Des ingénieries coopératives pour la construction des nombres au LéA Saint-Charles

Quelques observations sur la place des grandeurs et mesures

Serge Quilio EA 6308 I3DL Université de Nice Sophia Antipolis
Yves Matheron Institut Français de l'Education
Alain Mercier Institut Français de l'Education

Cadre du travail en mathématique

Un travail initié depuis 4 ans dans lequel sont reprises certaines des propositions d'enseignement développées dans les années 1980-1990 par Guy Brousseau et l'équipe du COREM (Centre d'Observation et de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques). Nous les avons transformées pour correspondre aux demandes sociales actuelles, qui portent en particulier sur l'apprentissage des algorithmes de calcul et des classes de problèmes. Ces enseignements sont réalisés dans toutes les classes d'une école primaire de Marseille (du CP au CM2), le LéA Saint Charles.

Ace, une progression pour l'ensemble du CP sur le numérique

- Coopération psychologie cognitive / didactique
- Progression évaluée selon une structure pré-test/posttest
- La première année, 45 « classes expérimentales », 45 « classes témoins », sur quatre académies (Nord, Versailles, Aix-Marseille, Rennes) la deuxième année toutes les classes sont expérimentales.

Un premier exemple :
l'ingénierie ACE, une ingénierie coopérative

Pour la didactique, structure suivante (Marseille-Bretagne) :

- Année 0 (2011-2012) élaboration d'un progression (58 séances longues) au sein d'une ingénierie coopérative composée de professeurs, formateurs, chercheurs, avec mise en œuvre partielle sur 4 classes d'étude (conduite par des professeurs (éventuellement professeur-chercheur) faisant partie de l'ingénierie coopérative ;
- Année 1 (2012-2103), mise en œuvre de la progression dans les classes d'étude, et dans les 45 classes expérimentales, institution d'un collectif ;
- Année 2 (2013-2014), nouvelle mise en œuvre d'une progression modifiée dans les classes d'étude, dans les 45 classes expérimentales de la première année, et mise en œuvre de la progression modifiée dans les 45 « nouvelles » classes expérimentales

Un premier exemple : l'ingénierie ACE

Description générale

Situation

58 séances de 45 minutes (séances longues) réparties en onze modules

- 9 modules (dont le dernier se distribue sur le premier et second trimestre) de 37 séances au premier trimestre
- 2 modules de 8 séances au deuxième trimestre
- 1 module de 13 séances au troisième trimestre

Résolution de problèmes

26 séances de 45 minutes réparties sur cinq modules.

- 2 modules sur le premier trimestre dont le second se distribue sur le premier et second trimestre (en tout 15 séances).
- 2 modules sur le deuxième trimestre (en tout 9 séances).
- 1 module au troisième trimestre (en tout 2 séances).

Calcul mental

1 séance par jour, une séance de vingt minutes comprenant en général deux activités.

Estimateur, grandeurs et mesures

46 séances dont 32 séances longues (45 minutes) et 14 séances courtes (30 minutes). Les deux premiers modules sont répartis sur le premier trimestre, les trois derniers se distribuent sur l'ensemble de l'année.

- Module 0 : 3 séances longues
- Module 1 : 2 séances longues
- Module 2, 3 et 4 : 21 séances longues
- Module 5 : 6 séances longues et 14 séances courtes.

Un premier exemple :
l'ingénierie ACE

Situation fondatrice de la partie didactique: « *Le jeu des annonces* »

Sensevy, G., Quilio, S., Forest, D., Morales, G. (2013), Cooperative Engineering as a Specific Design-Based Research in Joint Action Theory in Didactics, ZDM - The International Journal on Mathematics Education

One dice is thrown. Before it is thrown, the students use their fingers to make a "statement" (for example, a pupil shows 2 fingers on his right hand, and 2 fingers on his left hand).	The dice is thrown. The pupils compare their statement with what is indicated by the two dices. If the sums are equal, the pupils have won.
	

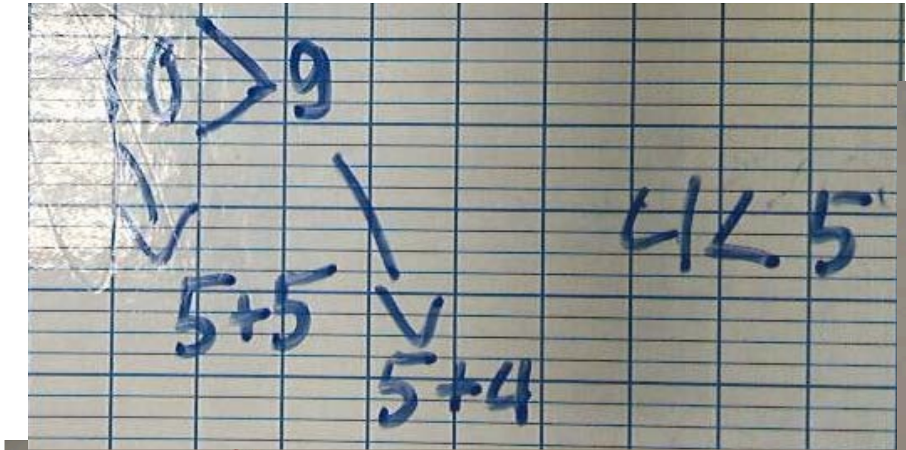
Un premier exemple : l'ingénierie ACE

Evolutions de la situation fondatrice : La deuxième phase nécessité de l’écrit exemple du cas du 6

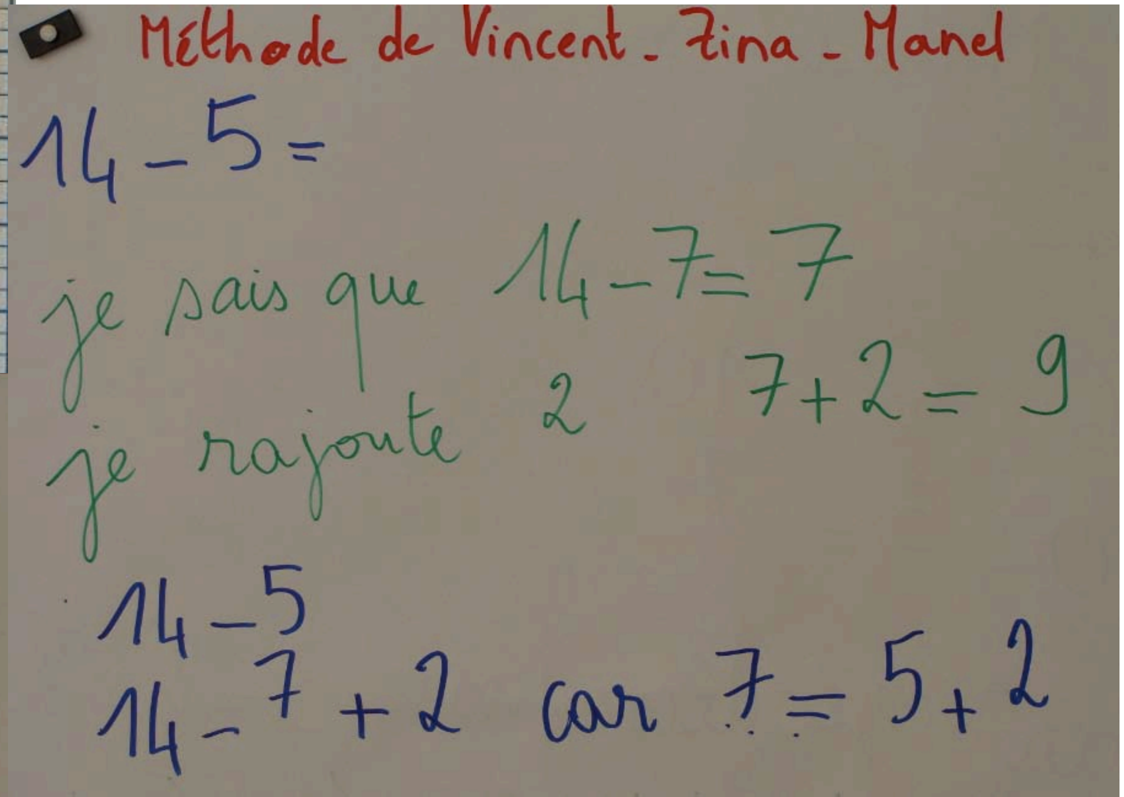
6 5 $\blacksquare$ $\blacksquare$

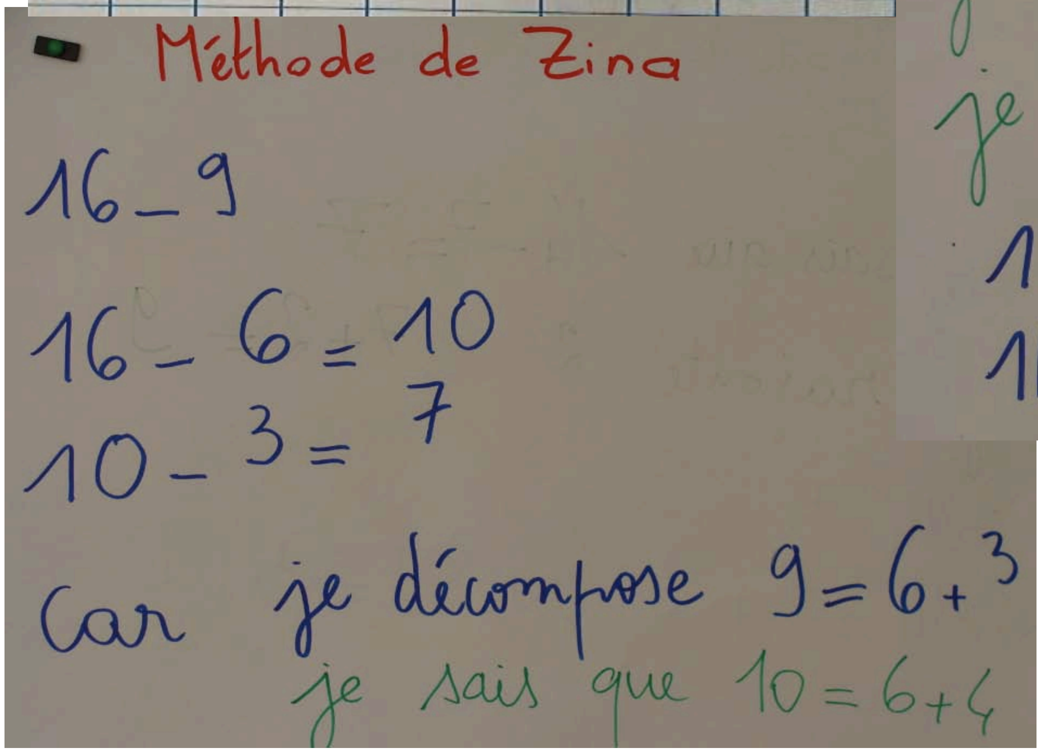
5+5 3+2 5+0

Un premier exemple :
l'ingénierie ACE



Le principe fondateur :





La notation additive pour comparer

Un premier exemple :
l'ingénierie ACE

Principes sous-jacents aux situations mises en œuvre

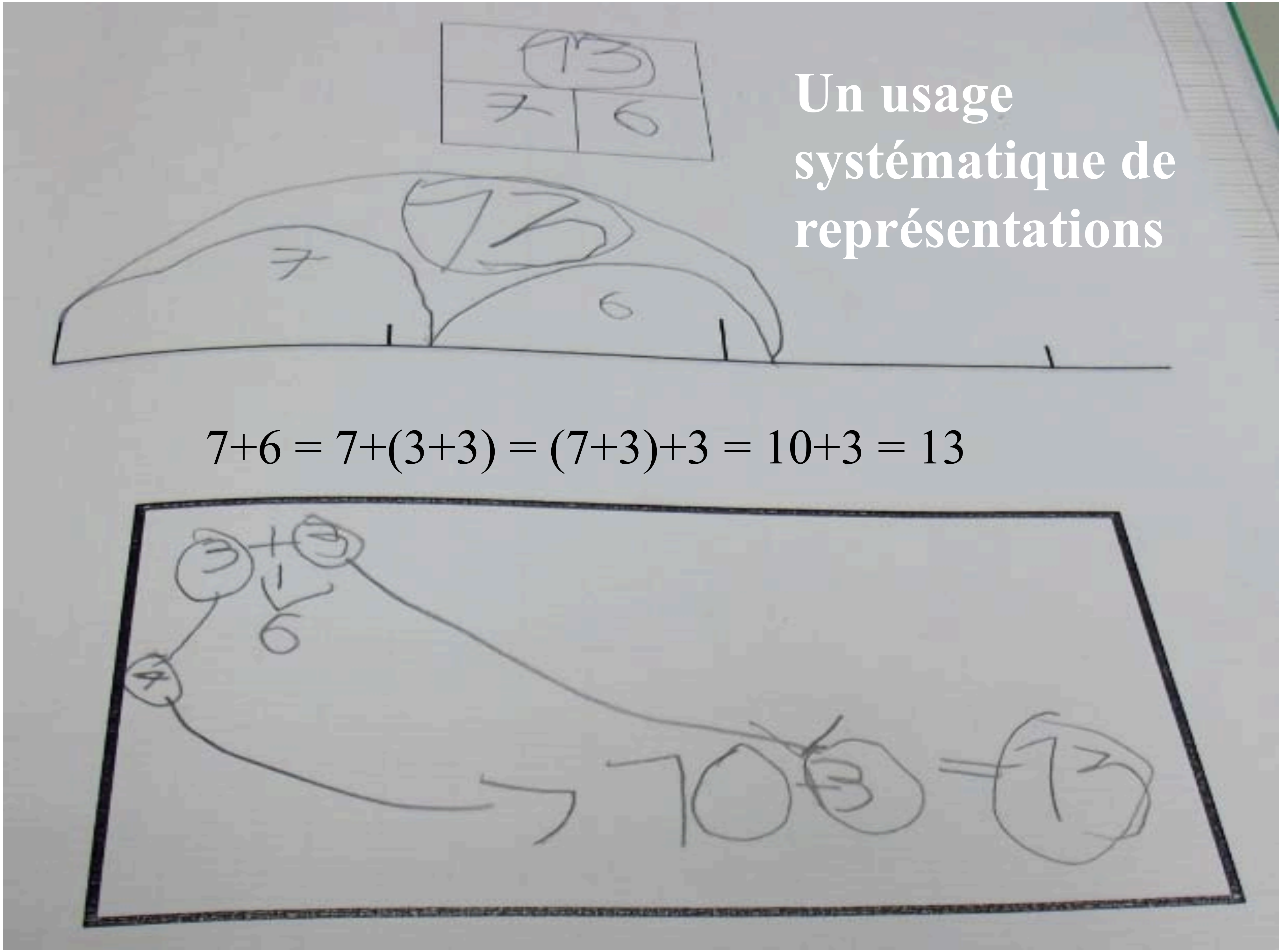
- Le travail additif
- Travail « long » sur les « petits » nombres, puis travail par analogie sur les « grands » nombres
- Travail systématique sur les signes, de type « paradigmatique », Brousseau, 1986
- Travail sur des écritures de type pré-algébrique
- Travail systématique de composition/décomposition

Un premier exemple :
l'ingénierie ACE

Les fins et les moyens :

- Des espaces de travail ordinaires: ardoises, cahiers
- Un espace de travail et de questionnement personnel : le journal du nombre
- Volonté de faire travailler des systèmes sémiotiques de représentation du nombre :
  - La « boîte »
  - La « ligne graduée »

Voici un exemple de production extraite d'un journal du nombre



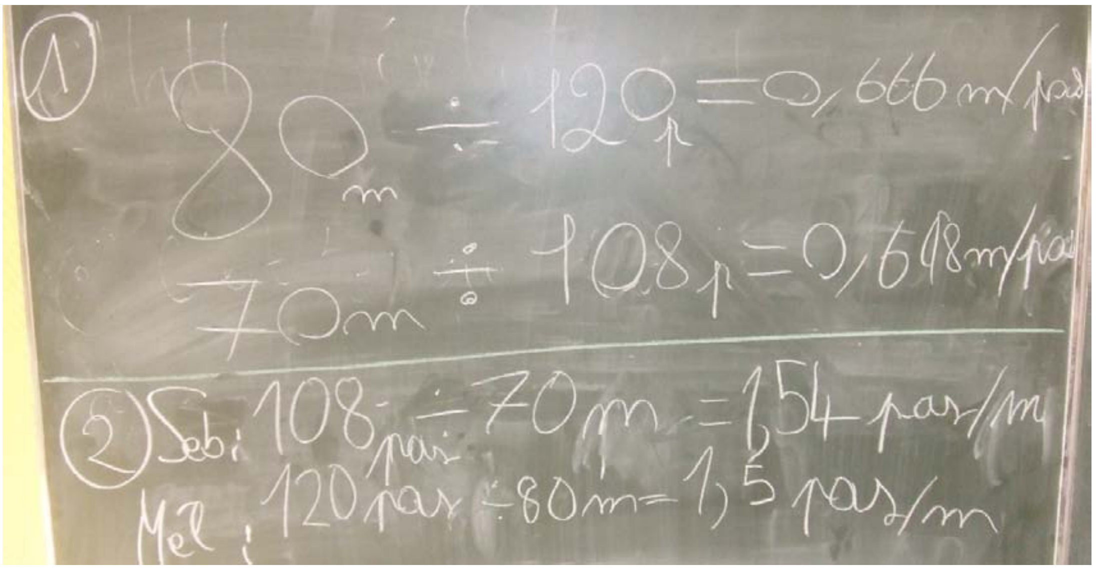
Un usage systématique de représentations

$$7+6 = 7+(3+3) = (7+3)+3 = 10+3 = 13$$

un deuxième exemple :
Classes de problèmes
Les unités, observation en CM2

Enoncé du problème donné aux élèves :

Mélanie parcourt 80 mètres en 108 pas et Sébastien parcourt 70 mètres en 120 pas. Qui fait les plus grands pas ?

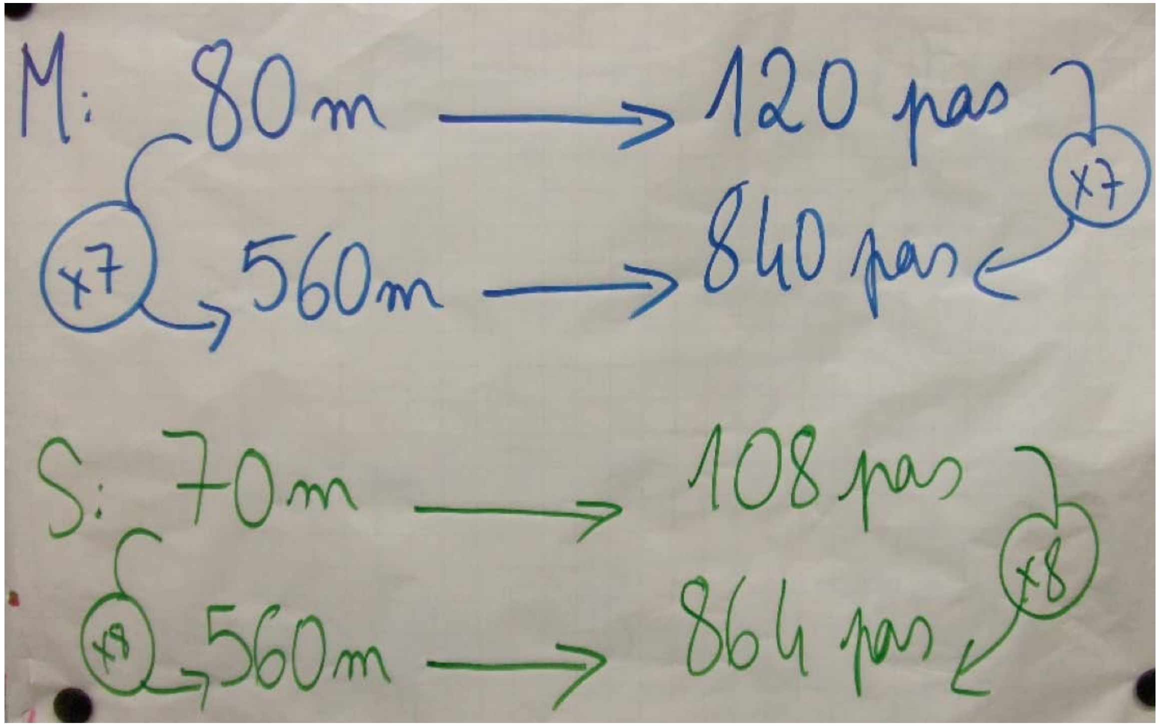


Les unités, observation en CM2

La première manière vise à comparer la longueur des pas, le résultat « 0,666 m/pas > 0,648 m/pas ». Les pas de Mélanie sont plus grands de façon *explicite*.

La seconde manière permet de conclure que les pas de Mélanie sont plus grands parce qu'elle en fait moins sur 1 mètre (1,5 pas/m < 1,54 pas/m). Ce qui est déjà beaucoup moins explicite.

Les unités, observation en CM2



Une troisième manière

A partir de la deuxième procédure, une question émerge : « serait-il possible de comparer le nombre de pas sur une même distance ? ». Il s’agit donc ici de trouver un multiple commun à 80 et 70 :

On compare un nombre de pas sur une même distance : 560 m=7X80 m =8X70 m l’une a donc fait 7X120 pas=840 pas quand l’autre a fait 8X108 pas=864 pas pour la même distance. Là aussi on déduit que c’est l’enfant qui fait le moins de pas qui a les plus grands pas.

Vers une posture d'ingénieur assumée par un collectif dans le cadre d'un travail d'observation et d'identification de faits didactiques :

Un travail collectif au moyen de systèmes de descriptions communes : **les systèmes hybrides vidéos/photos – annotations (instrumentation)**

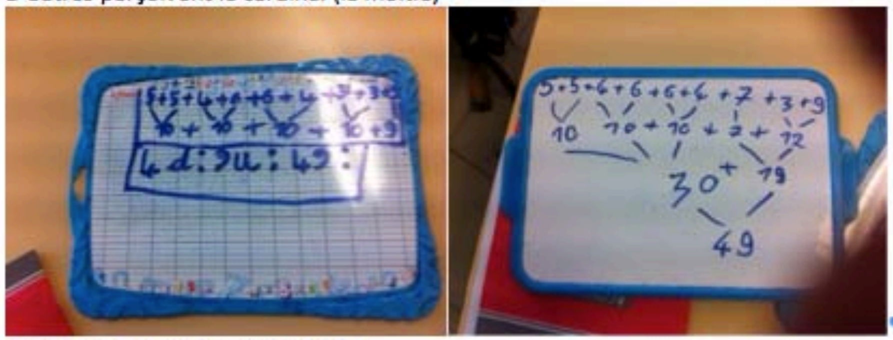
Le sens du cardinal :

Pas atteint encore pour tous, il faut répéter l'objectif : c'est pour trouver un résultat, pour certains c'est trop tôt

Cependant, et j'en suis étonnée, tous sont s dans la nombre, et même s'il y a des erreurs les élèves produisent et cherchent les 10 (sauf 2 à qui je propose d'écrire d'autres annonces ou d'écrire les résultats d'annonces.

Il a fallu pour certains revoir le 10 et le répertoire additif, en remédiation apc, travail fait avec les mains, progrès.

D'autres perçoivent le cardinal (la moitié)



Sens de la dizaine construit ici.

Je me demande comment construire pour tous : rappeler l'enjeu des annonces, décomposer au quotidien chaque nombre entendu en d et u (ex la page du livre de lecture)

La lecture et l'écriture des nombres sont bien entendu facilitées par ce passage à la dizaine.

Bilan plutôt positif, j'ai l'impression que j'ai raccroché plus d'élèves dans cet apprentissage de la dizaine, par nécessité « innée » ? Par connaissance culturelle des nombres ? Grâce à l'entrainement actif des modules précédents?

L'expérience personnelle, par les professeurs, de ce dont un plan d'études est effectivement constitué, leur permet l'observation et la régulation du curriculum qu'un groupe d'élèves est en train de produire, pour lui-même.

Cela signe la qualité de la formation d'un professeur dans la matière de son enseignement, lui permet *d'accompagner* les élèves, et fait l'efficacité de son enseignement.