1. Fiche résumé.

Titre : *La belle inconnue…*
Niveau : Seconde
Durée : Une heure sous la conduite du professeur, environ deux heures en devoir maison, et 20 minutes en classe.
Domaine : Géométrie vectorielle dans un plan repéré.

2. Fiche professeur.

2.1 Analyse mathématique

$(O; \vec{\imath}\,; \vec{\jmath}\,)$ est un repère orthonormé du plan P.

Soient *A ; B ; C* les points de coordonnées $A(-1;1)$ $B(2;-1)$ et $C(4;0)$

On considère la transformation T qui, à tout point M de P, fait correspondre le point M' défini par la relation suivante :

$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$$

Il s'agit dans cette activité de découvrir une transformation alors que l'élève de seconde ne connaît pas le barycentre. Le logiciel de géométrie est donc d'une aide précieuse. **L'énoncé est volontairement minimaliste, en exposant uniquement l'objet de la recherche, sans donner de pistes.**

Cette activité montre donc qu'au-delà de l'aspect motivant, on trouve dans les TICE un moyen d'aller plus loin et de mieux cerner un problème mathématique.

On aura tout le bénéfice à la placer après le chapitre sur le repérage dans le plan ;

2.2 Niveau du TP :

On aura tout le bénéfice à la placer après le chapitre sur le repérage dans le plan ; Les élèves connaissent bien cette transformation depuis le collège, mais le professeur pourra remettre en mémoire auparavant une définition précise de cette transformation. Le niveau mathématique de l'activité est très accessible.

« On n'utilisera le calcul vectoriel que pour faciliter le repérage des points, justifier le calcul de coordonnées et caractériser des alignements. »

2.3 Objectifs.

Il s'agit ici d'une véritable recherche, qui doit permettre de découvrir, après plusieurs essais de figures, ce que l'on donnait d'entrée traditionnellement dans ce genre de problème (« On considère le point *K* défini par $\overrightarrow{CK} = 0.5\overrightarrow{CA}$, montrer que $\mathcal{T}$ est une symétrie centrale de centre *K. »)*

On peut citer, parmi les objectifs :

- *Revenir sur des notions définies au collège,*
- *Redonner des définitions précise de transformation,*
- *Renforcer la manipulation de logiciels, ici avec des constructions vectorielles,*
- *Apprendre à conjecturer avec des essais judicieux,*
- *Manipuler les coordonnées, apprendre à prouver en les calculant.*
- *Elargir une recherche en généralisant une propriété.*

Une démarche bien conduite devrait passer par :

Première partie : Conjecture sur la nature de la transformation

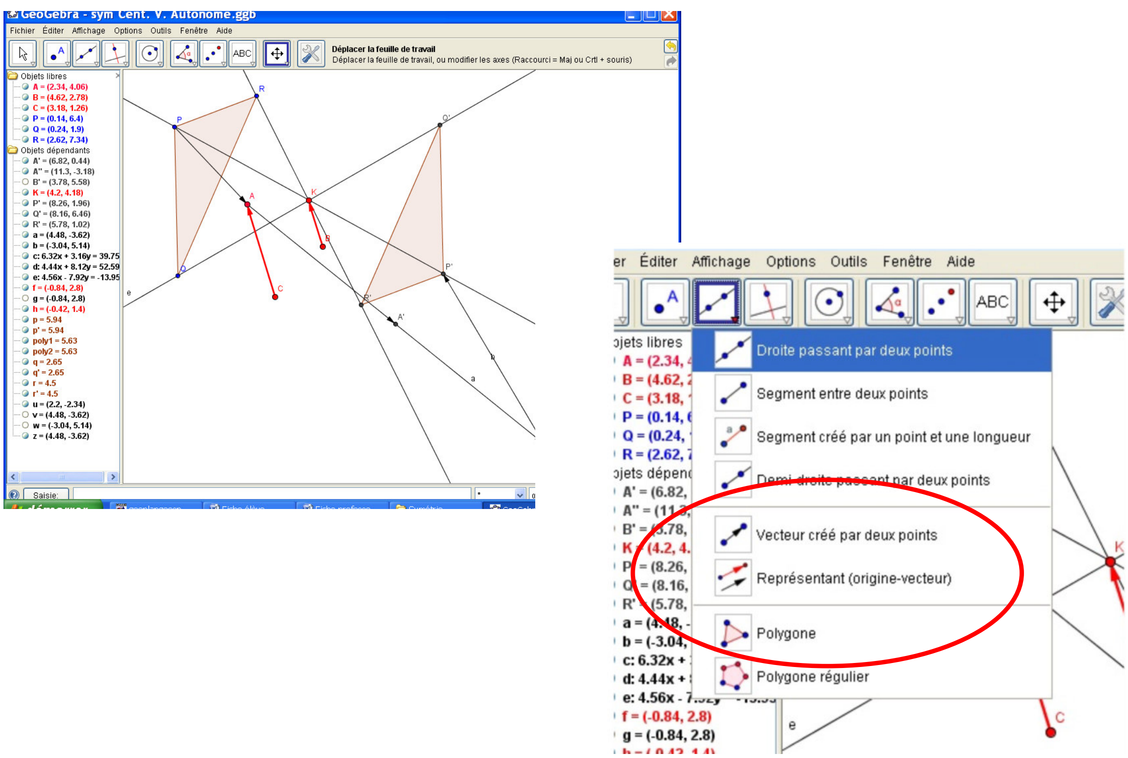
- Construction de la figure à l'aide de CAR, Géogébra,… (Seuls A, B,C donnés)
- Choix de construction d'image de plusieurs points, de triangles,
- Variation des points de base pour observer l'évolution de la figure,
- Tracé des droites passant par un point et son image,
- Idée d'une première conjecture : symétrie centrale.

Deuxième partie : Conjecture sur la position du centre K

- Le centre ne dépend que des positions des points de base,
- L'observation mène à conjecturer que (C'est le nœud du problème, mais cette conjecture apparaît aisément si on prend la peine de construire les vecteurs et)
- Ceci semble rester vrai si on change A,B,C.

Troisième partie : Démonstration

On pose Une démonstration rapide amène à



Nota : Ici le logiciel Géogébra, par sa simplicité de construction des vecteurs est d'une utilisation particulièrement aisée.

2.4 Scénario d'usage

Il est à noter que les 20 minutes consacrées en cours à la prise en main de l'énoncé sous la conduite du professeur n'ont donné lieu à aucune conjecture valide ou appuyée, encore moins à une quelconque démonstration, prouvant que les élèves n'ont « pas d'idées » pour aborder l'exercice.

La meilleure solution semble être un avancement en quatre temps :

- Présentation de la recherche en classe: 20 min.
- Travail à faire en devoir maison : 1h
- Temps consacré aux questions des élèves : 15 min.
- Correction en classe avec visualisation de logiciel : 30 min.

4. Compte rendu d'expérimentation.

Cette activité a été effectuée dans deux classes de seconde et de manière bien différente :

Il appartient au professeur de donner l'énoncé au niveau d'ouverture qu'il souhaite ou de donner l'aide nécessaire au fil des questions des élèves, tout en gardant à l'esprit que sa relative simplicité permet à un élève de seconde de mener sa recherche quasiment en autonomie jusqu'au bout, par exemple en devoir maison. Cette activité est parfaitement et facilement transposable à tous types de transformations. (Rotations, homothéties…)

Dans une première classe,, ce travail a été abordé 20 min en classe pour se saisir du problème, puis donné en devoir maison. (Sur papier et Fichier logiciel sur clé USB)

On rappelle que les 20 minutes n'ont donné lieu à aucune conjecture valide ou appuyée, encore moins à une quelconque démonstration, prouvant que les élèves n'ont « pas d'idées » pour aborder l'exercice.

Cette activité montre donc qu'au-delà de l'aspect motivant, on trouve dans les TICE un moyen d'aller plus loin et de mieux cerner un problème mathématique.

Les élèves ont pu disposer d'une semaine pour cette recherche, pour avoir le temps de poser des questions au professeur, ou d'échanger entre eux.

Comme attendu, c'est la caractérisation du centre de la symétrie qui a amené la plupart des questions.

Cette recherche a été proposée aussi en activité de seconde, en demi-groupe et avec un vidéoprojecteur, sous la conduite du professeur. (Une heure, rédaction comprise de la solution ; les élèves se relayant à la souris) Le professeur a aussi utilisé cette séance pour compléter l'apprentissage de géogebra, bien que la construction ne demande aucune technicité.

Il est à noter que les élèves sont surprenants quant à leur facilité à utiliser les logiciels, montrant qu'ils ont maintenant une grande antériorité dans l'utilisation de l'informatique.

Au final, les objectifs ont tous été réalisés et le vif intérêt des élèves montre que ce nouveau type d'enseignement permet de réviser, conjecturer, comprendre, intuiter les solutions, et surtout retrouver un vrai plaisir de la découverte mathématique.