

Du développement des concepts géométriques au collège

Groupe Premier Cycle, IREM de Toulouse*

I. INTRODUCTION

Toute pratique enseignante repose sur des présupposés psychologiques. En particulier, elle concrétise, pour une part, les conceptions de l'apprentissage implicites ou explicites de l'enseignant. Si l'on observe ces pratiques dans nos classes, on peut repérer sommairement quatre conceptions de l'apprentissage, qui, d'ailleurs, souvent ne s'excluent pas les unes des autres : la conception transmissive de l'apprentissage, la conception behavioriste, la conception constructiviste piagétienne et la conception socio-constructiviste.

Pour des raisons qui seraient trop longues à développer ici, ces quatre modèles d'apprentissage ne nous sont pas apparus totalement satisfaisants.¹

Nous allons ici tenter de présenter de façon simple, mais sans être schématique, un modèle qui semble encore peu influencer les pratiques enseignantes aujourd'hui, mais qui nous paraît être très éclairant et pertinent : le modèle historico-socio-culturel de Vygotski.

II. LEV SÉMIONOVITCH VYGOTSKI

II.1. Repères biographiques

Lev Semionovitch Vygotski est né à Orcha, en Biélorussie en 1896, la même année que Jean Piaget. Sa famille, de confession juive, s'installe à Gomel, ville plus importante de Biélorussie, l'année suivante. Au sein de sa famille règne une riche vie intellectuelle où l'on parle plusieurs langues (en particulier l'allemand). Cela permettra à Vygotski de se documenter sur tous les travaux de philosophie, de linguistique, de psychologie qui paraîtront en Europe. Il fait de brillantes études au lycée de Gomel. Il y excelle dans toutes les disciplines (Vygotski étudie le latin et le grec, lit l'hébreu, le français et l'anglais). Il lit les philosophes, en particulier Spinoza, Hegel et Marx. À seize ans et demi, il est admis à l'université de Moscou (malgré le *numerus clausus*). Il s'inscrit en médecine et en droit. Il étudie parallèlement l'histoire, la philosophie, la psychologie et la théorie littéraire. Il suit les cours du linguiste Humboldt. La critique littéraire, le théâtre et la poésie sont au centre de ses préoccupations. En 1915, il écrit un essai sur Hamlet.

Il rentre à Gomel à l'automne 1917, en pleine révolution. La Russie connaît alors une période d'intense création dans presque tous les domaines. Des linguistes et des écrivains inaugurent un mouvement de réflexion théorique sur la littérature que l'on nommera "formalisme russe". Vygotski est immergé dans ce bouillonnement intellectuel et y participe.

À Gomel, il enseigne, dans différents instituts, la littérature, l'esthétique et l'histoire de l'art, s'occupe de théâtre. À l'Institut pédagogique où il dispense des cours de psychologie et de logique, il fonde un laboratoire de psychologie : il y effectue des recherches sur la compréhension des récits par les enfants. Il rassemblera les résultats de ces travaux dans un livre intitulé *Psychologie pédagogique*, ouvrage teinté de psychologie pavlovienne. En 1919, il contracte la tuberculose.

En 1924, il intervient de façon remarquée au congrès panrusse de psycho-neurologie sur le problème de la conscience. Vygotski y affirme qu'il faut intégrer la conscience comme objet d'investigation en psychologie. En effet, dans toute situation, le sujet ne peut réagir qu'en fonction de sa propre interprétation de la situation : il est donc impossible d'ignorer la conscience. Il s'oppose en cela à la psychologie pavlovienne. Cette conférence produit une vive impression sur le nouveau directeur de l'Institut de psychologie de Moscou, Kornilov. Il engage Vygotski comme

* Miquela Catlla, Yves Chassin, Karine Deschamps-Fournié, Emmanuelle Fayel, Françoise Savioz et Bernard Vidal.

¹ Pour plus de développement sur ce point, voir, par exemple, l'article de P. Boero cité en référence.

chercheur dans son établissement. Il y travaillera avec Alexei Leontiev (qui travaillera sur l'activité) et avec Alexander Luria (spécialiste mondial en neuropsychologie).

Vygotski restera chercheur à l'Institut de psychologie de 1924 jusqu'à sa mort en 1934. Pendant ces dix ans, il déploiera une activité intense : recherches nombreuses, conférences, direction de thèses, voyages. En 1925, il crée un laboratoire de psychologie pour l'enfance anormale qui deviendra par la suite l'Institut de défectologie dont il sera le premier directeur. En 1926, il engage avec ses collaborateurs un vaste travail expérimental et théorique. Mais Vygotski n'a pas encore élaboré les concepts fondamentaux de la théorie historico-socio-culturelle du psychisme. Ce n'est que vers 1930, après une gestation de quelques années, que Vygotski et ses collaborateurs formuleront cette théorie.

De 1930 jusqu'à sa mort, Vygotski va poursuivre ses recherches et y ajouter un intense travail de publication pour y présenter sa théorie historico-socio-culturelle. En 1934, il propose une synthèse de dix années de travail ininterrompu qui sera son œuvre majeure : *Pensée et langage*.

Mais il est victime d'un nouvel accès de tuberculose. Il dicte sur son lit de mort le dernier chapitre de *Pensée et langage*. Il meurt dans la nuit du 10 au 11 juin 1934.

Dès 1936, l'œuvre de Vygotski est frappée de censure. Ce n'est qu'en 1956 que paraît à nouveau *Pensée et langage* en russe. En 1962, un digest est publié aux Etats-Unis. Les années suivantes paraissent de nombreuses traductions (espagnoles, italiennes, allemandes), à partir de la version anglaise. Curieusement, il faudra attendre 1985 pour pouvoir lire Vygotski en français, avec la première traduction de *Pensée et langage* par Françoise Sève.

II.2. Une théorie du développement humain

Lev Vygotski, comme Jean Piaget, Henri Wallon ou Jérôme Bruner est un psychologue du développement. La psychologie du développement est une partie de la psychologie qui s'intéresse à la question de savoir comment l'être humain s'édifie en tant qu'être adulte. En effet, chez l'homme, s'élaborent des conduites complexes : raisonner, lire un texte, résoudre différents types de problèmes, éprouver une émotion à la lecture d'un poème, etc. Le problème est de savoir comment ces conduites complexes se construisent. Pour Vygotski, les réponses traditionnelles des psychologues ne sont pas satisfaisantes : les uns décrivent sans expliquer, les autres réduisent leur objet.

Vygotski, avec Luria, distingue trois lignes de développement : une ligne biologique (l'évolution de l'espèce), une ligne socio-historique (l'évolution des sociétés humaines) et une ligne ontogénique (développement de l'organisme individuel de l'enfance à l'âge adulte).

L'évolution biologique naturelle prépare la voie à l'apparition des sociétés humaines. Chez les espèces animales les plus évoluées, on observe des traits qui les rapprochent de l'homme : utilisation d'instruments, formes rudimentaires d'organisation sociale ... Mais l'utilisation de l'outil reste une fonction secondaire chez l'animal. Par contre les sociétés humaines se caractérisent essentiellement par la transformation des processus naturels à l'aide de moyens artificiels que sont les outils, les techniques... L'activité des hommes, au cours de l'histoire, loin de n'être qu'une adaptation au milieu, transforme celui-ci. Vygotski reprend ici une idée de la philosophie marxisme, dont il est imprégné. Mais son originalité est d'élargir la notion d'outil. En effet, dit-il, l'action de l'homme sur la nature exige de ce dernier un double contrôle : le contrôle de la nature extérieure par des outils techniques mais aussi le contrôle de sa propre conduite ou de celle d'autrui à l'aide d'outils spécifiques qu'il nomme "instruments psychologiques". Par ce terme, il convient d'entendre outre les signes linguistiques, l'ensemble des formes ou des moyens communicatifs par lesquels les hommes parviennent à contrôler leurs propres comportements ou ceux d'autrui. Vygotski donne lui-même une liste d'exemples d'instruments psychologiques : « Le langage, les diverses formes de comptage et de calcul, les moyens mnémotechniques, les symboles algébriques, les œuvres d'art, l'écriture, les schémas, les diagrammes, les cartes, les plans, bref tous les signes possibles. » Le fonctionnement psychologique se trouve transformé par l'utilisation de ces instruments, car ils permettent au sujet d'opérer sur ses propres représentations en les recombinaison en fonction des buts qu'il s'assigne.

Le développement culturel s'explique par la nécessité dans laquelle se trouvent les hommes, lorsqu'ils sont confrontés à de nouveaux problèmes, d'inventer de nouveaux outils et d'élaborer de nouvelles opérations. Les activités novatrices retenues par les hommes, parce qu'elles constituent des solutions éprouvées à leurs problèmes pratiques et théoriques, s'objectivent dans des objets œuvrés (système d'écriture, outils techniques...), dans une culture. Ces activités sont perfectionnées au fil des générations. Chaque individu trouve donc à sa naissance un ensemble de capacités créées par les hommes au cours de leur histoire. Ces capacités, à la différence de celles des animaux, sont déposées à l'extérieur des individus dans une culture. C'est de l'appropriation de ces formes d'activités déposées dans des outils techniques et psychologiques dont dépend le développement des fonctions psychiques supérieures. C'est pourquoi, dit Vygotski, on ne peut penser le développement de l'enfant indépendamment de l'histoire des sociétés humaines. L'enfant est cet être de nature qui, en s'appropriant les œuvres de la culture, s'humanise, c'est-à-dire reconstruit des capacités spécifiquement humaines. Mais comment ?

II.3. Une loi du développement : de l'inter-psychique à l'intra-psychique

Dans les années 1929-1930, Vygotski lit Pierre Janet et s'en inspire. Janet s'intéresse à l'histoire de certaines fonctions psychologiques comme la mémoire volontaire, l'acte volontaire. Janet affirme que nous finissons par appliquer à nous-mêmes les conduites sociales que nous mettons en œuvre avec autrui.

Prenons un exemple : Vygotski nous propose le cas d'un jeune enfant cherchant désespérément son jouet. L'adulte intervient et le questionne : L'avais-tu à tel endroit ? L'avais-tu à tel moment ?... L'adulte pose ainsi des questions qui orientent la conduite de l'enfant, non pas vers une recherche erratique, mais vers une recherche systématique. La mémoire volontaire chez l'homme, pour Janet, est produite par l'intériorisation de ce type d'interrogation : l'enfant reprend à son compte cette pratique du questionnement langagier, c'est-à-dire qu'il se pose à lui-même ces questions : L'avais-je à tel endroit ? L'avais-je à tel moment ? Avec autrui et à l'aide du langage se met en place une exploration méthodique et contrôlée de notre expérience passée.

L'origine des conduites humaines complexes est donc inter-psychique. Ces conduites sont "agies" d'abord, à deux, à plusieurs.

De la même façon, l'acte volontaire aurait pour ancêtre le rapport de subordination entre le chef et celui qui exécute un ordre. Prendre une décision volontaire serait prendre vis-à-vis de soi, la position de celui qui commande à celui qui obéit. On passe de l'inter-psychique à l'intra-psychique. La structure du psychisme est donc en son essence sociale.

« Chaque fonction psychique apparaît deux fois au cours du développement de l'enfant : d'abord comme activité collective, sociale et donc comme fonction interpsychique ; puis elle intervient une deuxième fois comme activité individuelle, comme propriété intérieure de la pensée de l'enfant, comme fonction intrapsychique. » (Vygotski)

Il est important de ne pas dissocier cette loi du développement des analyses concernant le rôle des instruments psychologiques, en particulier du langage. En effet, le langage permet de planifier nos conduites, de les organiser, de les contrôler, de les complexifier. C'est à l'aide du langage que l'enfant pourra reconstruire le questionnement qui lui permettra une exploration méthodique, lors d'une recherche d'un objet perdu. La volonté est la capacité d'origine sociale de placer sa propre conduite sous le contrôle des régulations verbales que désormais l'on s'adresse à soi-même.

II.4. Apprentissage et développement

L'apprentissage est l'acquisition d'un nouveau comportement grâce à l'action du monde extérieur ou d'un partenaire, d'un adulte. C'est un processus de transformation externe visant à modifier le comportement de l'individu. Par opposition, le développement est un processus interne de transformation, de structuration, qui n'est pas sous la dépendance directe des effets de l'apprentissage. Il n'y a pas superposition de ces deux processus, à l'école par exemple. Vygotski défendra toute sa vie l'existence de processus de développement internes qui échappent aux décisions extérieures de transformer l'individu.

Alors quels sont les rapports entre apprentissage et développement ?

Il existe quatre grandes réponses à cette question.

Pour Piaget, les apprentissages sont sous la dépendance du développement : on peut entreprendre un nouveau type d'enseignement que si l'enfant a atteint un certain niveau de développement. Un exemple connu de cette position concerne l'apprentissage numérique : l'enfant est supposé ne pas pouvoir le maîtriser avant d'avoir construit les opérations de classification et de sériation. Piaget insiste sur la nécessité pour l'enseignant de s'interroger sur le niveau de développement de l'élève avant d'entreprendre un nouvel apprentissage. De plus, pour Piaget, les outils culturels n'ont pas un rôle structurant dans le développement cognitif de l'élève.

Les psychologues behavioristes, eux, refusent la distinction entre apprentissage et développement. Pour ces auteurs, il n'y a pas d'activité interne qui ressemblerait de près ou de loin à du développement. Tout ce que l'organisme fait est le fruit des apprentissages, c'est-à-dire le résultat de transformations de l'organisme par des stimuli externes ou internes.

Pour les psychologues de la forme, au contraire, le fait de travailler une discipline, par exemple la géométrie, va avoir des répercussions plus profondes sur le psychisme. Au travers de cette discipline, ce sont les facultés d'attention, d'analyse, de réflexion, que l'on cherche à développer. L'enseignement ne vaut donc que comme moyen au service du développement intellectuel de l'enfant.

Vygotski, quant à lui, va défendre la thèse que les apprentissages précèdent et provoquent le développement. En effet, c'est lors de la construction des capacités que les fonctions psychiques sont amenées à se transformer et à se réorganiser, donc à se développer. Les apprentissages, lieu de construction des capacités, ouvrent des voies, orientent et donnent forme au développement des fonctions psychiques. Nous avons étudié à l'école les concepts de droites parallèles et de droites perpendiculaires. Ces concepts, une fois appris, continuent à se développer souterrainement et viennent travailler et modifier notre perception. Notre perception du monde est donc différente d'un individu qui serait dans un autre contexte culturel où ces concepts seraient absents. On peut dire que notre perception est géométrisée, en partie du moins, par nos apprentissages scolaires. L'apprentissage de ces concepts a donc eu un retentissement sur notre développement psychique.

II.5. Le développement des concepts

Selon L.S. Vygotski, le développement des concepts, c'est-à-dire le chemin vers leur maîtrise et leur utilisation consciente et volontaire, se déroule selon un processus liant indissociablement leurs évolutions structurelles et fonctionnelles et suivant une histoire particulière à chaque individu.

Exemple : les concepts de nombre, d'opération, ou de grandeur, figure, transformation n'existent pas l'un sans l'autre, se comprennent et se construisent en lien les uns avec les autres. Ils ne sont pas perçus, pensés, utilisés de la même façon par un même individu selon l'âge ou le contexte. Et deux élèves de même âge et suivant le même enseignement ne connaîtront pas des « expériences-déclic » ou sauts de conceptualisation au même moment.

L.S. Vygotski, distingue trois phases dans le processus de développement des concepts. Elles ont été mises en évidence expérimentalement. Chaque phase du processus correspond à un acte de généralisation qui se génère dans les précédentes, les prolonge, sans s'y substituer. Les moyens de catégorisation fournis par le langage y jouent un rôle indispensable. Les relations entre pensée et langage correspondent d'abord à des liens directs entre les mots et ce qu'ils désignent : des objets sont réunis sur la base de liaisons plus ou moins objectives entre certaines de leurs propriétés. Cette particularisation s'actualise par l'organisation et la systématisation de l'expérience. Ainsi le sens des mots se complexifie et leur emploi remplit des fonctions différentes tout au long du processus de développement.

• La pensée syncrétique

La première phase de développement des concepts se réalise dans la construction d'images syncrétiques et la pensée par tas. Lorsque le petit enfant est confronté à des tâches de classification, de généralisation ou de catégorisation, il relie syncrétiquement les objets de la situation, il sélectionne les objets par tas sur la base de liaisons subjectives émanant de ses impressions et de sa

perception. Les composants de cette image syncrétique unique et floue ainsi formée sont donc réunis sans raison interne suffisante, sans liens communs intrinsèques distingués entre les objets. La liaison entre les choses est confondue avec une liaison entre les impressions et les idées.

« ... l'enfant tant dans sa perception que dans sa pensée et dans son action manifeste une tendance à lier sur la base d'une impression unique les éléments les plus différents et dépourvus de liaison interne, les fusionnant en une image indifférenciée. » (*Pensée & Langage*, p 212).

La tendance est alors de compenser l'insuffisance des liaisons objectives par une surabondance de liaisons subjectives. Cette multiplicité de liaisons est très importante car elle est « la base du futur processus de sélection des liaisons correspondant à la réalité et se vérifiant dans la pratique. » (*Pensée & Langage*, p 212).

Dans ce contexte, la signification du mot, assurant la communication et la compréhension, est étendue de manière diffuse et non dirigée aux éléments de l'image syncrétique. Elle est en apparence la même pour l'enfant et l'adulte. Mais les significations du mot pour l'adulte et pour l'enfant ne coïncident en réalité que pour quelques objets concrets de l'environnement. En effet, elles ne découlent pas du même mode de pensée, des mêmes opérations psychologiques intellectuelles pour l'un et pour l'autre.

Par la suite, l'enfant est capable d'une première généralisation : former une image syncrétique plus complexe en extrayant des représentants de chaque groupe qu'il réunit en une signification unique.

- La pensée par complexes

La deuxième phase du développement des concepts est caractérisée par la construction de complexes et la pensée par complexes. Elle reste efficiente au quotidien chez l'adulte. Les objets réunis en complexes ne le sont plus sur la base de liaisons subjectives liées à l'impression, mais sur des liaisons objectives réelles, concrètes, de fait, découvertes par l'enfant.

« C'est un nouveau pas vers la maîtrise du concept, un nouveau stade dans le développement de la pensée de l'enfant, bien plus élevé que le précédent ... c'est un progrès incontestable et très important dans la vie de l'enfant. » (*Pensée & Langage*, p 215).

La pensée par complexes est donc objective et cohérente. Elle est cependant différente de la pensée par concepts. Le complexe, en lien direct avec ce qu'il représente, est peu systématisé et non unifié. Il repose en effet sur des liaisons variées, concrètes, intuitives et empiriques, entre ses divers éléments, aucune d'entre elles n'ayant plus d'importance que les autres.

« Chaque élément du complexe peut être lié au tout ... et aux différents éléments qui le composent par des liaisons des plus diverses. » (*Pensée & Langage*, p 217).

Par exemple, un enfant peut regrouper des objets dans un même complexe, parce qu'ils ont la même couleur, la même forme ou les mêmes dimensions, ou par tout autre lien objectif perçu par lui. Une seule et même chose peut alors entrer dans des complexes différents. Il y a là encore une surabondance des liaisons entre les objets.

Cependant, la pensée par complexes favorise le développement du processus d'abstraction grâce à la discrimination des objets en des traits distinctifs, même si aucun de ces derniers n'est privilégié. La pensée par complexes est, en ce sens, une phase évolutive qui amènent, chez l'enfant, les prémisses de la formation de véritables concepts.

Dans ce contexte, le sens d'un mot peut être différent selon la situation. Par exemple, le mot « rond » peut être utilisé pour une pièce de monnaie, une assiette, un bol, une roue, ... Le mot « trait » pour une droite, un segment, ...

Là aussi, les mots indiquent les mêmes objets ou phénomènes concrets que pour les adultes mais n'ont pas la même signification car ils ne sont pas pensés de la même façon. Leur fonction est de désigner les objets réunis en complexes, de pouvoir communiquer.

« ... le mot est ici non pas le signe d'un certain sens, auquel il est lié dans l'acte de pensée, mais le signe d'une chose donnée par les sens, liée associativement à une autre chose perçue par les sens. » (*Pensée & Langage*, p 248).

Chacun des éléments d'un complexe est interchangeable. Aucun d'entre eux n'a plus d'importance que les autres. La pensée par complexes s'avère donc impuissante à examiner les éléments concrets

isolés de l'expérience, à les différencier, à les abstraire, en dehors de la liaison concrète et empirique dans laquelle ils sont donnés. En classe, cela peut se manifester par le fait qu'un élève soit capable, dans une situation donnée, de résoudre un problème en utilisant les connaissances en lien avec le concept en jeu (ce qui permet l'inter-compréhension, et peut faire penser que le concept est maîtrisé) et qu'il se montre incapable, dans une situation similaire, (même classe de problème par exemple), de résoudre le problème, souvent sans que l'adulte ne comprenne pourquoi. La compréhension d'une situation, d'un problème, est ici davantage liée à un souvenir concret (c'est comme quand j'étais assis à côté d'Ewan ; le prof avait un pull rouge ce jour-là ; ...) qu'à la reconnaissance d'un concept utilisé de façon consciente et volontaire.

La transition de la pensée par complexes, concrète, vers la pensée par concepts, abstraite, est caractérisée par la formation d'un complexe particulier qu'est le pseudo-concept.

« Il sert de maillon de liaison entre la pensée par complexe et la pensée conceptuelle. » (*Pensée & Langage*, p 233).

Les objets sont alors réunis sur la base de liaisons qui pourraient être celles d'un concept abstrait.

« Extérieurement c'est un concept, intérieurement c'est un complexe. » (*Pensée & Langage*, p 225).

La généralisation, dans la pensée de l'enfant, a l'apparence du concept utilisé par l'adulte, les mots désignent les mêmes objets, mais ils ne relèvent pas là non plus du même mode de pensée, et ne permettent pas les mêmes opérations intellectuelles.

« L'activité de la pensée par complexe s'exercera autrement que celle de la pensée conceptuelle. » (*Pensée & Langage*, p 236).

Par exemple, parmi des figures proposées très différentes, un élève peut réussir à réunir tous les triangles, ce qui pourrait faire penser que le concept de triangle est acquis. Cependant, cette réunion est basée sur une liaison concrète, associative de reconnaissance de forme, de contour. L'idée de triangle est ici structurée en complexe, un tout délimité par trois bords, pas comme une figure, objet idéal, abstrait, ensemble de points déterminés par trois points distincts du plan. Cela signifie que dans une configuration plus complexe, un triangle ne pourra pas systématiquement être reconnu, extrait, mis en évidence. Cela pourra empêcher la mobilisation des connaissances nécessaires à la résolution du problème (ou bien, par exemple, un triangle isocèle ne sera pas reconnu comme tel s'il n'est pas présenté de manière évidente avec deux côtés de même longueur, et sa non-reconnaissance ne permettra pas d'avancer dans la résolution d'un problème nécessitant la mobilisation de sa définition ou de ses propriétés).

La pensée par pseudo-concepts est donc très difficile à distinguer de la pensée par concepts. Elle est aussi très fréquente chez nos élèves car les complexes se construisent dans la communication verbale avec les adultes. De fait, l'enfant ne choisit pas les mots, mais il assimile ceux du langage des adultes, sans en avoir assimilé leur mode de pensée abstrait.

« ... l'enfant pensant par complexes et l'adulte pensant par concepts établissent entre eux une compréhension mutuelle et une communication verbale puisque leurs pensées se rencontrent en fait dans des complexes-concepts qui coïncident. » (*Pensée & Langage*, p 231).

L'enfant manie les concepts dans un lien social avant donc d'en prendre conscience, ce qui constitue un moteur dans leur développement.

« Le concept « en soi » et le concept « pour autrui » se développe chez l'enfant avant le concept « pour soi ». » (*Pensée & Langage*, p 233).

La notion de pseudo-concept permet de comprendre de nombreux phénomènes observés en classe, et surtout de dissiper certains malentendus. Cela permet d'expliquer que même si un nouveau concept est introduit, fondé, expliqué et défini clairement par l'enseignant (éventuellement lors d'une situation problème), et apparemment utilisé pertinemment par l'élève dans des situations déjà connues et reconnues, l'on puisse se rendre compte de sa non maîtrise dans des situations similaires ou nouvelles, même plusieurs mois plus tard. Par exemple, le mot « droite » peut être utilisé à bon escient par un élève et signifier pour lui « trait » pendant longtemps, sans que l'adulte n'ait l'occasion de s'en apercevoir, pensant alors que ce concept, soigneusement et

consciencieusement travaillé en classe, est assimilé. Ainsi, un élève de sixième, alors qu'il met tout en œuvre pour réussir et qu'il semble suivre le cours de l'apprentissage proposé, le vocabulaire étant correctement utilisé dans des situations déjà rencontrées, peut encore éprouver des difficultés. Il est alors possible de relever l'utilisation du mot « trait » lors d'une description orale de construction de figure. Il est alors pertinent de supposer la manifestation d'un pseudo-concept, la géométrie étant pensée au travers de la perception et du dessin concret. Un travail sur le statut de la représentation et de la figure peut s'avérer à ce moment pertinent, nécessaire et éclairant pour la pensée de l'élève (une activité de classement de mots pouvant être un appui solide). L'idée de pseudo-concept permet aussi de comprendre pourquoi un carré n'est pas un rectangle pour certains élèves.

- La pensée par concepts

La troisième phase du développement des concepts est caractérisée par la formation du concept et la pensée par concept. Elle correspond à un comportement auquel l'adolescent et l'adulte peuvent accéder. Dans cette phase avancée du développement du concept, les objets concrets sont réunis selon des liaisons et traits distinctifs distingués, abstraits des autres, jusqu'à en isoler un unique, selon un critère identique, différent des liaisons concrètes et empiriques de l'expérience.

« Tous les éléments sont liés au tout ... entre eux sur un mode unique, par une liaison d'un seul et même type. » (*Pensée & Langage*, p 217).

La formation du concept ainsi généralisé repose donc sur des liaisons logiques et abstraites issues d'une différenciation et d'une généralisation des éléments concrets hétérogènes de l'expérience, d'un processus d'analyse et de synthèse.

L'adolescent utilise d'abord rarement, puis plus fréquemment, de véritables concepts. En effet, il peut désormais orienter l'activité et maîtriser le cours de ses propres processus psychiques, ainsi que de ses fonctions psychiques élémentaires (association, attention, représentation, jugement) déjà existantes, grâce, entre autres, aux concepts quotidiens rencontrés dans le processus de l'activité pratique et de la communication immédiate avec l'entourage. Cette orientation et cette maîtrise sont permises grâce à l'emploi fonctionnel du mot et du signe comme moyen de diriger activement l'attention, de différencier, de distinguer et d'abstraire les traits caractéristiques pour en faire une synthèse et les symboliser à l'aide d'un signe.

« ... ce n'est qu'à l'adolescence que mûrissent, prennent forme et se développent les fonctions intellectuelles qui, combinées de manière originale, constituent la base psychique du processus de formation des concepts ... » (*Pensée & Langage*, p 205).

Le concept de plein exercice et l'objet sont donc médiatisés par des idées et par des mots, contrairement au complexe qui est en lien direct avec ce qu'il représente.

Dans une activité sociale qui est en avance sur le développement conceptuel, se structurent des zones de proche développement constituant des sortes d'attracteurs pour le processus de formation des concepts. L'adolescent a en effet besoin qu'on lui fixe des buts, que des problèmes et des exigences nouvelles s'offrent à lui pour le stimuler, pour que naissent ses possibilités, particulièrement dans l'apprentissage des concepts scientifiques qui se forment dans le contexte de l'apprentissage scolaire.

Les concepts scientifiques rendent les concepts quotidiens plus opérants, c'est-à-dire pouvant être utilisés volontairement, de façon pertinente et efficace, décontextualisée (hors de la sphère du quotidien). Les concepts quotidiens permettent d'enraciner les concepts scientifiques dans la réalité, ce qui est nécessaire à leur maîtrise.

De par son processus de construction, un concept isolé n'existe pas. Il ne peut exister qu'en lien avec les autres. Il ne devient conscient, maîtrisé, opérant, que lorsqu'il est potentiellement en relation avec d'autres concepts. Il peut alors se formuler d'une infinité de façons, par l'intermédiaire d'autres concepts (c'est le principe d'équivalence des concepts), contrairement au complexe qui ne peut se formuler que par lui-même. Par exemple, les notions de figure, transformation et grandeur, mises en relation et discriminées les unes des autres, peuvent devenir ainsi des concepts.

Un concept prend donc sens dans un système de concepts qui interagit, se modifie et se développe en permanence avec la pensée.

« La présence d'un concept et la conscience de ce concept ne coïncident ni dans le moment de leur apparition, ni dans leur fonctionnement. » (*Pensée & Langage*, p 261).

Il est en effet fréquent de constater qu'un adolescent, emploie un concept de façon pertinente, mais sans en avoir conscience. Le concept n'est pas alors pensé de manière intentionnelle, pour lui-même, en dehors de toute situation donnée, et est difficilement formulé. Par exemple, il se peut qu'un élève utilise sans se la formuler une propriété pour construire une figure.

Le concept de plein exercice n'efface pas les anciennes phases de son développement, il se les subordonne. Sa maîtrise signe en effet la capacité de passer d'un niveau de généralité à un autre selon la situation rencontrée. Le complexe peut en effet encore se manifester sous ses diverses structures possibles, suivant les variations contextuelles à la fois affectives, cognitives et physiologiques.

III. UNE ACTIVITÉ EN CLASSE DE SIXIÈME

Voici une activité proposée en début de classe de sixième. Elle vise à apprécier le "niveau de développement" des élèves concernant leur lecture de dessins géométriques. Elle a été proposée dans quatre classes de sixième en 2002, 2005 et 2006 au collège V. Hugo de Carmaux. L'activité a été modifiée en 2005 : des représentations de solides ont été ajoutées aux autres figures proposées.

Voici un certain nombre de figures géométriques. Regroupe-les en énonçant clairement et par écrit les raisons de tes choix.

The image displays 34 numbered geometric figures and solids scattered across the page. The figures include various polygons (triangles, squares, rectangles, rhombuses, pentagons, hexagons, trapezoids, parallelograms, self-intersecting shapes), circles, ovals, and 3D solids (rectangular prism, cube, cylinder, pyramid). Some shapes are irregular or non-convex. The task is to group these shapes and explain the reasons for the groupings.

Les élèves ont d'abord cherché individuellement pendant environ quinze minutes. Puis, ils ont continué leur recherche avec leur voisin de table, pendant quinze autres minutes. Enfin, ils se sont regroupés par quatre et ont écrit ensemble une affiche sur laquelle ils énonçaient leurs

regroupements et les raisons de ces derniers.

Même si les élèves provenaient des mêmes écoles primaires, il est remarquable de noter que leurs réponses ont différé selon les années.

En 2002, toutes les affiches regroupaient les figures en triangles quelconques, isocèles ou équilatéraux et quadrilatères quelconques, trapèzes, rectangles, losanges et carrés. Les cercles étaient aussi regroupés ensemble. Les lignes ouvertes également.

En examinant les réponses individuelles on notait qu'un tiers des élèves évoquaient uniquement des raisons de "forme" pour justifier leur regroupement. Exemples : « Je regroupe les figures 3 et 21 parce qu'elles ont la forme d'un carré. » ; « Je rassemble les figures 10 et 21 car elles ressemblent à des losanges. » Trois élèves classaient les figures par angles droits : « Je mets ensemble les figures 3, 4, 12 ... parce qu'elles ont au minimum un angle droit. » Quatre élèves les regroupaient par leur nombre de côtés : « 7, 12, 13 ont trois côtés. »

En 2005, sur toutes les affiches, sauf une, les classements se sont effectués par les angles : « Je regroupe les figures 5, 9, 12, 20, 31, 26 parce qu'elles ont un angle aigu. » ; « Je regroupe les figures 1, 26, 31, 29 parce qu'elles ont un angle obtus. » ; « Je regroupe les figures 3, 4, 12, 22 parce qu'elles ont un angle droit. » Les figures représentées en perspective cavalière étaient aussi classées à part, comme "figures en relief", ainsi que les figures ouvertes. Une seule affiche proposait un classement des polygones par leur nombre de côtés (triangle, quadrilatère). Une discussion s'est engagée sur la place de la figure 27. Quelques élèves voulaient la classer avec les triangles. « Mais la figure 27 a trois côtés ! »

En 2006, les affiches des élèves regroupaient les figures en carrés, rectangles, cercles ... Les raisons invoquées étaient majoritairement des raisons de formes : « Je regroupe les figures 7, 12, 13, 15 et 28 parce qu'elles ont la forme de triangles. »

En examinant les réponses individuelles, on pouvait aussi lire : « Je regroupe les figures 1 et 31 parce qu'elles ont la même forme. » ou bien « Je regroupe les figures 2, 14 et 23, parce qu'elles n'ont pas d'angle et sont pleines. »

Lors de la mise en commun, certains groupes ont avoué avoir regroupé les figures uniquement par leur forme : « Mais ça se voit que c'est des carrés. » D'autres ont compté les côtés et ont remarqué des angles droits.

Notre lecture de l'œuvre de Vygotski semble nous permettre de mieux appréhender les réponses des élèves. La réponse « Mais ça se voit que c'est des carrés. » paraît manifester une pensée par complexes, liée uniquement à la perception. Les traits distinctifs du concept de carré ne sont pas discernés. Seule la forme globale est considérée sous son aspect concret. Les relations entre les côtés, les angles particuliers ne sont pas distingués. Le dessin n'est pas lu comme une figure.

Par contre, l'élève qui compte les côtés ou cite la présence d'angles droits nous semble ne pas lire le dessin de la même manière. Le carré ne paraît pas être pour lui que des traits extérieurs perçus. Ses éléments caractéristiques sont appréhendés. Même si le carré n'est pas encore un objet idéal, abstrait, même s'il ne peut encore concevoir le carré comme un losange particulier par exemple, sa compréhension du carré nous apparaît plus proche du pseudo-concept.

Ces "analyses", évidemment trop rapides, nous permettent cependant de mieux saisir les différents "niveaux de développement" de ces élèves. Elles tendent aussi à montrer que la pratique de la géométrie nécessite une double abstraction : celle qui de l'objet concret permet de penser la forme (première abstraction). Et celle qui tirée de la forme nous permet de penser la figure (deuxième abstraction).

Pour clarifier ce processus de développement des concepts géométriques, nous avons tenté de l'inscrire dans un "tableau". Nous sommes bien sûr conscients des limites de cette présentation qui fige un processus dynamique et qui semble à tort faire apparaître ce développement comme une succession de "stades". Nous savons bien que les différentes formes de pensée décrites dans ce tableau coexistent chez un individu et que le concept maîtrisé n'efface pas les anciennes phases mais se les subordonne. Suivant les situations, notre pensée ne procédera pas de la même manière. Ce n'est que le type de problème abordé et son contexte (au sens large), qui provoqueront un mode de pensée ou un autre. Mais ce tableau nous permet aussi de mieux cerner le développement des

concepts géométriques au collège. Il permet de mieux comprendre la difficulté, pour un élève qui ne peut reconnaître que des formes, de saisir le sens de la démonstration géométrique. Il nous montre également qu'un travail important doit être entrepris au collège pour provoquer cette deuxième abstraction, ce passage de la forme à la figure, qui conditionnera la compréhension du sens de la démonstration.

| Domaine de la perception directe | Domaine de la forme géométrique globale | Domaine de la figure géométrique |
|--|--|---|
| <u>But scolaire</u> : repérage dans l'espace, reconnaissance de formes concrètes | <u>But scolaire</u> : du dessin géométrique aux figures géométriques | <u>But scolaire</u> : le raisonnement hypothético-déductif |
| <u>Objets sensibles</u> : les solides sensibles | <u>Objets</u> : les formes géométriques, les grandeurs (longueur, aire, angle, volume) | <u>Objets</u> : les figures géométriques, les relations géométriques |
| <u>Opérations</u> : manipulations, puzzles, jeux de construction, regroupement d'objets concrets | <u>Opérations</u> : mesurage, pavage | <u>Opérations</u> : transformations |
| <u>Extension</u> : nommer les formes avec un vocabulaire qui anticipe celui de la géométrie plane, différenciation de formes | <u>Extension</u> : détermination de quelques relations caractéristiques de forme et de grandeurs (la forme devient figure) | <u>Relations</u> : entre les éléments élémentaires de géométrie, grandeurs <u>Extension</u> : composition de transformations, vecteurs |

Forme : ensemble de traits extérieurs perçus, caractérisant un objet (première généralisation).

Dessin : représentation symbolique d'un ensemble de formes.

Figure : objet idéal construit par abstraction de la forme (deuxième généralisation).

IV. CONCLUSION

La théorie des situations didactiques de G. Brousseau et l'étude de situations-problèmes, développée par G. Arzac, G. Germain et M. Mante, ont permis de mettre en évidence l'importance pour un élève de sa première rencontre avec un concept. En effet, cette première approche est décisive. Elle n'est cependant pas suffisante. Car à trop centrer son attention sur ce point, on peut en oublier que les concepts se développent et qu'il appartient à l'enseignant de favoriser, de provoquer, leurs développements. Comme le faisait remarquer G. Brousseau, lui-même, dès 1965² : « ... l'acquisition d'une notion est étalée sur une longue période. Il ne faut surtout pas considérer qu'elle doive être complètement assimilée et encore moins explicitée dès son introduction. (...) De la manipulation au dessin, du dessin au "graphe" puis au symbole, l'idée se précise par un processus complexe d'abstractions, de concrétisations et de représentations. »

Le carré rencontré pour la première fois en classe de maternelle, comme première abstraction de la face d'un cube concret, n'est pas le carré de la fin du collège. Le concept a évolué, à partir de cette première conception (et sans l'oublier), pour s'abstraire, peu à peu, en une figure idéale, aux propriétés mathématiques connues, à la fois rectangle et losange, ce qu'une pensée par complexes liée à la perception ne peut concevoir.

Notre lecture des écrits de L. S. Vygotski semble nous aider à penser l'enseignement en termes de développement des concepts. Elle nous permet d'envisager des pistes de travaux avec les élèves pour favoriser une évolution de la pensée vers plus d'abstraction. Nous pouvons en suggérer quelques-unes :

² *Les mathématiques du cours préparatoire, fascicule 1*, avertissement au lecteur, Dunod, 1965.

- Diminuer la part d'implicite dans le langage et les raisonnements pratiqués en classe à partir de problèmes à résoudre véritablement (acquérir une verbalisation orale et écrite rigoureuse, expliciter davantage les connaissances).
- Enseigner les notions en relation les unes avec les autres (décloisonner).
- Formuler les concepts de manières variées.
- Verbaliser dans différents registres (symbolique, dessin, langue naturelle).
- Changer de cadre (numérique, algébrique, géométrique).
- Privilégier la prise de recul et le détachement des situations concrètes en proposant des activités mobilisant des niveaux de généralité différents, ce qui favorise le mouvement du général au particulier et vice-versa (par exemple, figure/raisonnement \leftrightarrow forme/dessin).
- Prévoir quelques activités de "régulation", à des moments choisis, qui pourraient provoquer des prises de conscience de la diversité des relations entre les notions étudiées, susceptibles d'entraîner une évolution du système de concepts de l'élève. L'activité de classement évoquée au paragraphe III pourrait être conduite dans ce cadre.

Références

- ARSAC G., GERMAIN G., MANTE M. (1991), *Problème ouvert et situation-problème*, IREM de Lyon.
- BOERO P., (1994), « Situations didactiques et problèmes d'apprentissage : convergences et divergences dans les perspectives de recherches », *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, p 17-50, La Pensée Sauvage.
- BROSSARD M. (2004), *VYGOTSKI, lectures et perspectives de recherches en éducation*, Presses Universitaires du Septentrion.
- BROUSSEAU G. (1986), « Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques », R.D.M. vol. 7.2, p 32-115, La Pensée Sauvage.
- CLOT Y. (sous la direction) (2002), *Avec Vygotski*, La Dispute.
- ROCHEX J. Y. (1997), « L'œuvre de Vygotski : fondements pour une psychologie historico-culturelle. », *Revue Française de Pédagogie*, n° 120, p 105-147.
- VYGOTSKI L. S. (1997), *Pensée & langage*, La Dispute.
- VYGOTSKI L. S. (2003), *Conscience, inconscient, émotions*, La Dispute.