

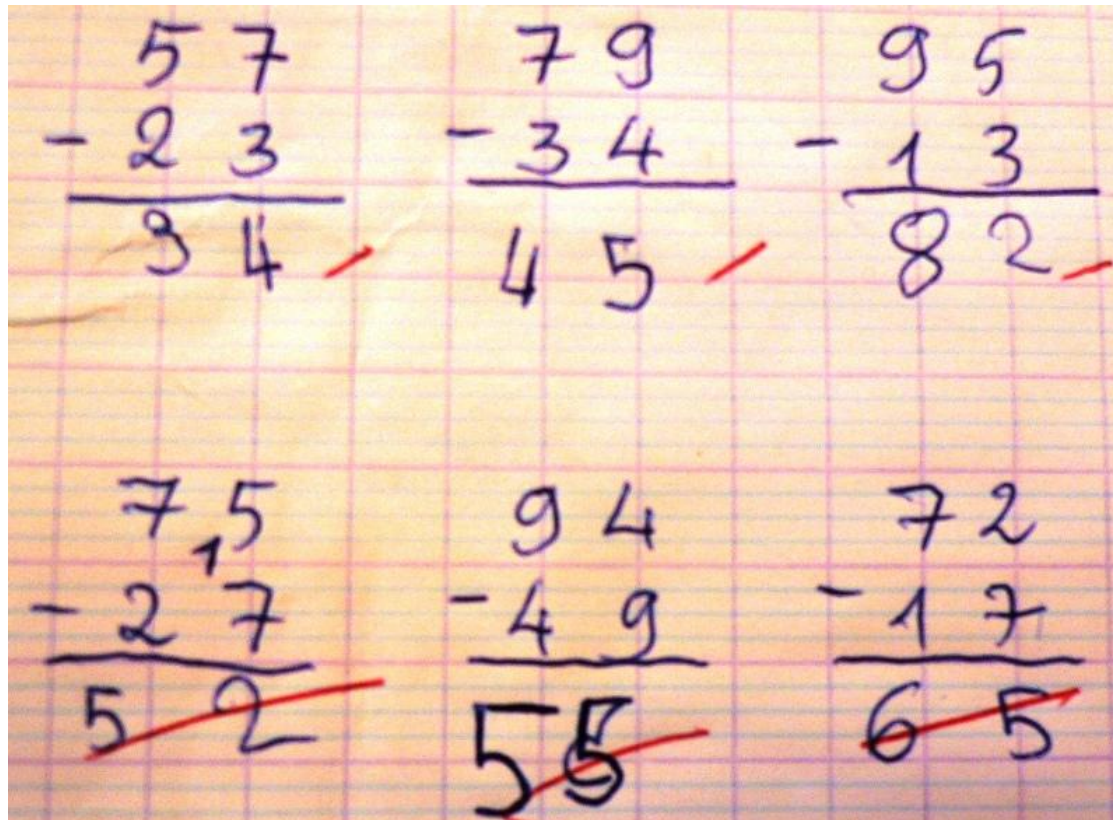
Comment contribuer au travail des programmes (en 7 points)

C.Houdement, CS des IREM, Université de Rouen

1. Définir la culture mathématique de l'élève du primaire ou début collège : le numérique (nombres et grandeurs), le géométrique (espace, géométrie et grandeurs) , l'aléatoire ...
2. Définir les savoirs, les techniques, voire les attitudes pour cette culture

Un exemple sur la technique algorithmique de la soustraction

Classe de CM



Analyse naïve : l'élève réussit les soustractions sans retenue et « bloque » sur les soustractions avec retenue

Analyse didactique : l'élève calcule toutes les soustractions de la même façon « chiffre à chiffre », enlevant le plus petit du plus grand. Cette méthode échoue, à sa grande surprise, pour certaines soustractions.

Techniques algorithmiques : travail dirigé sur les « chiffres ». Deux exemples

51-27

$$\begin{array}{r} 5 \boxed{1} 1 \\ - \boxed{1} 2 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \quad 11 \\ - 2 \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

51 - 27
= (51 + 0 dizaine) - (27 + 1 dizaine)

Savoirs en jeu

Conservation de l'écart par translation

Principe décimal de la numération

51 = 5 dizaines 1 unité = 4 dizaines **11** unités

Savoirs en jeu

Principe décimal de la numération : 1d=10u

Par 'compensation'
Par 'emprunt' ?

Par 'démolition'

Par 'cassage'

Par 'emprunt'

Par « decomposition of the unit of higher value » (Ma 1999)

Un troisième : addition posée à trou.....

Enseigner une technique algorithmique ou deux ou plus : que choisir?

valence *pragmatique*, valence *épistémique* (Artigue 2004), *coût cognitif*

- Conseiller de laisser vivre *des techniques* (*)
- Conseiller un *langage* des techniques : par exemple pour la technique de droite de la dia 3 : NON PAS *j'emprunte*, NON PAS *je casse la dizaine* , MAIS *je décompose une dizaine en dix unités*
- Lister les savoirs qui justifient la technique, articuler avec d'autres savoirs (numération décimale de position)
- Institutionnaliser ? techniques, savoirs en jeu, à distinguer de la présentation de la réponse: voir dias 5 et 6

(*) Pourquoi continuer d'enseigner une technique algorithmique : pas pour sa valeur pragmatique (il existe des instruments de calcul) mais pour sa valeur épistémique et sociale. Mais il faut étudier son coût cognitif !

Classe de 6^{ème} : exemple de fiche d'aide aux élèves

The image shows three examples of subtraction problems with handwritten annotations in speech bubbles. Each example illustrates a common student error: confusing the process of borrowing (emprunte) with the process of returning (rendre).

Example 1:
Problem: $4,0,3 - 1,6,4$
Solution shown: $2,3,9$
Annotations:
- $3 - 4$? Impossible !
- J'emprunte 1 dizaine...
- ...et je pense à la rendre !

Example 2:
Problem: $1,5,0,5 - 2,7,8$
Solution shown: $1,2,2,7$
Annotations:
- $5 - 8$? Impossible !
- J'emprunte 1 dizaine...
- ...et je pense à la rendre !

Example 3:
Problem: $7,8,6,0 - 4,3,5$
Solution shown: $7,4,2,5$
Annotations:
- $0 - 5$? Impossible !
- J'emprunte 1 dizaine
- ...et je pense à la rendre !

Exemple de confusion entre *langage familier* et *raison mathématiques*

Classe de CM : exemple de fiche de synthèse

Bien poser une opération

J'aligne les chiffres des unités entre eux.
Je fais de même pour les chiffres des dizaines.
Je mets un seul chiffre par carreau.

Je place la retenue dans sa colonne et je l'entoure.

Les chiffres font 2 interlignes de haut.

Je pense à écrire le signe.

Je trace le trait sur l'interligne.

	①	
	3	2
+	2	9
<hr/>		
	6	1

Exemple de confusion entre *présentation de la réponse* et *justification /explicitation de la technique....*

... qui, elle, passe par la compréhension et fréquentation des *unités de numération*

$$\begin{aligned} & 32 + 29 \\ &= 32 \text{ u} + 29 \text{ u} \\ &= 5 \text{ d } 11 \text{ u} \\ &= 61 \text{ u} \\ &= 61 \end{aligned}$$

ET enseigner le calcul réfléchi (*shortcut strategies*)

Travail dirigé « vers les nombres »

- Décomposer le second terme

$$51-27 = 51- (21+ 6) = 30 -6$$

$$51-27 = 51- (30- 3) = 21+3$$

- Décomposer le premier terme

$$51-27 = (47+4) - 27 =24$$

- Transformer les 2 termes en conservant l'écart

$$51-27 = 54-30$$

Thèse en cours A.M.Rinaldi LDAR

$$51-27 = 50-26$$

Voir aussi Torbeyns 2009

...

Transformer en addition $27 + n = 51$ et calculer en avançant

$$27 \rightarrow 30 \rightarrow 51 \quad \text{donc } n= 3+21$$

$$27 \rightarrow 47 \rightarrow 51 \quad \text{donc } n= 20 + 4$$

etc.

Institutionnaliser quoi ?

3. Accompagner les enseignants pour les tâches de calcul

- Proposer des exercices de calcul : *en ligne* (avec choix de la technique): par exemple calculer 51-27
- Accepter l'écriture arithmétique 51-27 comme nombre : *différentes écritures pour un nombre*
- Enseigner à transformer l'écriture $51-27 = n$ en l'écriture $27 + n = 51$
-
- S'entendre dans l'école sur une technique algorithmique de base : pour de bonnes raisons.....
- ...

4. Forme des textes contenus, commentaires, recommandations....

À quel public s'adresse-t-on ?

Enseignants : souvent peu spécialistes de mathématiques, regardent surtout les manuels

Superviseurs : CPC, IEN qui interprètent les programmes mais souvent peu spécialistes de mathématiques

Auteurs de manuels : interprétations différentes des programmes selon les collections/ éditeurs

Formateurs (terrain, espe) spécialistes de mathématiques, plus sensibles aux variations des textes des programmes

Attention au *buzz* autour des programmes qui peut véhiculer autre chose que ce que disent les programmes (exemple programmes 2008 de primaire)

5- Penser les articulations et la continuité sur x années d'école

mais difficultés (Charnay 2002) à penser que:

- les élèves ont des connaissances sur certains thèmes (pari des programmes 2002 : fraction de grandeur en cycle 3, fraction quotient en 6^{ème})
- sur d'autres thèmes les élèves ne savent pas tout (par exemple sur les écritures décimales en arrivant en 6^{ème})
- les élèves peuvent construire des savoirs provisoires à l'école : ces savoirs se formaliseront ensuite (pari des programmes 2002 sur proportionnalité)

6. Utiles aux enseignants ?

Les points clés d'un apprentissage

→ Des textes de savoir pour les élèves

Les articulations entre savoirs

Certes c'est le travail des auteurs de manuels qui

scénarisent les contenus, mais ils font des interprétations et choix didactiques différents : par exemple absence/présence de textes de savoirs selon les manuels

7. La formation des enseignants, des

superviseurs : qui sont démunis de **Connaissances Mathématiques Spécifiques** pour enseigner, différentes des connaissances scolaires usuelles