Mathématiques en Classe Préparatoire à l’ Entrée en Licence

Pascale Sénéchaud, Remi Antony (statistiques)

[1] Faculté des Sciences de Limoges

Plan

Plan

Plan

1. Présentation générale
2. Les programmes de mathématiques
   - Au premier semestre : un tronc commun de 60h
   - Au deuxième semestre : deux filières
3. Des statistiques

Plan

1. Présentation générale
2. Les programmes de mathématiques
   - Au premier semestre : un tronc commun de 60h
   - Au deuxième semestre : deux filières
3. Des statistiques
4. Pour illustrer la progression : Des morceaux choisis
   - Devoirs du S1
   - TCE (S2)

Sur l’année

Avec deux semestres d’une douzaine de semaines.

AU S1 un tronc commun

Sur l’année

Avec deux semestres d’une douzaine de semaines.

AU S1 un tronc commun

60 h de maths, 48h de physique, 48h de chimie, 48 h SVT, 24h d’expression écrite, projet d’orientation 6h

Sur l'année

Avec deux semestres d'une douzaine de semaines.

AU S1 un tronc commun

60 h de maths, 48h de physique, 48h de chimie, 48 h SVT, 24h d'expression écrite, projet d'orientation 6h

AU S2 deux filières

Sur l’année

Avec deux semestres d’une douzaine de semaines.

AU S1 un tronc commun

60 h de maths, 48h de physique, 48h de chimie, 48 h SVT, 24h d’expression écrite, projet d’orientation 6h

AU S2 deux filières

Sciences de l’Ingénieur (SI) et Sciences de la Vie (SV)

III. CPEL2 - SI

Note CPEL2

Semaines 1 à 8 : Tous les étudiants de CPEL2-SI

Mathématiques 54 h	Physique 54 h	Chimie 35 h	Expression écrite 24 h	Informatique 12 h

- Obtention d'une note moyenne « CPEL » qui peut compter pour 1/3 de la note d'un futur S1

Semaines 8 à 12 : Les étudiants qui souhaitent poursuivre en S1 l'année suivante

Mathématiques 27 h	Physique 27 h	Chimie 19 h	Informatique 18 h

- Programme relatif aux 4 premières semaines de S1
- Obtention d'une note dans chaque matière qui pourra être intégrée dans le calcul de la moyenne de l'UE correspondante du futur S1 avec un coefficient 1/5.

Semaines 1 à 12 — **OSMP 2 – Anglais – 18 h - 3 crédits**

III. CPEL2 - SV

Note CPEL2

Semaines 1 à 8 : Tous les étudiants de CPEL2-SV

SVT	Physique	Chimie	Expression écrite	Mathématiques
60 h	30 h	29 h	24 h	18 h

- Obtention d'une note moyenne « CPEL » qui peut compter pour 1/3 de la note d'un futur S1

Semaines 8 à 12 : Les étudiants qui souhaitent poursuivre en S1 l'année suivante

SVT	Physique	Chimie	Mathématiques
30 h	18 h	19 h	12 h

- Programme relatif aux 4 premières semaines de S1
- Obtention d'une note dans chaque matière qui pourra être intégrée dans le calcul de la moyenne de l'UE correspondante du futur S1 avec un coefficient 1/5.

Semaines 1 à 12 — OSMP 2 – Anglais – 18 h – 3 crédits

Projet d’orientation

S1

Projet d’orientation

S1

deux sessions d’une demi-journée au sein du Carrefour des Etudiants.

Ces sessions ont pour but d’aider les étudiants à développer un ou plusieurs projets d’orientation pour les années suivantes.

Projet d'orientation

S1

deux sessions d'une demi-journée au sein du Carrefour des Etudiants.

Ces sessions ont pour but d'aider les étudiants à développer un ou plusieurs projets d'orientation pour les années suivantes. Présence obligatoire et prise en compte dans la note de CPEL1 du premier semestre.

Projet d’orientation

S1

deux sessions d’une demi-journée au sein du Carrefour des Etudiants.

Ces sessions ont pour but d’aider les étudiants à développer un ou plusieurs projets d’orientation pour les années suivantes. Présence obligatoire et prise en compte dans la note de CPEL1 du premier semestre.

Consiste en

Projet d'orientation

S1

deux sessions d'une demi-journée au sein du Carrefour des Etudiants.

Ces sessions ont pour but d'aider les étudiants à développer un ou plusieurs projets d'orientation pour les années suivantes. Présence obligatoire et prise en compte dans la note de CPEL1 du premier semestre.

Consiste en

3 ateliers (atelier avec un conseiller d'orientation, rédaction d'une lettre de motivation, rédaction d'un CV)

Projet d'orientation

S1

deux sessions d'une demi-journée au sein du Carrefour des Etudiants.

Ces sessions ont pour but d'aider les étudiants à développer un ou plusieurs projets d'orientation pour les années suivantes. Présence obligatoire et prise en compte dans la note de CPEL1 du premier semestre.

Consiste en

3 ateliers (atelier avec un conseiller d'orientation, rédaction d'une lettre de motivation, rédaction d'un CV)

Donne lieu

Projet d'orientation

S1

deux sessions d'une demi-journée au sein du Carrefour des Etudiants.

Ces sessions ont pour but d'aider les étudiants à développer un ou plusieurs projets d'orientation pour les années suivantes. Présence obligatoire et prise en compte dans la note de CPEL1 du premier semestre.

Consiste en

3 ateliers (atelier avec un conseiller d'orientation, rédaction d'une lettre de motivation, rédaction d'un CV)

Donne lieu

Rapport de 3 ou 4 pages (CV, projets d'orientation, motivations pour ces projets, lieux d'études pour réaliser ces projets) et présentation orale (5minutes)

Plan

Au premier semestre : 60 h

- Les fonctions : généralités et certaines fonctions remarquables ($x \mapsto x^n$ par exemple)

- Notations ensemblistes et logique

Au premier semestre : 60 h

- Les fonctions : généralités et certaines fonctions remarquables ($x \mapsto x^n$ par exemple)
- Trigonométrie : les fonctions sinus et cosinus.

- Notations ensemblistes et logique
- Statistiques descriptives à une dimension

Au premier semestre : 60 h

- Les fonctions : généralités et certaines fonctions remarquables ($x \mapsto x^n$ par exemple)
- Trigonométrie : les fonctions sinus et cosinus.
- Les limites

- Notations ensemblistes et logique
- Statistiques descriptives à une dimension
- Probabilités

Au premier semestre : 60 h

- Les fonctions : généralités et certaines fonctions remarquables ($x \mapsto x^n$ par exemple)
- Trigonométrie : les fonctions sinus et cosinus.
- Les limites
- Les dérivées et leur applications (recherche d'extrema)

- Notations ensemblistes et logique
- Statistiques descriptives à une dimension
- Probabilités

Au premier semestre : 60 h

- Les fonctions : généralités et certaines fonctions remarquables ($x \mapsto x^n$ par exemple)
- Trigonométrie : les fonctions sinus et cosinus.
- Les limites
- Les dérivées et leur applications (recherche d'extrema)
- Logarithme et exponentielle

- Notations ensemblistes et logique
- Statistiques descriptives à une dimension
- Probabilités

Au premier semestre : 60 h

- Les fonctions : généralités et certaines fonctions remarquables ($x \mapsto x^n$ par exemple)
- Trigonométrie : les fonctions sinus et cosinus.
- Les limites
- Les dérivées et leur applications (recherche d'extrema)
- Logarithme et exponentielle
- Intégrales et Primitives
- Nombres complexes
- Notations ensemblistes et logique
- Statistiques descriptives à une dimension
- Probabilités

Plan

1. Présentation générale
2. Les programmes de mathématiques
   - Au premier semestre : un tronc commun de 60h
   - Au deuxième semestre : deux filières
3. Des statistiques
4. Pour illustrer la progression : Des morceaux choisis
   - Devoirs du S1
   - TCE (S2)

Plan

Sciences de l'Ingénieur : 54 + 27

- Les fonctions : Etudes comprenant ln exp, calculs de limites, de dérivées,... recherche d'asymptotes
- Du calcul : simplification de racines carrées, gestion d'inéquations.

Sciences de l'Ingénieur : 54 + 27

- Les fonctions : Etudes comprenant ln exp, calculs de limites, de dérivées,... recherche d'asymptotes
- Du calcul : simplification de racines carrées, gestion d'inéquations.

- Intégrales et primitives
- Nombres complexes reprise avec résolution dans $\mathbb{C}$ de $z^2 = a$, $a \in \mathbb{C}$, donné

Sciences de l'Ingénieur : 54 + 27

- Les fonctions : Etudes comprenant ln exp, calculs de limites, de dérivées,... recherche d'asymptotes
- Du calcul : simplification de racines carrées, gestion d'inéquations.
- Notion de bijection : fonctions réciproques
- Intégrales et primitives
- Nombres complexes reprise avec résolution dans $\mathbb{C}$ de $z^2 = a$, $a \in \mathbb{C}$, donné
- Suites numériques

Sciences de l'Ingénieur : 54 + 27

- Les fonctions : Etudes comprenant ln exp, calculs de limites, de dérivées,... recherche d'asymptotes
- Du calcul : simplification de racines carrées, gestion d'inéquations.
- Notion de bijection : fonctions réciproques
- Intégrales et primitives
- Nombres complexes reprise avec résolution dans $\mathbb{C}$ de $z^2 = a$, $a \in \mathbb{C}$, donné
- Suites numériques
- Dérivées successives

Sciences de l'Ingénieur : 54 + 27

- Les fonctions : Etudes comprenant ln exp, calculs de limites, de dérivées,... recherche d'asymptotes
- Du calcul : simplification de racines carrées, gestion d'inéquations.
- Notion de bijection : fonctions réciproques
- Intégrales et primitives
- Nombres complexes reprise avec résolution dans $\mathbb{C}$ de $z^2 = a$, $a \in \mathbb{C}$, donné
- Suites numériques
- Dérivées successives
- Formule de Taylor et applications.

Sciences de l'Ingénieur : 54 + 27

- Les fonctions : Etudes comprenant ln exp, calculs de limites, de dérivées,... recherche d'asymptotes
- Du calcul : simplification de racines carrées, gestion d'inéquations.
- Notion de bijection : fonctions réciproques
- Intégrales et primitives
- Nombres complexes reprise avec résolution dans $\mathbb{C}$ de $z^2 = a$, $a \in \mathbb{C}$, donné
- Suites numériques
- Dérivées successives
- Formule de Taylor et applications.
- Équations différentielles premier et second ordre à coefficients constants avec second ordre.

Sciences de la Vie et de la Terre : 12 + 18

- Statistiques descriptives à une et deux dimensions (corrélations, moindres carrés)

- Étude de fonctions (domaines de définition, limites, dérivées)

Sciences de la Vie et de la Terre : 12 + 18

- Statistiques descriptives à une et deux dimensions (corrélations, moindres carrés)
- notion de probabilités : probabilités conditionnelles
- Trigonométrie : fonctions, sinus, cosinus et tangente
- Étude de fonctions (domaines de définition, limites, dérivées)

Mise en pratique des programmes

Mise en forme

non séquentielle

Mise en pratique des programmes

Mise en forme

non séquentielle

Mise en oeuvre

à la demande

Mise en pratique des programmes

Mise en forme

non séquentielle

Mise en oeuvre

à la demande

Cours-TD

Ateliers découvertes, cours, exercices

Mise en pratique des programmes

Mise en forme

non séquentielle

Mise en oeuvre

à la demande

Cours-TD

Ateliers découvertes, cours, exercices

TCE au S2

Travail collaboratif encadré- Séance de deux ou trois heures

Mise en forme

Non séquentielle :
Une semaine = 5h (au S1) avec parfois 2 enseignants par groupe : sur 3h analyse et sur 2h ensembles, logique, proba stat.....
Une semaine = 7h (au S2) avec 3 enseignants par groupe chaque enseignant prend une partie formant un tout : On "parallèlise " le programme.

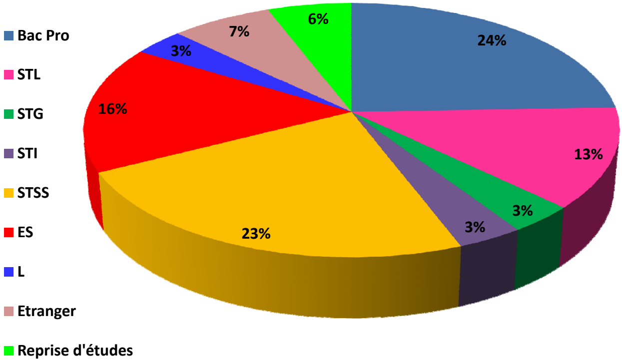
Évaluation

Trois devoirs surveillés par semestre

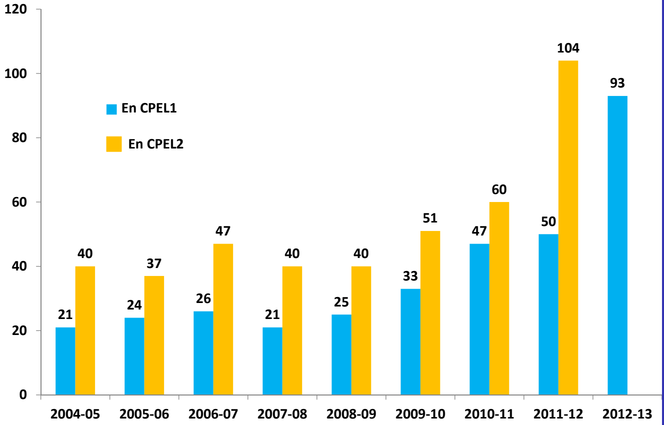
Sur l’année (24 semaines) : 6 devoirs écrits

Plan

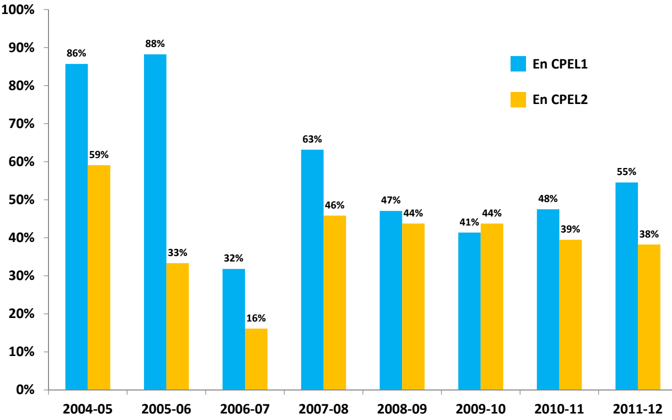
II. CPEL1 – Origine des étudiants en 2012-13



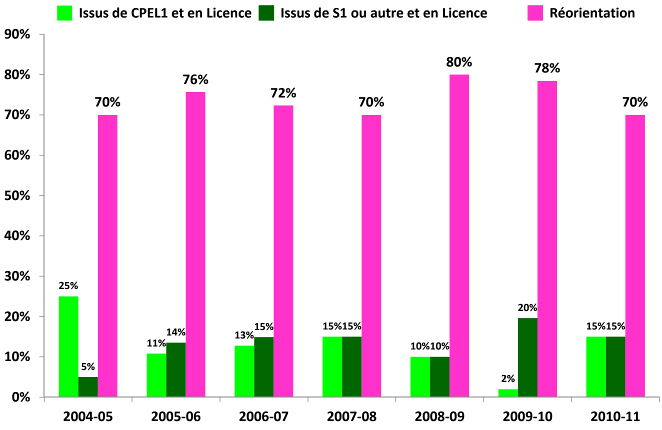
IV. CPEL – Nombre d'inscrits



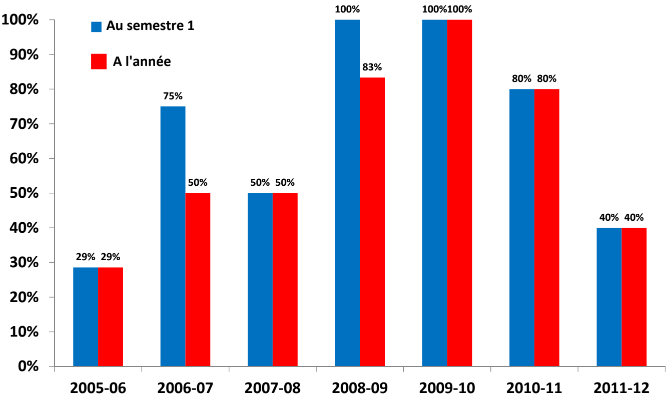
IV. CPEL – Réussite en CPEL des étudiants assidus



IV. CPEL – Devenir l'année suivante



IV. CPEL – Réussite en Licence avec une CPEL réussie



Plan

Plan

Partie 1- Analyse

I (sur 4 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$:

   (a) $x(2-x) > 0$ (b) $x^2 - 4x + 3 = 0$ (c) $\exp(x-2) = 1$

2. Étudier, en justifiant vos réponses, les domaines de définition des fonctions f_1, f_2 et f_3 données par :

   $$f_1(x) = \sqrt{x(2-x)}\,;\ f_2(x) = \frac{\sin(2x+1)}{(x^2-4x+3)^2}\,;\ f_3(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\exp(x-2)-1}$$

3.
   1. Soit g_1 la fonction définie par $g_1(x) = x(2-x)$. Calculer sa dérivée.
   Donner le domaine de dérivabilité de f_1 et calculer sa dérivée.
   2. Soit g_2 la fonction définie par $g_2(x) = (x^2-4x+3)^2$. Montrer que sa dérivée est donnée par $g_2'(x) = 2(2x-4)(x^2-4x+3)$.
   Calculer la dérivée de la fonction g_3 définie par $g_3(x) = \sin(2x+1)$.
   Donner le domaine de dérivabilité de f_2 et calculer sa dérivée.
   3. Calculer les dérivées des fonctions g_4 et g_5 données par $g_4(x) = \sqrt{x-1}$ et de $g_5(x) = \exp(x-2) - 1$.
   Donner le domaine de dérivabilité de f_3 et calculer sa dérivée.

II

(sur 1 point) Déterminer les limites suivantes lorsqu'elles existent. Justifier les résultats.

$$(a)\quad \lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+1}{\sqrt{x-1}} \qquad\qquad (b)\quad \lim_{x\to -\infty} \frac{2x^3+1}{x^2+1}$$

$$(c)\quad \lim_{x\to -\infty} \ln(1+\frac{1}{x}) \qquad\qquad (d)\quad \lim_{x\to +\infty} \exp(-2x)$$

III (sur 4 point) On souhaite étudier la fonction f donnée par $f(t) = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$.

1. Déterminer le domaine de définition et le domaine de dérivabilité de f.
2. Montrer que f est paire.
3. Montrer que sa dérivée est donnée par $f'(t) = \dfrac{-4t}{(1+t^2)^2}$
4. Montrer que le graphe de f admet la droite d'équation $y=-1$ pour asymptote.
5. Donner le tableau de variation de f.
6. Déterminer l'équation de la tangente au graphe de f au point d'abscisse $t=0$.
7. Tracer le graphe de f, en faisant apparaître la tangente en $t=0$ et l'asymptote

IV (sur 1 point) Calculer les primitives sur I des fonctions h_1, h_2, h_3 et h_4 données par :

$$h_1(x) = 2x^3 - 5x \ \text{ sur } I = \mathbb{R}$$
$$h_2(x) = x^2(x^3 + 2)^4 \ \text{ sur } I = \mathbb{R}.$$
$$h_3(x) = \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \ \text{ sur } I =]0, +\infty[.$$
$$h_4(x) = x \sin(x^2 - 1) \ \text{ sur } I = \mathbb{R}.$$

V [Bonus] Étudier la fonction g donnée par $g(x) = \ln(x^2 - 3x + 2)$.

Partie 2- Probabilités et statistiques

rédiger sur une copie distincte de celle de la partie 1.

I (sur 6 points)

Un groupe de 30 personnes, appelé groupe A, passe un examen noté entre 0 et 10. Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous, qui donne l'effectif n_i pour chaque note i :

Note i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif n_i	1	2	0	1	4	6	7	6	2	0	1

On appelle S la série statistique correspondante.

1. Déterminer la fréquence f_i de chaque note i ($1 \leq i \leq 10$) avec deux décimales, puis les effectifs cumulés N_i et les fréquences cumulées F_i.
2. Construire uns diagramme en bâtons représentant les fréquences f_i en fonction des x_i.
3. Construire un diagramme en bâtons représentant les fréquences cumulées F_i en fonction des x_i.
4. Déterminer la moyenne $\overline{x}$ et la médiane μ de la série S.
5. Calculer la variance V et l'écart-type σ de S.
6. Déterminer le premier et le troisième quartiles, notés respectivement Q_1 et Q_3. Donner l'écart inter-quartile. Déterminer le premier et le neuvième déciles, notés D_1 et D_9.
7. Dessiner le diagramme en boîte (dit parfois «boîte à moustache») correspondant à S.
8. Un second groupe de personne, le groupe B, passe la même épreuve. Pour ce groupe, on obtient les résultats suivants :
   $\overline{x} = 4.86$, $\mu = 4$, $\sigma = 3.30$, $Q_1 = 2$, $Q_3 = 8$, $D_1 = 0$, $D_9 = 10$.
   1. Dessiner le diagramme en boîte correspondant.
   2. Comparer les résultats obtenus par les deux groupes. Que pouvez-vous en conclure ?

II (sur 2 points) Une compagnie d'assurance répartit ses clients en trois classes :

- la classe F des «risques faibles» regroupe 20% des clients ;
- la classe M des «risques moyens» regroupe 50% des clients ;
- la classe G des «gros risques» contient 30% des clients.

La probabilité d'avoir un accident en cours d'année est de 0,05 pour la classe F, de 0,15 pour la classe M et de 0,30 pour la classe G.
On note A l'évènement «avoir un accident dans l'année» et $\overline{A}$ l'évènement contraire.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Pour un client choisi au hasard, quelle est la probabilité d'avoir un accident dans l'année ?
3. On rappelle que $P(F|\overline{A}) = \dfrac{P(F)}{P(\overline{A})} P(\overline{A}|F)$. Sachant que M. Martin n'a pas eu d'accident dans l'année, quelle est la probabilité pour qu'il soit dans la classe F ?

III (sur 2 points) Une tombola comporte 100 enveloppes, dont une contient 20 euros , cinq contiennent 10 euros et dix contiennent 5 euros . Une enveloppe s'achête 2euros.

1. Un joueur choisit une enveloppe au hasard et on appelle X la variable aléatoire représentant le gain du joueur (le gain peut-être positif ou négatif).
    1. Donner la loi de probabilité de X.
    2. Déterminer l'espérance et l'écart-type de X.
    3. Quel devrait être le prix d'une enveloppe pour que le jeu soit équitable, c'est-à-dire pour que l'espérance de X soit nulle ?
2. **[Bonus]** Un joueur choisit deux enveloppes au hasard et on appelle Y la variable aléatoire représentant son gain.
    1. Donner la loi de probabilité de Y.
    2. Déterminer l'espérance et l'écart-type de Y.

Plan

Faculté des Sciences & Techniques Janvier 2011
CPEL- S2

OUTIL 1

Complétez ce petit document il vous servira d'aide-mémoire
Dans la suite *P* désigne un polynôme à coefficient réel.

Le nombre α est **racine de** *P* si et seulement si

Si α est **racine de** *P* , quel terme peut-on mettre en facteur dans l'expression de *P* ?

Soient a, b, c trois réels avec $a \neq 0$.

Recherche des racines réelles d'un polynôme de degré 2 on dit aussi Résolution dans $\mathbb{R}$ des équations d'inconnue x de la forme $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta =$	Solutions	Un exemple $-x^2 - 4x + 1$ $\Delta =$
$\Delta > 0$	$x_1 =$ $x_2 =$	
$\Delta = 0$	$x_1 = x_2 =$	
$\Delta < 0$		

Signe, suivant les valeurs de x réel, des expressions de la forme $ax^2 + bx + c$

$\Delta =$	Signe de $ax^2 + bx + c$
$\Delta > 0$	
$\Delta = 0$	
$\Delta < 0$	

Trouver un exemple de chaque cas de figure.

Soit n un entier, a et b deux réels. Sur l'expression $(a+b)^n$. Compléter :

$$(a+b)^2 =$$

$$(a+b)^3 =$$

Ecrire le triangle de Pascal et en déduire $(a+b)^4$.

Soit une fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, dérivable en un réel x_0 de son domaine de définition. **L'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point $(x_0, f(x_0))$ est** :

Travail collaboratif sur des Problèmes

Problème 1 : Polynômes

Dans ce problème le plan $\mathcal{P}$ est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

I - Soit $P = x^2 - x - 1$ et soit $f : x \mapsto x^2 - x - 1$

1. Montrer que P possède deux racines réelles α_1 et α_2 à déterminer.
2. En déduire l'étude du signe de P et une factorisation de P.
3. Soit x et x_0 deux réels. Calculer $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$; en déduire que la fonction f est dérivable et déterminer sa dérivée.
4. En déduire le ou les point(s) du plan $\mathcal{P}$ de coordonnées $(x, f(x))$ où la tangente à la courbe représentative de la fonction f est horizontale.
5. Déterminer les équations cartésiennes des tangentes T_1 et T_0 à la courbe représentative de la fonction f aux points d'abcisses 1 et 0.
6. Dresser le tableau des variations de la fonction f. Vérifier la cohérence de votre tableau avec les résultats des questions 1) et 2).
7. Représenter dans un repère orthonormé la courbe représentative de f ainsi que les tangentes T_1 et T_0.

II- Soit $Q = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 1$ et soit $g : x \mapsto 2x^3 - 3x^2 - 6x + 1$.

1. Etudier la fonction g (continuité, dérivabilité et calcul de la dérivée, tableau des variations).
2. Compléter le tableau des variations de g en calculant les limites de g en l'infini ainsi que l'expression de $g(\alpha_1)$ et $g(\alpha_2)$ en fonction de $\sqrt{5}$.
3. En déduire le nombre de racines réelles du polynôme Q.
4. Représenter dans un repère orthonormé la courbe représentative de g.