Fiche élève

La belle inconnue…

***Niveau** : Seconde générale et technologique*

***Domaine** : Géométrie vectorielle.*

***Durée** : Une heure sous la conduite du professeur, deux heures en devoir à la maison.*

<u>Enoncé</u>

$(O;\vec{i};\vec{j})$ est un repère orthonormé du plan P.

Soient *A ; B ; C* les points de coordonnées $A(-1;1)$ $B(2;-1)$ et $C(4;0)$

On considère la transformation T qui, à tout point M de P, fait correspondre le point M' défini par la relation suivante :

$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$$

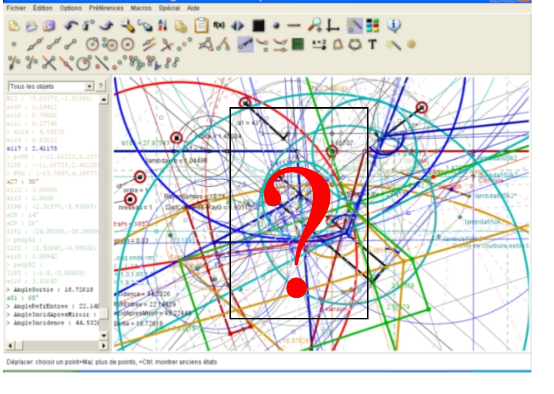
Le but de la recherche est de déterminer la nature de cette transformation, et de préciser ses éléments caractéristiques dans le repère.

1. *Un outil pour des idées :*

A l'aide d'un logiciel adapté, construire la situation et effectuer les recherches nécessaires afin de conjecturer la nature de la transformation étudiée en précisant les éléments qui la caractérisent.

{Une construction de points et d'images permet une conjecture assez aisée de la symétrie centrale de centre $I(-0,5;-0,5)$}

2. *De l'idée à la démonstration rigoureuse :*



Démontrer la conjecture faite précédemment.

{Celle-ci peut se faire, comme c'est l'objectif en seconde, par les coordonnées, en faisant apparaître le point I puis en montrant que $\overrightarrow{IM'} = \overrightarrow{MI}$ en calculant les coordonnées de $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}$ }

3. *Une généralisation possible ?*

Soient *A ; B ; C* les points de coordonnées $A(x_A;y_A)$ $B(x_B;y_B)$ $C(x_C;y_C)$

Le but de la recherche est de déterminer la nature de T, et de préciser ses éléments caractéristiques dans le repère. **{Le changement des points de base A ; B et C permet**

d'émettre la conjecture $\overrightarrow{BI} = 0,5\,\overrightarrow{CA}$. On peut alors montrer par calcul des coordonnées ou avec la relation de Chasles que ce point I convient et que $\overrightarrow{IM'} = \overrightarrow{MI}$.}