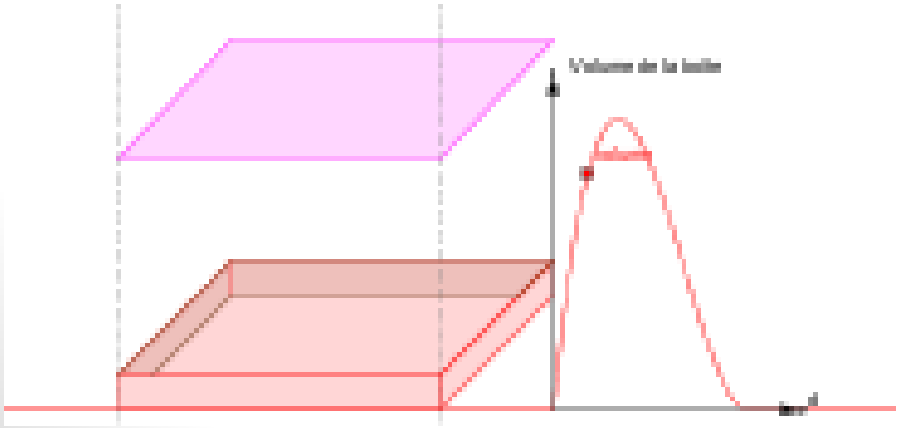
Comment déterminer les variations ?

Comment optimiser une quantité ?

Etude 1 : Optimiser une aire

Etude 2 : Optimiser un volume

Etude 3 : Optimiser une distance



IREM de Poitiers

Progression de première S

Question 5 :

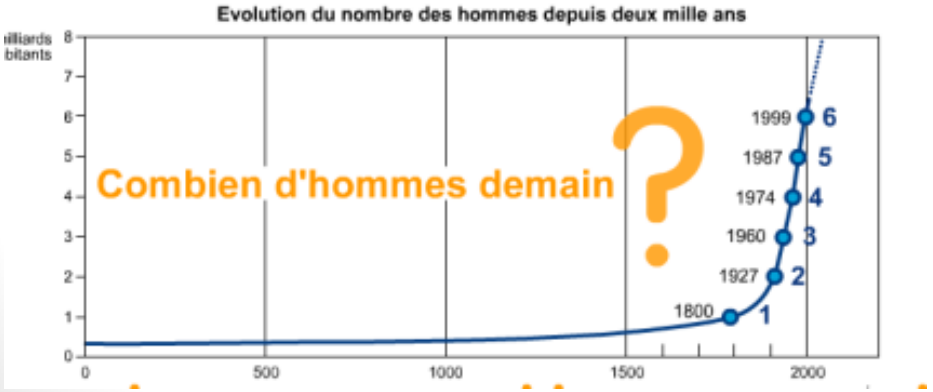
Comment étudier les phénomènes discrets ?

Comment prévoir l'évolution d'une population ?

Etude 1 : Etude d'un document de l'INED

Etude 2 : Les prévisions malthusiennes

Etude 3 : Un autre modèle : Verhulst



Progression de première S

Question 6 :

Comment étudier les phénomènes discrets ?

Comment calculer les mensualités d'un emprunt ?

Enquête : Calculateurs trouvés sur internet

Etude : Reproduction d'un tableau d'amortissement.

Tableau d'amortissement

simulation remise à titre indicatif (sans valeur contractuelle)

Avertissement

banques calculent leur tableau d'amortissement par journée et non par période égale dans l'année. Les chiffres suivants sont donc à quelques centimes près

Prêt de 10000 sur 24 mensualités à 3.5 %

Période	Date	Intérêts	Assurance	Amortissement	Echéance	Restant dû
0	16/04/2013	0.00	0.00	0.00	0.00	10000.00
1	16/05/2013	29.17	0.00	402.86	432.03	9597.14
2	16/06/2013	27.99	0.00	404.04	432.03	9193.10

Progression de première S

Question 7 :

Comment prendre une décision à l'aide des probabilités ?

Comment évaluer ses gains à des jeux de hasard ?

Etude 1 : Comment vérifier les données sur la roulette affichées sur le net ?

Etude 2 : Comment évaluer le risque ?

Etude 3 : Augmente-t-on ses chances de gagner en jouant plusieurs fois ?

Progression de première S

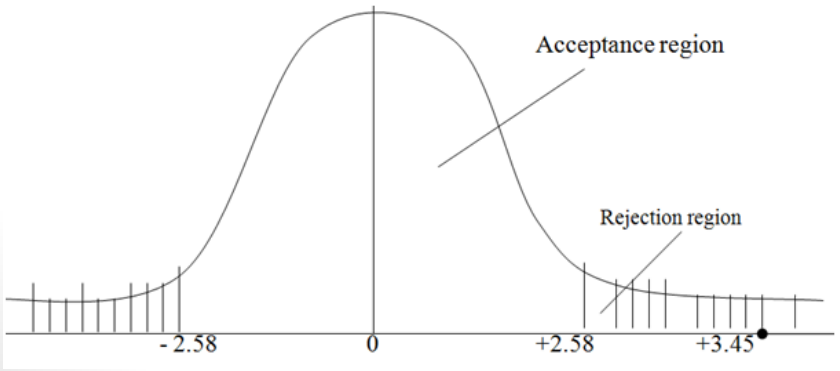
Question 8 :

Comment prendre une décision à l'aide des probabilités ?

***Quel test élaborer pour savoir si deux produits sont différents* ?**

Expérience : L'essai triangulaire

Analyse : Comment prendre une décision ?



Test triangulaire - Explications

Objectif :

Détecter l'absence ou la présence de différences sensorielles entre 2 produits.

« les 2 produits sont-ils perçus comme différents ? »

Contexte :

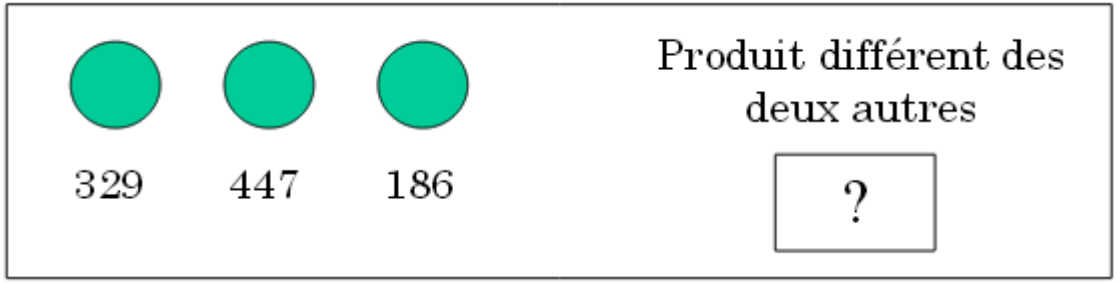
La différence sensorielle entre les produits testés est souvent très faible. Elle n'est pas connue des dégustateurs.

Protocole stricte à suivre (norme AFNOR)

Test triangulaire - Explications

Principe du test

- 3 produits, dont 2 identiques, sont proposés à N testeurs.



- Chaque personne doit désigner quel est le produit non répété.

- Choix forcé !

Une non réponse serait une solution de facilité : on s'y réfugie facilement quand la différence est faible entre les produits.

Répondre au **hasard** est « naturel » dans un tel cas.

Test triangulaire - Explications

Organisation de l'évaluation

6 présentations possibles des 3 échantillons :

A A B	B B A
A B A	B A B
B A A	A B B

Il est important :

- de varier l'ordre de présentation.

Car échantillon du milieu souvent choisi en cas d 'incertitude.

- que le produit doublé ne soit pas toujours le même.

Car résultats différents dans le cas contraire.

Test triangulaire (pour les élèves)

Nom BARRAL Prénom Paul

TABLE 1

897	358	984

Test triangulaire (pour le prof)

NOM	PRENOM	n° échantillon 1	n° échantillon 2	n° échantillon 3	réponse donnée	Exact/ Faux
BARRAL	Paul	897	358	984		
BODIN	Pierre	304	396	144		
CHEUVA	Remi	558	793	365		
DAMY	Célia	240	314	363		
DESPORT	Lucas	995	532	440		
EPIS	Laura	892	332	570		
FERCHAUD	Hadrien	363	623	505		
GAULT	Chloé	557	660	463		
GROUSSET	Alexandre	131	108	454		
GUYONNEAU	Lauriane	874	271	279		

IREM de Poitiers

Test triangulaire - Analyse

Dépouillement des réponses

	Exemple
- nombre de réponses correctes :	C = 15
- nombre de réponses fausses :	9
- total des réponses :	N = 24

Que peut-on en déduire ?

Les testeurs perçoivent la différence entre les produits.

(sous entendu : « ils n'ont pas répondu au hasard »)

OU

Les testeurs ne perçoivent pas la différence entre les produits.

(sous-entendu : « ils ont répondu au hasard »)

IREM de Poitiers

Test triangulaire - Analyse

Quand les réponses sont données au hasard

Pour une épreuve :

Réponse correcte	p = 1/3
Réponse fausse	q = 2/3

Pour N = 24 épreuves indépendantes :

C suit une loi Binomiale (24 ; 1/3)

$$P(C = k) = \binom{24}{k} \left(\frac{1}{3}\right)^{k} \left(1 - \frac{1}{3}\right)^{24-k}$$

Test triangulaire - Analyse

n = 24 p = 1/3

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P(X = k)	0,01%	0,07%	0,41%	1,50%	3,95%	7,89%	12,49%	16,06%	17,07%	15,17%
P(X < k)	0,01%	0,08%	0,49%	1,99%	5,94%	13,83%	26,32%	42,38%	59,45%	74,62%

k	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
P(X = k)	11,38%	7,24%	3,92%	1,81%	0,71%	0,24%	0,07%	0,02%	0,00%	0,00%
P(X < k)	85,99%	93,23%	97,16%	98,97%	99,68%	99,91%	99,98%	100,00%	100,00%	100,00%

k	20	21	22	23	24
P(X = k)	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
P(X < k)	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

IREM de Poitiers

Test triangulaire - Analyse

n = 24 p = 1/3

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P(X = k)	0,01%	0,07%	0,41%	1,50%	3,95%	7,89%	12,49%	16,06%	17,07%	15,17%
P(X < k)	0,01%	0,08%	0,49%	1,99%	5,94%	13,83%	26,32%	42,38%	59,45%	74,62%

k	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
P(X = k)	11,38%	7,24%	3,92%	1,81%	0,71%	0,24%	0,07%	0,02%	0,00%	0,00%
P(X < k)	85,99%	93,23%	97,16%	98,97%	99,68%	99,91%	99,98%	100,00%	100,00%	100,00%

k	20	21	22	23	24
P(X = k)	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
P(X < k)	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

IREM de Poitiers

Test triangulaire - Analyse

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95% va nous permettre de répondre à la question

On cherche donc a et b

le plus petit entier tel que $P(X \leq a) > 0{,}025$
le plus petit entier tel que $P(X \leq b) \geq 0{,}975$

L'intervalle de fluctuation est alors $\left[\frac{a}{n}, \frac{b}{n}\right]$

Test triangulaire - Analyse

n = 24 p = 1/3

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P(X = k)	0,01%	0,07%	0,41%	,50%	3,95%	7,89%	12,49%	16,06%	17,07%	15,17%
P(X < k)	0,01%	0,08%	0,49%	,99%	5,94%	13,83%	26,32%	42,38%	59,45%	74,62%

k	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
P(X = k)	11,38%	7,24%	3,92%	1,81%	,71%	0,24%	0,07%	0,02%	0,00%	0,00%
P(X < k)	85,99%	93,23%	97,16%	98,97%	9,68%	99,91%	99,98%	100,00%	100,00%	100,00%

k	20	21	22	23	24
P(X = k)	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
P(X < k)	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

IREM de Poitiers

Test triangulaire - Analyse

Conclusion :

Dans la plupart des cas (au moins 95% des cas) le nombre de bonnes réponses est compris entre 2 et 13 pour 24 testeurs.

Si **C < 2** alors ce cas est considéré comme exceptionnel et donc non dû au hasard.

On pourra dire avec un seuil de confiance de 95% que les testeurs n'ont pas perçu la différence entre les 2 produits et donc qu'il n'y en a pas

Test triangulaire - Analyse

Conclusion :

Dans la plupart des cas (au moins 95% des cas) le nombre de bonnes réponses est compris entre 2 et 13 pour 24 testeurs.

Si **2 <= C <= 13** alors on ne peut pas rejeter l'hypothèse selon laquelle les testeurs ont répondu strictement au hasard

On pourra dire que les testeurs n'ont pas perçu la différence entre les 2 produits (avec une marge d'erreur de 5%)

Test triangulaire - Analyse

Conclusion :

Dans la plupart des cas (au moins 95% des cas) le nombre de bonnes réponses est compris entre 2 et 13 pour 24 testeurs.

Si **C > 13** alors ce cas est considéré comme exceptionnel et donc non dû au hasard.

On pourra dire au seuil de confiance de 95% que les testeurs ont perçu une différence entre les deux produits.

Dans notre expérience C = 15, donc une différence entre les deux produits semble avoir été perçue.

Progression de première S

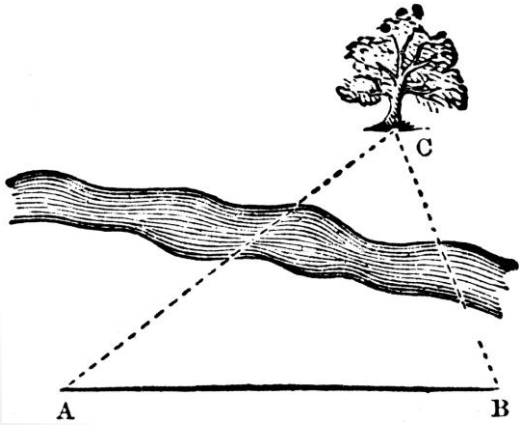
Question 9 :

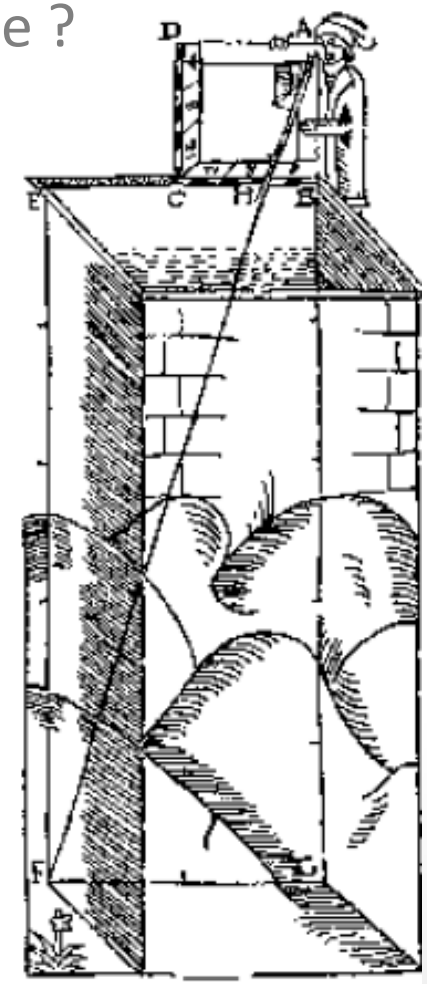
Comment calculer une distance inaccessible ?

Comment calculer une distance inaccessible ?

Travail sur les angles orientés

Travail sur le produit scalaire.





IREM de Poitiers

Seconde démarche : première S

Avantages :

- Des questions de sociétés diverses et variées pour lesquelles les mathématiques aident à comprendre (au moins) une partie de la réponse.
- Donne du sens aux notions en montrant bien où elles vivent.
- Favorise la démarche d'investigation.
- Laisse la possibilité au professeur de choisir une question dans un domaine qu'il affectionne plus.

Seconde démarche : première S

Inconvénients :

- Nécessite une culture générale ou des recherches importantes pour ne pas amener un savoir de manière artificielle.
- Impossible d'éviter des questions pour lesquelles d'autres matières apporteront des réponses/des prolongements.

En résumé

Un constat :

Le savoir enseigné peut sembler purement scolaire et les sciences (et en particulier les mathématiques) inutiles pour penser en citoyen

Un postulat :

« Pour un esprit scientifique, toute connaissance est une réponse à une question. S'il n'y a pas eu de question, il ne peut pas y avoir connaissance scientifique. »

Gaston Bachelard - Philosophe et épistémologue français

IREM de Poitiers

En résumé

Une méthodologie :

Réorganiser les contenus des programmes en parcours où les notions permettent de donner des éléments de réponses à de « grandes questions », issues autant que possible de situations du monde

Un objectif pédagogique :

Faire en sorte que les élèves se posent des questions et acquièrent une autonomie de recherche suffisante.

IREM de Poitiers