

Mesure et incertitudes : un point de rencontre entre mathématiques et sciences expérimentales

Brigitte Chaput

ENFA Toulouse, mathématiques

Christine Ducamp

ENFA Toulouse, chimie

Valérie Munier

Université Montpellier 2, IUFM de Montpellier, physique



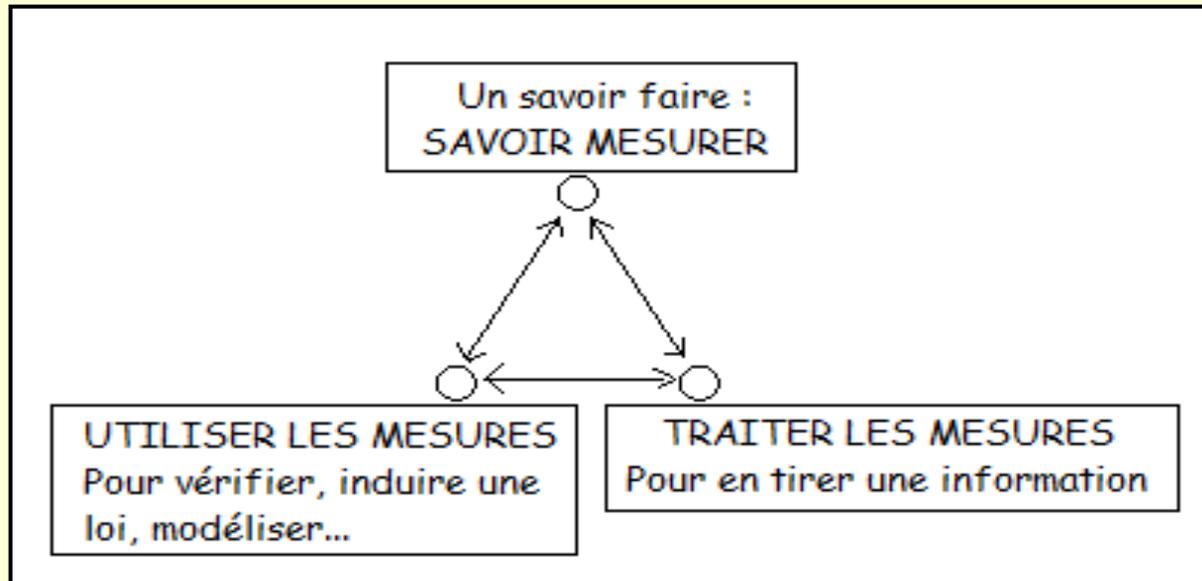
Organisation de l'atelier

- Un rapide historique de l'enseignement de la mesure
- Place de la mesure dans les programmes de sciences expérimentales et de mathématiques
- Mesure et incertitudes aujourd'hui
- Les difficultés des élèves et étudiants sur la mesure
- Travail en groupes interdisciplinaires et « inter degré »

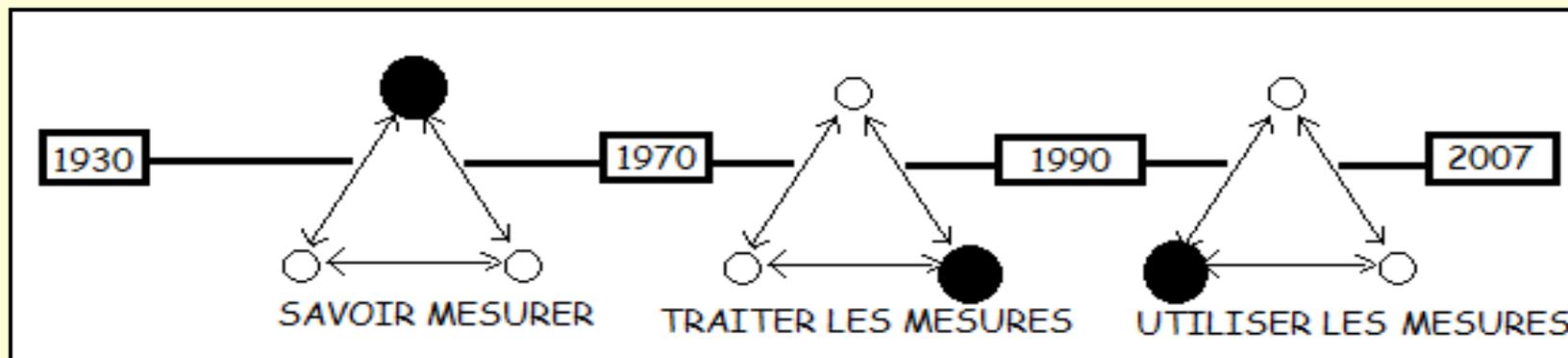
Organisation de l'atelier

- **Un rapide historique de l'enseignement de la mesure**
- Place de la mesure dans les programmes de sciences expérimentales et de mathématiques
- Mesure et incertitudes aujourd'hui
- Les difficultés des élèves et étudiants sur la mesure
- Travail en groupes interdisciplinaires et « inter degré »

Historique de l'enseignement de la mesure en France depuis le début du XX^e (Séré, 2007, 2008)



Séré (2008)



Mesure et incertitudes : un point de rencontre entre mathématiques et sciences expérimentales

B. Chaput - C. Ducamp - V. Munier



Trois grandes étapes dans l'histoire de l'enseignement du mesurage (Séré, 2007, 2008) :

- « valeur vraie » et erreur (années 1907-1945)
- incertitude (jusqu'en 1968)
- mesure considérée comme variable aléatoire (approche probabiliste)

Ce raisonnement modifie profondément le traitement des mesures : les incertitudes sont estimées et le « *dogme des encadrements est abandonné* » au profit de « *l'intervalle de confiance* » associé à un seuil de confiance.

Cette évolution de l'enseignement de la mesure a suivi l'évolution de la métrologie.

Organisation de l'atelier

- Un rapide historique de l'enseignement de la mesure
- **Place de la mesure dans les programmes de sciences expérimentales et de mathématiques**
- Mesure et incertitudes aujourd'hui
- Les difficultés des élèves et étudiants sur la mesure
- Travail en groupes interdisciplinaires et « inter degré »



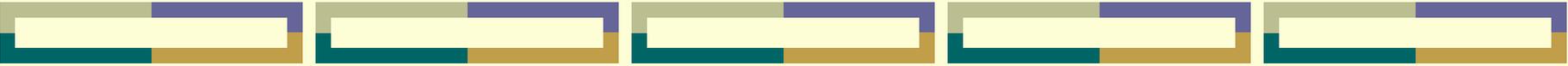
La mesure dans les programmes de physique-chimie dans le filière S (MEN, 2010)

Seconde : Les élèves doivent pouvoir « *réaliser et analyser les mesures, en estimer la précision et écrire les résultats de façon adaptée* ».

Première S : Lors des activités expérimentales les questions de mesure et d'incertitude sont cruciales : « *Elles établissent un rapport critique avec le monde réel [...] où les mesures - toujours entachées d'erreurs aléatoires ou systématiques - ne permettent de déterminer des valeurs de grandeurs qu'avec une incertitude qu'il faut pouvoir évaluer au mieux* ».

Terminale :

- Identifier les *différentes sources d'erreur* (de limites à la précision) lors d'une mesure : *variabilités du phénomène et de l'acte de mesure* (facteurs liés à l'opérateur, aux instruments, ...).
- Évaluer et comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreur.
- Expression et acceptabilité du résultat
- Exprimer le résultat d'une opération de mesure par une valeur issue éventuellement d'une moyenne, et une *incertitude de mesure associée à un niveau de confiance*.
- *Déterminer les mesures à conserver en fonction d'un critère donné*.
- *Commenter le résultat d'une opération de mesure en le comparant à une valeur de référence*.



Pour pouvoir fournir aux élèves les outils nécessaires à l'évaluation des incertitudes sans entrer dans le détail des outils mathématiques utilisés, les programmes suggèrent d'utiliser l'outil informatique :

*« l'automatisation de l'acquisition et du traitement des données expérimentales peut ainsi permettre de **dégager du temps pour la réflexion**, en l'ouvrant aux aspects statistiques de la mesure et au **dialogue entre théorie et expérience** ».*

La part consacrée dans les programmes à la question de la mesure et des incertitudes est croissante.

Volonté affichée d'introduire dans les enseignements des sciences des éléments de métrologie et d'épistémologie

Mesure et incertitudes : un point de rencontre entre mathématiques et sciences expérimentales

B. Chaput - C. Ducamp - V. Munier



Statistique et probabilités dans les programmes de mathématiques

Des notions de statistique inférentielle introduites pour la première fois dans les programmes du secondaire.

La compréhension de ces notions jusqu'alors enseignées dans différents cursus de l'enseignement supérieur uniquement, passe par une maîtrise des fondements de la théorie des probabilités.

Les programmes : Statistique

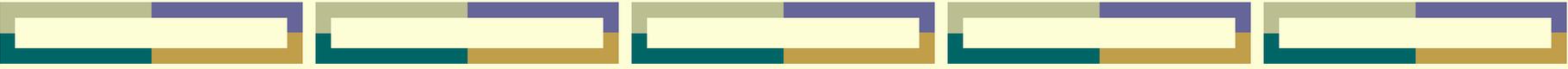
Collège	Seconde	Premières	Terminales
<ul style="list-style-type: none">▪ effectif▪ fréquence▪ classe▪ médiane▪ quartiles	<ul style="list-style-type: none">▪ moyenne▪ effectifs et fréquences cumulés	<ul style="list-style-type: none">▪ variance▪ écart-type	
<ul style="list-style-type: none">▪ diagrammes en bâtons▪ graphiques cartésiens	<ul style="list-style-type: none">▪ histogrammes	<ul style="list-style-type: none">▪ <i>diagrammes en boîte</i>	
			<ul style="list-style-type: none">▪ <i>statistique à deux variables</i>▪ <i>ajustement</i>

Les programmes : Probabilités

Collège	Seconde	Premières	Terminales
<ul style="list-style-type: none"> notion de probabilité 	<ul style="list-style-type: none"> probabilité sur un ensemble fini événement $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ tableau croisé arbre des possibles 	<ul style="list-style-type: none"> variables aléatoires discrètes espérance <i>variance</i> <i>écart-type</i> 	<ul style="list-style-type: none"> probabilité conditionnelle <i>indépendance</i> variables aléatoires à densité sur un intervalle
		<ul style="list-style-type: none"> lois de Bernoulli lois binomiales <i>lois géométriques tronquées</i> 	<ul style="list-style-type: none"> lois uniformes <i>lois exponentielles</i> lois normales
		<ul style="list-style-type: none"> <i>approche de la loi des grands nombres</i> 	

Les programmes : Statistique inférentielle

Seconde	Premières	Terminales
échantillonnage		
▪ intervalle de fluctuation	▪ intervalle de fluctuation binomiale	▪ intervalle de fluctuation asymptotique
prise de décision		
	▪ prise de décision à partir d'un intervalle de fluctuation binomiale	▪ <i>prise de décision à partir d'un intervalle de fluctuation asymptotique</i> ▪ <i>égalité de deux proportions</i>
estimation		
		▪ intervalle de confiance



Les nouveautés des derniers programmes

Les lois normales sont introduites en terminales ES et S comme loi-limite d'une suite de variables aléatoires.

Théorème de Moivre-Laplace (cas particulier du théorème limite central).

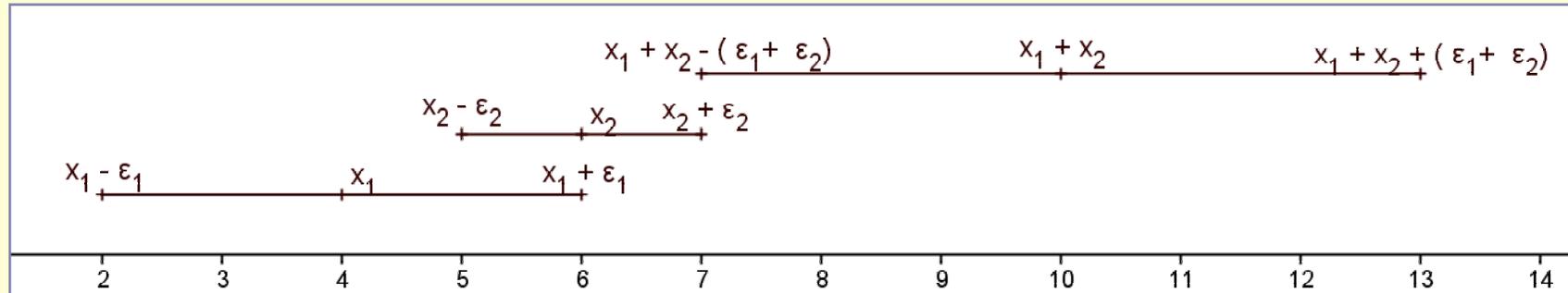
Intervalle de fluctuation asymptotique de la fréquence d'échantillonnage.

Intervalle de confiance d'une proportion (*et non d'une probabilité*) à partir de l'intervalle de fluctuation asymptotique.

Organisation de l'atelier

- Un rapide historique de l'enseignement de la mesure
- Place de la mesure dans les programmes de sciences expérimentales et de mathématiques
- **Mesure et incertitudes aujourd'hui**
- Les difficultés des élèves et étudiants sur la mesure
- Travail en groupes interdisciplinaires et « inter degré »

Auparavant les incertitudes sur des résultats de mesures étaient traités de façon algébrique. Par exemple :



Les normes actuelles imposent une expression de l'incertitude de mesure à l'aide d'un intervalle de confiance.

*« il ne suffit donc pas d'un nombre pour exprimer la mesure, il en faut l'estimation la plus probable de la grandeur et l'amplitude de l'intervalle à l'intérieur duquel elle a de grandes chances de se trouver et qu'on appelle **intervalle de confiance** »*

(Perdijon, 1998)



Mesures et incertitudes aujourd'hui

- Incertitude-type
 - de type A : par les méthodes statistiques
 - de type B : par les autres méthodes (autres que statistiques).
- Incertitude composée
- Expression de l'incertitude : incertitude élargie

Mesures et incertitudes aujourd'hui

- **Incertitude-type**
 - **de type A : par les méthodes statistiques**
 - de type B : par les autres méthodes (autres que statistiques)
- Incertitude composée
- Expression de l'incertitude : incertitude élargie

Incertitude de type A

C'est le cas, par exemple, où l'opérateur fait une série de mesures.

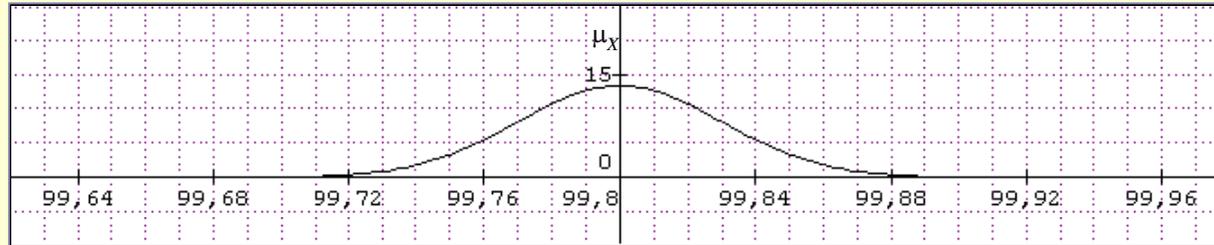
Le traitement de l'incertitude est statistique (moyenne, écart type...).

Les mesures d'une grandeur X sont distribuées avec une espérance μ_X et un écart type σ_X .

Pour des échantillons de taille n , $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$ est la moyenne d'échantillonnage.

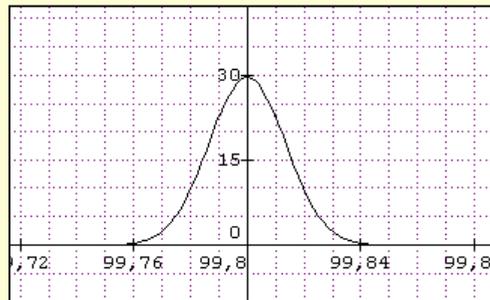
Elle a pour espérance mathématique μ_X et pour écart type $\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$.

Incertitude de type A

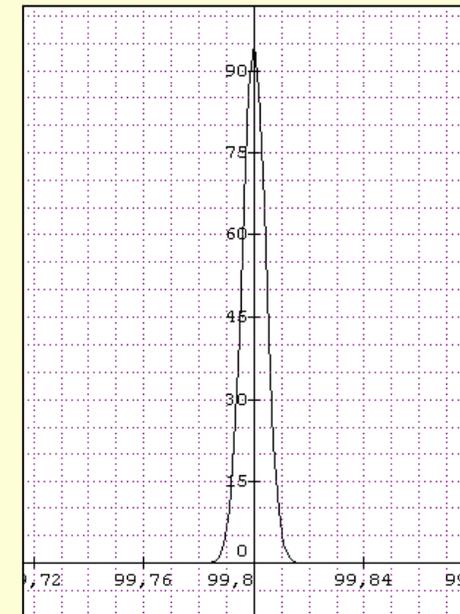


Exemple : Distribution normale de paramètres

$$\mu_x = 99,8 \text{ et } \sigma_x = 0,03$$



**Distribution de la moyenne
d'échantillonnage (taille 5)**



**Distribution de la moyenne
d'échantillonnage (taille 50)**

Mesure et incertitudes : un point de rencontre entre mathématiques et sciences expérimentales

B. Chaput - C. Ducamp - V. Munier

Incertitude de type A

Les mesures d'une grandeur X sont distribuées avec une espérance mathématique μ_X et un écart type σ_X .

Pour des échantillons de taille n :

- $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{X})^2$ est la **variance d'échantillonnage**, elle a pour espérance mathématique $\frac{n-1}{n} \sigma_X^2$
- Pour obtenir une variable d'échantillonnage d'espérance σ_X^2 , on utilise $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{X})^2$ la variance d'échantillonnage corrigée appelée aussi variance empirique ou variance expérimentale.
- L'écart type corrigé est la racine carrée de la variance corrigée.

Incertitude de type A

Étalonnage de verrerie, exemple d'une pipette de 25 mL

masse de l'eau (g)	Masse volumique eau (g/mL)	Volume verrerie (mL)	Volume moyen (mL)	Ecart type corrigé (mL)
24,910	995,652	25,019	25,035	0,017
24,910		25,019		
24,930		25,039		
24,950		25,059		
24,930		25,039		

L'incertitude type associée à la pipette est 0,017 mL.

Mesures et incertitudes aujourd'hui

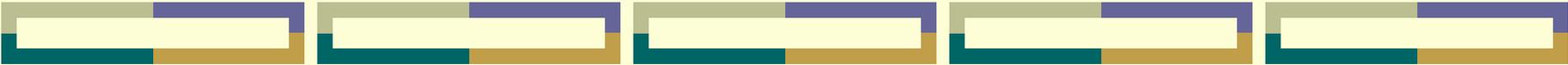
- **Incertitude-type**
 - de type A : par les méthodes statistiques
 - **de type B : par les autres méthodes (autres que statistiques).**
- Incertitude composée
- Expression de l'incertitude : incertitude élargie



Incertitude de type B

Informations à prendre en compte pour la détermination de l'incertitude de mesure :

- des résultats de mesures antérieures ;
- l'expérience, la connaissance du comportement et des propriétés des matériaux et instruments utilisées ;
- les spécifications du fabricant ;
- les données fournies par des certificats d'étalonnage ou autres certificats ;
- l'incertitude assignée à des valeurs de référence provenant d'ouvrages ou manuels.



Incertitude de type B

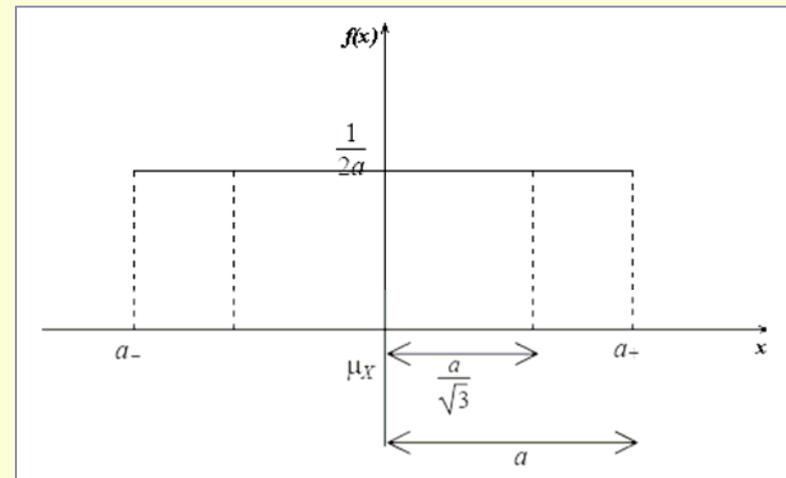
On obtient par une procédure décrite dans les normes (AFNOR, ISO...) une valeur de l'incertitude type associée au matériel ou à la méthode expérimentale.

Incertitude de type B

Si les limites inférieure et supérieure de X sont données sans niveau de confiance et s'il existe des raisons de penser que des observations des valeurs extrêmes sont probables, il convient de supposer que la distribution de X est uniforme ou rectangulaire.

Distribution rectangulaire :

$$u^2(X) = \frac{a^2}{3} \quad \text{et} \quad u(X) = \frac{a}{\sqrt{3}}$$



Incertitude de type B

Exemple :

Un manuel donne la valeur du coefficient de dilatation linéique du cuivre pour 20 °C, $a_{20}(\text{Cu})$, comme étant égal à $16,52 \times 10^{-6} \text{°C}^{-1}$ et énonce que l'erreur sur cette valeur ne devrait pas dépasser $0,40 \times 10^{-6} \text{°C}^{-1}$.

Sur la base de cette information limitée, il n'est pas déraisonnable de supposer que la valeur de $a_{20}(\text{Cu})$ est située avec une probabilité uniforme dans l'intervalle $[16,12 \times 10^{-6} \text{°C}^{-1} ; 16,92 \times 10^{-6} \text{°C}^{-1}]$ et qu'il est très peu vraisemblable que $a_{20}(\text{Cu})$ soit situé en dehors de cet intervalle.

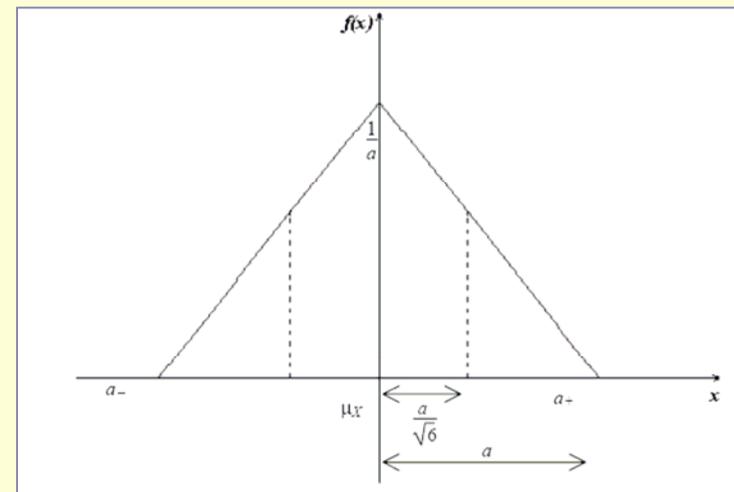
L'incertitude-type de cette loi rectangulaire des mesures de $a_{20}(\text{Cu})$ de demi-largeur $a = 0,40 \times 10^{-6} \text{°C}^{-1}$ est alors $u(a_{20}) = \frac{0,40 \times 10^{-6} \text{°C}^{-1}}{\sqrt{3}}$.

Incertitude de type B

S'il existe des raisons de penser que des valeurs extrêmes sont improbables, il est raisonnable de supposer que X est distribuée selon une loi triangulaire.

Distribution triangulaire :

$$u^2(X) = \frac{a^2}{6} \quad \text{et} \quad u(X) = \frac{a}{\sqrt{6}}$$



Exemple : incertitude donnée par le fabricant d'un matériel.

Incertitude de type B

Exemple :

On veut déterminer l'incertitude du fabricant sur une pipette 20,00 mL de classe A.

On sait que $EMT = 0,2\%$ volume total. On suppose que le volume prélevé est distribuée, d'après le fabricant, selon une loi de probabilité a priori triangulaire symétrique de limite inférieure $a_- = 19,96$ mL et de limite supérieure $a_+ = 20,04$ mL avec une demi largeur égale alors à $a = 0,04$ mL (= EMT).

L'incertitude-type du fabricant est $u(\text{fabricant}) = \frac{a}{\sqrt{6}} = 0,016$ mL.

Mesures et incertitudes aujourd'hui

- Incertitude-type
 - de type A : par les méthodes statistiques
 - de type B : par les autres méthodes (autres que statistiques).
- **Incertitude composée**
- Expression de l'incertitude : incertitude élargie

Incertitude composée

On se limite ici au cas où les grandeurs d'entrées sont indépendantes.

Exemple : $c = \frac{m \times P}{M \times V}$

On applique la loi de propagation des incertitudes à savoir :

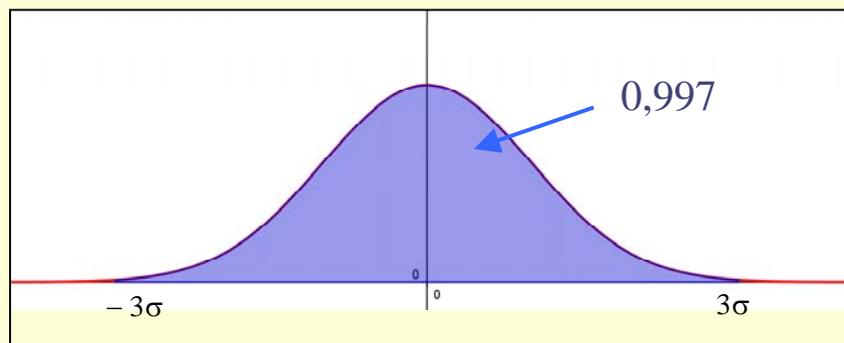
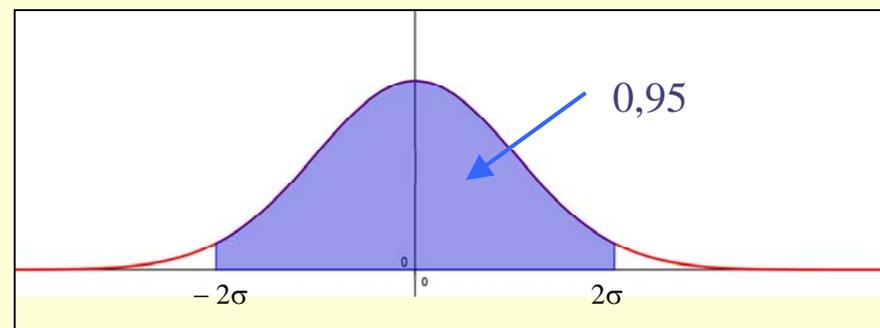
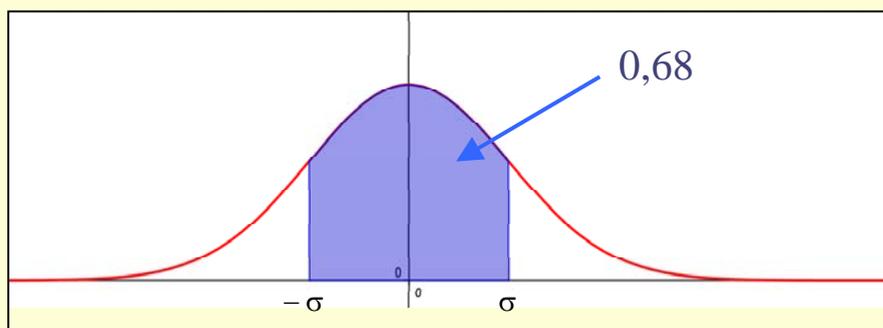
$$\frac{u(c)}{c} = \sqrt{\left(\frac{u(P)}{P}\right)^2 + \left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(V)}{V}\right)^2 + \left(\frac{u(M)}{M}\right)^2}$$

Mesures et incertitudes aujourd'hui

- Incertitude-type
 - de type A : par les méthodes statistiques
 - de type B : par les autres méthodes (autres que statistiques).
- Incertitude composée
- **Expression de l'incertitude : incertitude élargie**

Incertitude élargie

Pour une distribution normale de la variable étudiée, la distribution des observations se fait selon les proportions suivantes :



Expression de l'incertitude : incertitude élargie

On exprime l'incertitude à l'aide de l'incertitude-type calculée en la multipliant par un coefficient, on obtient l'**incertitude élargie** :

$$U(x) = k u(x).$$

- * $k = 2$ fournit un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % environ ;
- * $k = 2,58$ fournit un intervalle de confiance au niveau de confiance de 99 % environ ;
- * $k = 3$ fournit un intervalle de confiance au niveau de confiance de 99,7 % environ.

Expression de l'incertitude : incertitude élargie

Le résultat d'une mesure comporte quatre éléments :

$$X = (x \text{ +/- } U(X)) \text{ unités } (k = ..)$$

1 2 3 4

Expression de l'incertitude : incertitude élargie

Exemple :

Un certificat d'étalonnage indique que la valeur R d'une résistance étalon de valeur nominale égale à dix ohms est $10,000\,742\ \Omega \pm 129\ \mu\Omega$ à $23\ ^\circ\text{C}$ et que "l'incertitude indiquée de $129\ \mu\Omega$ définit un intervalle au niveau de confiance de 99 %", soit $[1,000\,613 ; 1,000\,871]$.

L'incertitude-type sur la valeur de la résistance peut être prise égale à $u(R) = 50\ \mu\Omega$, ce qui correspond à une incertitude-type relative de $5,0 \times 10^{-6}$.

La variance estimée est $u^2(R) = (50\ \mu\Omega)^2 = 2,5 \times 10^{-9}\ \Omega^2$.

Organisation de l'atelier

- Un rapide historique de l'enseignement de la mesure
- Place de la mesure dans les programmes de sciences expérimentales et de mathématiques
- Mesure et incertitudes aujourd'hui
- **Les difficultés des élèves et étudiants sur la mesure**
- Travail en groupes interdisciplinaires et « inter degré »



Difficultés et enjeux, raisonnements des élèves et étudiants sur la mesure

Bonnin et Recco (2010), Buffler *et al.* (2009),
Journeaux *et al.* (1995), Maisch (2008, 2010),
Séré *et al.* (1998, 2001, 2003), Volkwyn *et al.* (2004)



Difficultés (Séré, Journeaux, & Larcher, 1993)

- Les étudiants ont une faible compréhension des problèmes liés à la mesure.
- Ils ont une faible compréhension des procédures.
- Ils hiérarchisent les mesures obtenues (la première obtenue est la meilleure – ou la leur).

« Labwork in Science Education » (Séré et al., 2001)

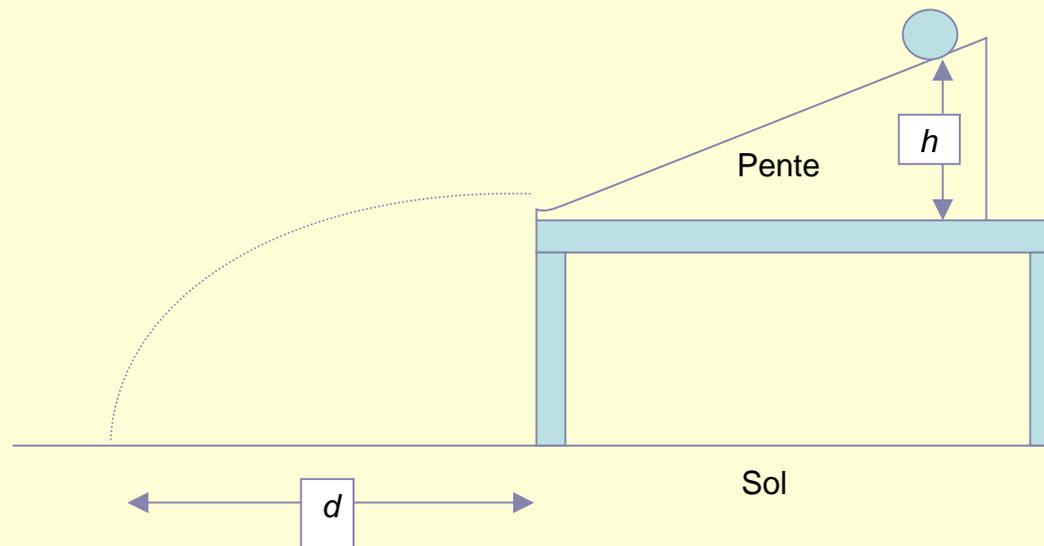
« a lack of explicit understanding of the bases of estimating values from data sets »

« many students (between 30% et 60%) appeared to think that with good enough apparatus and enough care it is possible to make a perfect measurement of a quantity ».

Raisonnements des élèves et étudiants sur la mesure

(Volkwyn et al., 2004)

Les élèves doivent dire **s'ils choisiraient ou non de répéter une mesure et combien de fois** lors d'un recueil de données dans une situation de mécanique.



Dans le premier cas, une seule mesure a été réalisée (« des élèves lâchent une balle qui glisse sur une pente et tombe à une distance d de la pente : $d = 436$ cm ») alors que dans le second cas, deux mesures ont déjà été réalisées et ont donné deux résultats différents ($d = 436$ cm et $d = 426$ cm »).

Dans chaque cas les élèves doivent choisir de relancer la balle plusieurs fois (A), de ne pas la relancer (B) ou de la relancer une seule fois (C).

Ces élèves discutent :

Je pense que nous devrions lancer la balle encore quelques fois et mesurer d à chaque fois.

Pourquoi? Nous avons déjà le résultat. Nous n'avons pas besoin de relancer la balle.

Nous devons relancer la balle sur la pente encore une fois.



A B C

Avec quel élève es-tu le plus d'accord (entoure la bonne réponse) ? A B C

Mesure et incertitudes : un point de rencontre entre mathématiques et sciences expérimentales

B. Chaput - C. Ducamp - V. Munier



Raisonnement point

- ⇒ Existence d'une « valeur vraie » atteignable (valeur de l'étiquette, donnée par la théorie...)
- ⇒ Tout résultat de mesure différent est erroné

Raisonnement mixte

- ⇒ Existence d'une « valeur vraie » difficile à atteindre
- ⇒ Conscience du caractère inévitable des incertitudes de mesure
- ⇒ MAIS recherche d'un résultat de mesure le plus proche possible
- ⇒ Début de traitement statistique possible (moyenne, valeur la plus probable)

Raisonnement ensemble

- ⇒ Le résultat de mesure s'exprime sous la forme d'une valeur accompagnée d'un intervalle de confiance dans lequel se situe probablement la valeur.
- ⇒ Traitement statistique plus complet avec un maximum de résultats de mesure
- ⇒ Conscience des causes d'incertitudes que l'on tente de minimiser

Quelques résultats

En seconde avant enseignement : dominante du raisonnement mixte, peu de raisonnements ensemble (Bonnin et Recco, 2010)

	<i>P</i>	<i>M</i>	<i>E</i>
<i>Situation 1</i>	32% (10/31)	65% (20/31)	3% (1/31)
<i>Situation 2</i>	32% (10/31)	65% (20/31)	3% (1/31)

En première année d'université (Maisch, 2008)

P	M	E
0 % (0/40)	28 % (11/40)	72 % (29/40)

Raisonnement des étudiants dans différents contextes (Maisch, 2008, 2010)

	questionnaire	Élaboration d'un protocole en TP	Évaluation d'un protocole en TP
Point	0 (0 %)	18 (45 %)	5 (12,5 %)
Mixte	11 (27,5 %)	7 (17,5 %)	21 (52,5 %)
Ensemble	29 (72,5 %)	11 (27,5 %)	14 (35 %)
/	0 (0 %)	4 (10 %)	0 (0 %)

Les raisonnements des étudiants, par rapport à la mesure, sont variables en fonction des situations rencontrées.

Les étudiants utilisent rarement un raisonnement comportant une vision probabiliste de l'acte de mesurage.



Pratiques des enseignants

Les élèves ne disposent que de très peu des outils conceptuels permettant de raisonner sur la dispersion des résultats de mesure.

L'étude des questions de variabilité de la mesure et la prise en compte des incertitudes a une place réduite dans les pratiques des enseignants, malgré leur importance dans les programmes.

La « confiance qu'on peut avoir dans une mesure » est un sujet très largement absent ou jugé trop problématique pour être évoqué à ce niveau (Séré et al. , 1998) : « une résistance certaine à aborder avec leurs élèves le problème des incertitudes »

Décalage important entre les prescriptions et les pratiques des enseignants.



Mesure et nature de la science (Buffler *et al.*, 2009)

Deux profils caractéristiques d'étudiants de 1^{ère} année d'université concernant leur image de la science et celle du sens de la mesure

- la nature a ses propres lois et l'expérimentation sert à les découvrir, le mesurage permettant d'obtenir des « valeurs vraies »
- les théories scientifiques sont des inventions construites par les scientifiques à l'aide de leurs observations, la mesure fournissant des « preuves » par nature incertaines.

« an explicit exposure to issue around the NOS (Nature Of Science) in laboratory work may help in developing the required understanding of the relationship between scientific claims and experimental data ».



Des propositions pour l'enseignement

(Journeaux *et al.*, 1995, Séré, 2001, Buffler *et al.*, 2009)

- Assigner des objectifs clairs aux activités de mesurage.
- Travailler sur des données de mesure vraiment réalisées par les élèves (N mesures de la même grandeur)
- Faire effectuer des traitements statistiques des valeurs, « *essayer de faire sentir intuitivement que toutes les valeurs, si elles ont été obtenues de la même façon, sont porteuses d'information* ».
- Développer le fait que la qualité de la mesure dépend de la question posée et donc de la décision à prendre.
- Travailler sur les instruments et sur certaines de leurs qualités pour aider les élèves à envisager que tout instrument engendre des incertitudes.
- Étudier le principe de certains instruments pour en comprendre les limites, comparaison d'instruments .
- Comparer des protocoles de mesure différents.

- 
- Utiliser l'outil informatique pour le traitement statistique des données (cf programmes de lycée)

Il faut être prudent sur l'interprétation que peuvent faire les élèves des données informatiques s'ils ne maîtrisent pas les outils mathématiques qui permettent de leur donner du sens.

Si l'ordinateur ainsi que les capteurs sont des moyens puissants de gagner du temps lors des mesurages « *il faut alors leur donner tout leur sens et ne pas laisser les étudiants se retrancher derrière des routines sans signification* » (Séré et al., 2001).

- **Utiliser les séances de TP pour introduire des savoirs d'ordre épistémologique** : « *le traitement des données et les conclusions qui en découlent, peuvent participer à des acquisitions autant conceptuelles qu'épistémologiques.* » (Séré)

Organisation de l'atelier

- Un rapide historique de l'enseignement de la mesure
- Place de la mesure dans les programmes de sciences expérimentales et de mathématiques
- Mesure et incertitudes aujourd'hui
- Les difficultés des élèves et étudiants sur la mesure
- **Travail en groupes interdisciplinaires et « inter degré »**



Travail en groupes interdisciplinaires et « inter degré »

Support : Un énoncé de TP destiné à des élèves de Première

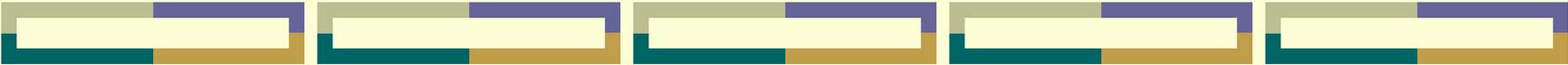
Analyser ce TP :

- Identifier les compétences qu'il permet de travailler dans les différentes disciplines (mathématiques et physique) et ce qu'il ne permet pas de faire
- Pointer les enjeux (effectifs ou possibles) pour chacune des disciplines
- Identifier (ou pas) des raisons de travailler de façon interdisciplinaire sur des TP de ce type
- Proposer des modifications ou prolongements permettant par exemple de faire évoluer les conceptions des étudiants sur la mesure
- Proposer éventuellement une progression dans les objectifs liés à la mesure entre lycée et université



Bibliographie

- Allie, S., Buffler, A., Kaunda, L., Campbell, B. & Lubben, F. (1998). First-year physics students' perceptions of the quality of experimental measurements. *International Journal of Science Education*. 20(4), 447-459.
- Bonnin et Recco (2010) Mémoire de master DEHS, université Montpellier 2
- Buffler, A., Allie, S., Lubben, F. (2008). Teaching measurement and uncertainty the GUM way. *The Physics Teacher*, 46, 539-543.
- Buffler, A., Lubben, F., & Ibrahim, B. (2009). The relationship between student's views of the nature of science and their views of the nature of scientific measurement. *International Journal of Science Education*. 31(9), 1137-1156.
- Coelho, S. (1993). *Contribution à l'étude didactique du mesurage en physique dans l'enseignement secondaire*. Thèse de didactique des disciplines, Université Paris 7, Paris.
- Cotteret, M.-A. (2003). *Métrologie et enseignement*. Doctoral dissertation in education Science. Université Paris 8-Vincennes-Saint-Denis, Paris.

- 
- Evangelinos, D., Psillos, D. & Valassiades, O. (2002). An Investigation of Teaching and Learning about Measurement Data and their Treatment in the Introductory Physics Laboratory., In D. Psillos and H. Niederer (Eds.), *Teaching and Learning in the Science Laboratory* (pp. 179-190). Dordrecht, Kluwer Academic.
 - Journeaux, R., Séré, M.G. & Winther, J. (1995). La mesure en terminale scientifique. *Bulletin de l'Union des Physiciens*, 779(1), 1925-1945.
 - Lippmann, R. (2005). Teaching the concepts of measurement: an example of a concept-based laboratory course, *Am. J. Physics*, 73(8), 771-777.
 - Lubben, F. & Millar, R (1996). Children's ideas about the reliability of experimental data. *International Journal of Science Education*, 18(8), 955-968.
 - Lubben, F., Campbell, B., Buffler, A. & Allie, S. (2001). Point and Set Reasoning in Practical Science Measurement by Entering University Freshmen. *Science Education*, 85(4), 311-327.
 - Maisch, C., Ney, M. & Balacheff, N. (2008). Quelle est l'influence du contexte sur les raisonnements d'étudiants sur la mesure en physique? *Aster*, 47, 43-70.
 - Maisch, C. (2010). *Etude des raisonnements d'étudiants sur la mesure en TP de physique de première année universitaire: influence du contexte et effet de rétroaction*, Thèse de didactique, Université Joseph Fourier, Grenoble.

- 
- Munier, V. & Passelaigue, D. (2012). Réflexions sur l'articulation entre didactique et épistémologie dans le domaine des grandeurs et mesures dans l'enseignement primaire et secondaire. *Tréma*, 38.
 - Munier, V., Merle, H. et Brehelin, D., Measurement and Uncertainty in Elementary School: Collecting, Organizing, Representing, and Interpreting Measurements, à paraître dans *International Journal of Science Education*.
 - Perdijon, J. (2012). *La mesure, histoire, sciences et technique*. Paris: Vuibert.
 - Pillay, S., Buffler, A., Lubben, F. & Allie, S. (2008). Effectiveness of a GUM-compliant course for teaching measurement in the introductory physics laboratory. *European Journal of Physics*, 29, 647-659.
 - Séré, M.G., Journeaux, R., & Larcher, C. (1993). Learning the statistical analysis of measurement errors. *International Journal of Science Education*, 15(4), 427-438.
 - Séré, M.-G., & Journeaux, R. (1995). Le traitement statistique des mesures en travaux pratiques de physique de DEUG: Une innovation à Orsay. *Didaskalia*, 6, 165–177.
 - Séré, M.G., Journeaux, R. & Winther, J. (1998). Enquête sur la pratique des enseignants de lycée dans le domaine des incertitudes. *Bulletin d'Union des Physiciens*, 801, 247-254.

Mesure et incertitudes : un point de rencontre entre mathématiques et sciences expérimentales

- 
- Séré, M.-G., Winther J., Le Maréchal J.F. & Tiberghien A. (2001). Le projet européen "Labwork in Science Education" [Les Travaux pratiques dans l'enseignement des sciences en Europe] Bilan et perspectives. *Bulletin de l'Union des Physiciens*. 839, 1727-1740.
 - Séré, M.G. (2007). La mesure dans Le Bup 898 (1).
 - Séré, M.G. (2008). La mesure dans l'enseignement des sciences physiques. Evolution au cours du temps. *Aster*, 47, 25-42.
 - Volkwyn, T.S., Allie, S., Buffler, A., Lubben, A. & Campbell, B. (2004). First year physics students' understanding of the measurement in the context of laboratory practicals. In A. Buffler & R.C. Laugksch (Ed). *Proceedings of the 12th Annual Conference of the South African Association for Research in Mathematics, Science and Technology Education*, p. 1011-1017.
 - Volkwyn, T.S., Allie, S., Buffler, A. & Lubben, A. (2008). Impact of a conventional introductory laboratory course on the understanding of measurement. *Physical Review Special Topics Physics Education Research*, 4 (1), 10.

- Document ressource *Nombres, mesures et incertitudes*, mai 2010, éduscol
http://media.eduscol.education.fr/file/PC/66/3/Ressources_PC_nombres_mesures_incertitudes_144663.pdf
- Document ressource *Mesures et incertitudes*, juin 2012, éduscol
http://media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/12/7/LyceegT_ressources_MathPC_Mesure_et_incertitudes_218127.pdf
- Document ressource *Les incertitudes au lycée*, janvier 2013, Inspection Générale de l'Éducation Nationale, groupe physique-chimie
http://www.udppc.asso.fr/national/attachments/article/537/GUM_MC_lyc%C3%A9eGT.pdf
- Documents du stage de formation continue *BTSA Anabiotec : Métrologie et incertitude* (avril 2011) et atelier JIREC (2012)
<http://www.enfa.fr/physique-chimie/ressources-pedagogiques/metrologie/>
- *Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure (GUM)*
http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_F.pdf
- *Vocabulaire international de la métrologie (VIM)*
http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_200_2012.pdf
- Guide EURACHEM/CITAC *Quantifier l'incertitude dans les mesures analytiques*
http://www.lne.fr/fr/services_ligne/popup-guides-documents/popup-guide-eurachem2.shtm