

Ontologies

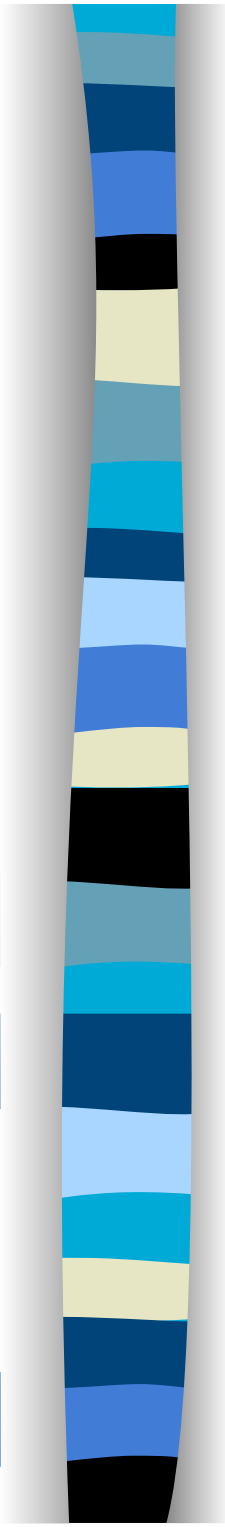
pour l'enseignement des
mathématiques



Cyrille Desmoulins
Laboratoire LIG
Équipe metah

UNIVERSITE JOSEPH FOURIER
SCIENCES. TECHNOLOGIE. SANTÉ





Qu'est-ce qu'une ontologie ?

« Une ontologie est une spécification formelle et explicite d'une conceptualisation partagée [d'un univers] »

Studer, Benjamins & Fensel, 1998

■ Une conceptualisation

- Représentation **abstraite** d'un univers par un choix de concepts et leurs relations.

Elle est indépendante du vocabulaire utilisé et de situations particulières.

■ Partagée

- L'ontologie représente la connaissance **consensuelle** d'un groupe de personnes.
- L'ontologie fixe la **limite** de ce que la communauté se reconnaît en commun

■ Formelle

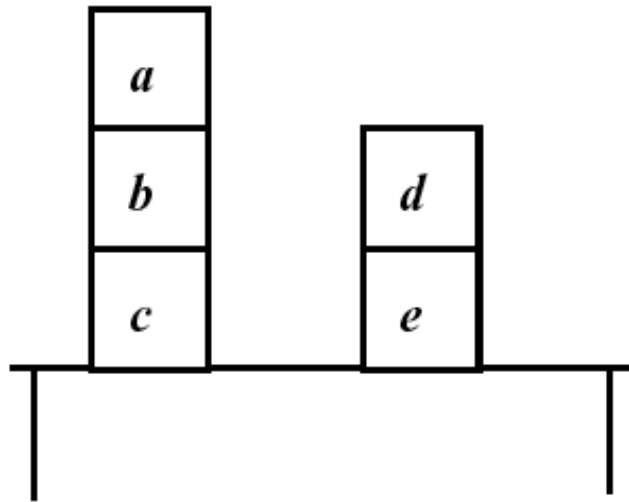
- L'ontologie est interprétable par un ordinateur, en respectant la sémantique qu'y met l'humain.

■ Explicite

- Une représentation **externe** à l'ordinateur et à l'humain

Une conceptualisation

Exemple : l'univers des blocs



■ Conceptualisation 1

- Objets : blocs, main, table
- Relations : sur, sous, surTable, etc.

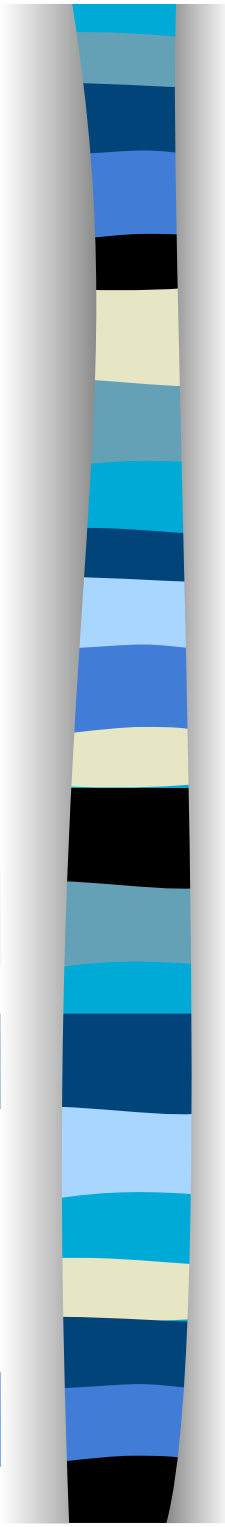
■ Conceptualisation 2

- Objets : blocs, main
- Relations : sur, sous, etc.

■ Deux conceptualisations, deux ontologies différentes

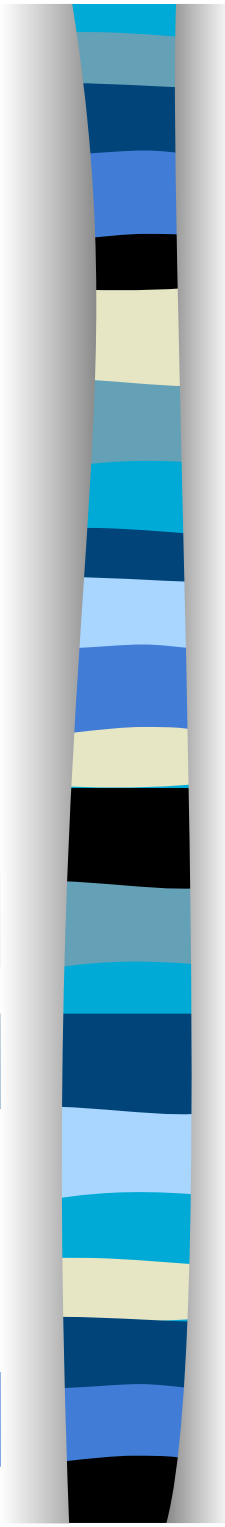
- La première avec le concept de table
- La seconde sans.

■ Les deux conceptualisations peuvent représenter l'univers particulier de l'exemple



Une représentation formelle : Matthew dans l'ontologie « Généalogie »

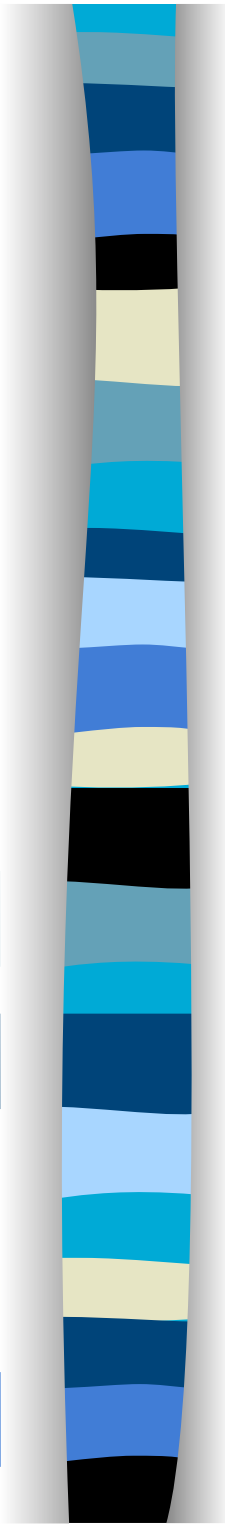
```
<Person rdf:ID="Matthew">
  <owl:sameAs>
    <Person rdf:ID="Matt">
      <hasParent>
        <Person rdf:ID="Peter">
          <hasSex rdf:resource="#MaleSex"/>
          <hasChild rdf:resource="#Matt"/>
          <hasParent>
            <Person rdf:ID="William">
              <hasSex rdf:resource="#MaleSex"/>
              <hasChild rdf:resource="#Peter"/>
            </Person>
          </hasParent>
        </Person>
      </hasParent>
    </Person>
  </hasParent>
  <hasSex rdf:resource="#MaleSex"/>
  <hasSibling>
    <Person rdf:ID="Gemma">
      <hasSex rdf:resource="#FemaleSex"/>
    </Person>
  </hasSibling>
  <owl:sameAs rdf:resource="#Matthew"/>
</Person>
</owl:sameAs>
</Person>
```



Autre représentation formelle : ontologie Harry Potter

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<!DOCTYPE rdf:RDF [
  <!ENTITY harry "http://www.owl-ontologies.com/harry.owl#">
  <!ENTITY owl "http://www.w3.org/2002/07/owl#">
  <!ENTITY rdf "http://www.w3.org/1999/02/22-rdf-syntax-ns#">
  <!ENTITY rdfs "http://www.w3.org/2000/01/rdf-schema#">
  <!ENTITY xsd "http://www.w3.org/2001/XMLSchema#">
]>
<rdf:RDF xml:base="http://www.owl-ontologies.com/harry.owl"
  xmlns:harry="&harry;"
  xmlns:owl="&owl;"
  xmlns:rdf="&rdf;"
  xmlns:rdfs="&rdfs;">
  <harry:Sorcier rdf:about="#harry">
    <harry:ami-de>
      <harry:Elfe rdf:about="#dobby"/>
    </harry:ami-de>
    <harry:ami-de>
      <harry:Ordre du Phenix rdf:about="#hagrid"/>
    </harry:ami-de>
    <harry:ami-de>
      <harry:Sorcier rdf:about="#hermione"/>
    </harry:ami-de>
    <harry:ami-de>
      <harry:Sorcier rdf:about="#luna-lovegood"/>
    </harry:ami-de>
    <harry:ami-de>
      <harry:Sorcier rdf:about="#neville-londubat"/>
    </harry:ami-de>
    <harry:ami-de>
      <harry:Sorcier rdf:about="#ron"/>
    </harry:ami-de>
    <harry:enfant-de>
      <harry:Maraudeur rdf:about="#james-potter">
        <rdf:type>
          <owl:Class rdf:about="#Ordre du Phenix"/>
        </rdf:type>
      </harry:Maraudeur>
    </harry:enfant-de>
    <harry:enfant-de>
      <harry:Ordre du Phenix rdf:about="#lily-potter"/>
    </harry:enfant-de>
    <harry:ennemi-de>
      <harry:Sorcier rdf:about="#Crabbe-Vincent"/>
    </harry:ennemi-de>
    <harry:ennemi-de>
      <harry:Mangemort rdf:about="#draco-malefoy"/>
    </harry:ennemi-de>
    <harry:ennemi-de>
      <harry:Mangemort rdf:about="#jedusor-tom"/>
    </harry:ennemi-de>
  </harry:Sorcier>

```



Une représentation explicite

Exemple du Web sémantique

Tim Berners-Lee, Une vision du futur (en 1994!)

<http://www.w3.org/Talks/WWW94Tim/>

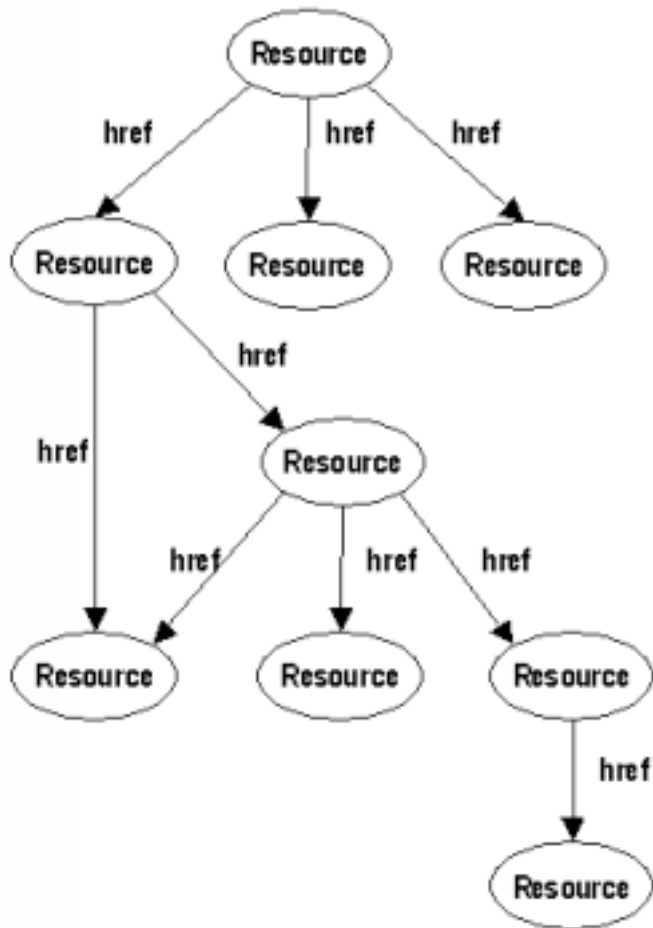
Le WEB (qu'il invente en 1990)

- Très peu d'information compréhensibles par les machines
 - Le sens est à la charge des utilisateurs humains
- Un monde plat, rasoir et vide de sens
 - Des ressources et des liens
- Alors qu'implicitement beaucoup d'informations et de connaissances sont présentes
 - ajouter du sens aux ressources et aux liens du WEB

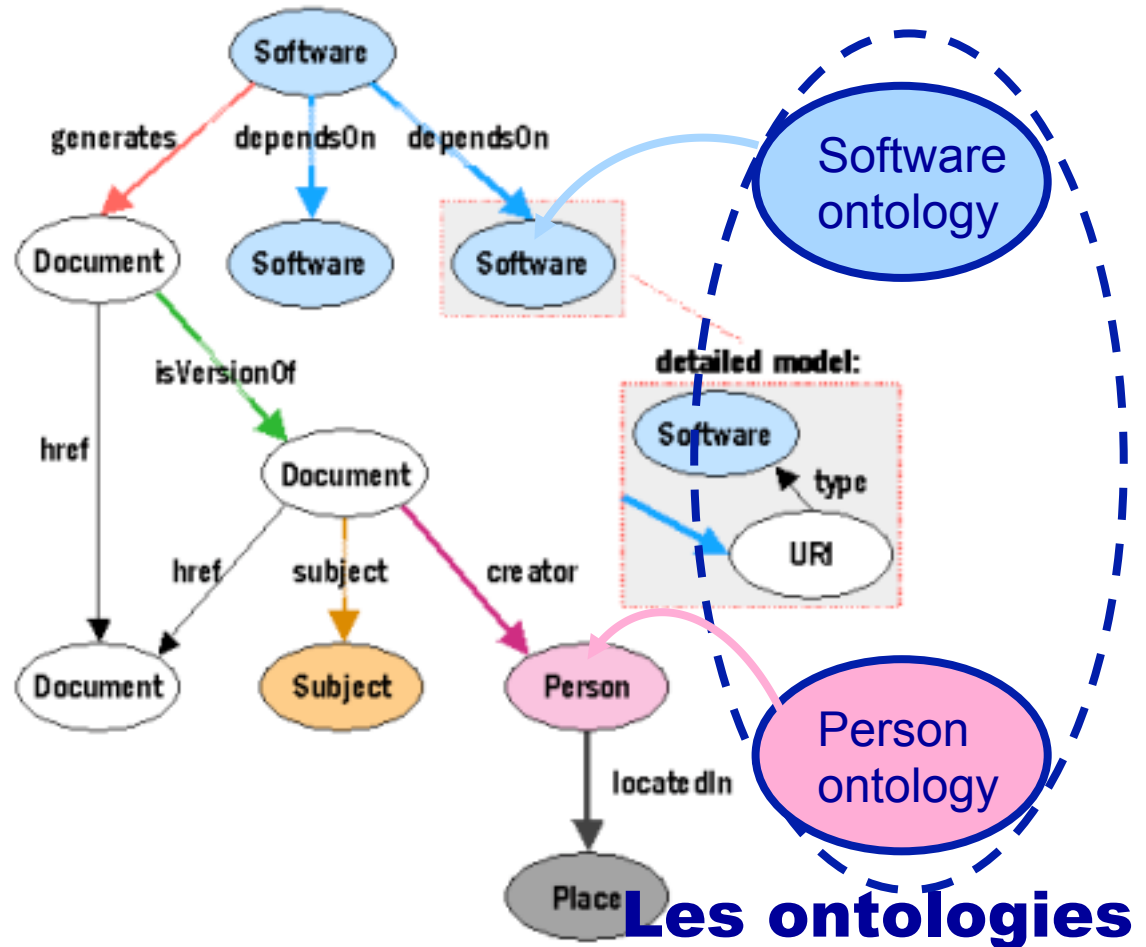
⇒ **Le Web sémantique**

WEB sémantique?

Web actuel

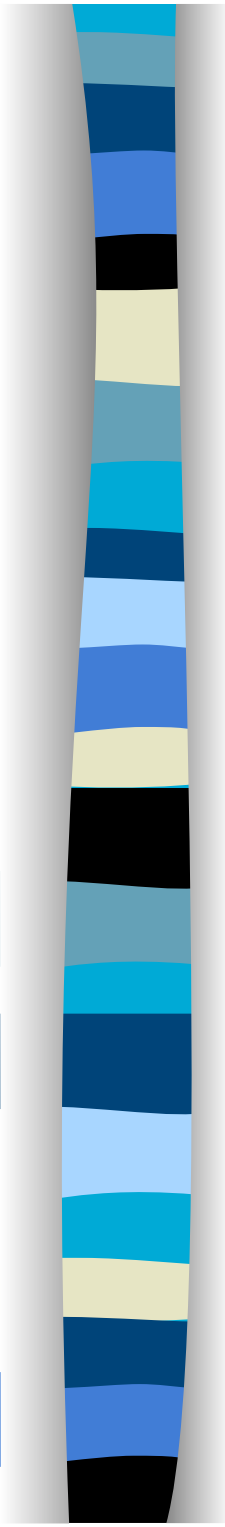


Web Sémantique



Les ontologies

W3C Semantic Web Activity, Koivunen and Miller, 2001



Exemples

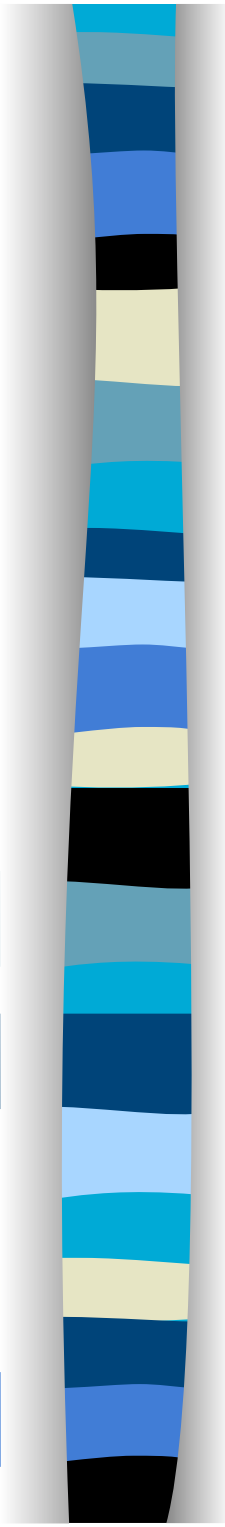
Ontologies pour donner du sens au WEB

- Le site de l'office du tourisme de Saragosse

http://www.zaragoza.es/turruta/Turruta/fr/detalle_Ruta

- Geonames : sémantique géo-localisée

<http://www.geonames.org/>



Ontologie en philosophie

■ Etymologie : du grec

- ον, οντος (*ontos*) : participe présent du verbe être
- Λόγος (*logos*) : parole, discours

Étude de l'être en tant qu'être, propriétés générales de ce qui existe

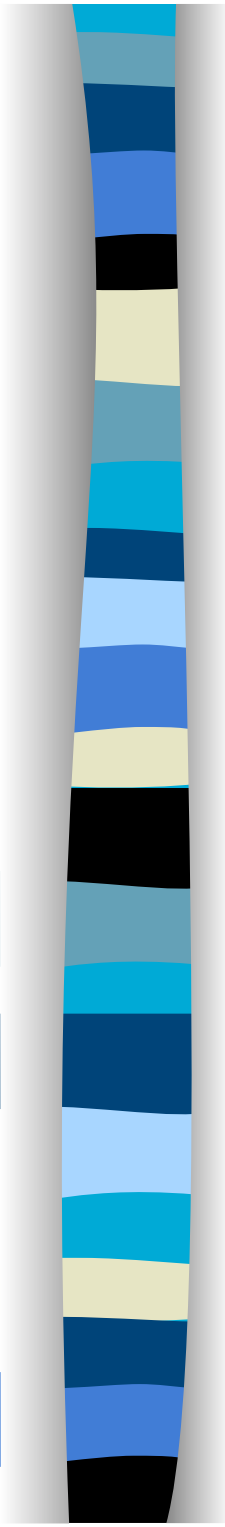
■ Définitions

- Partie de la philosophie qui a pour objet l'étude des propriétés les plus générales de l'être, telles que l'existence, la possibilité, la durée, le devenir.

- Théorie sur l'être; ensemble de vérités fondamentales de l'être

Source : trésor de la langue française informatisé atilf.atilf.fr

■ Sous-partie de la métaphysique avec la théologie (Dieu), la cosmologie (le Monde), la psychologie (l'Âme).



Les composants d'une ontologie

■ Éléments taxinomique

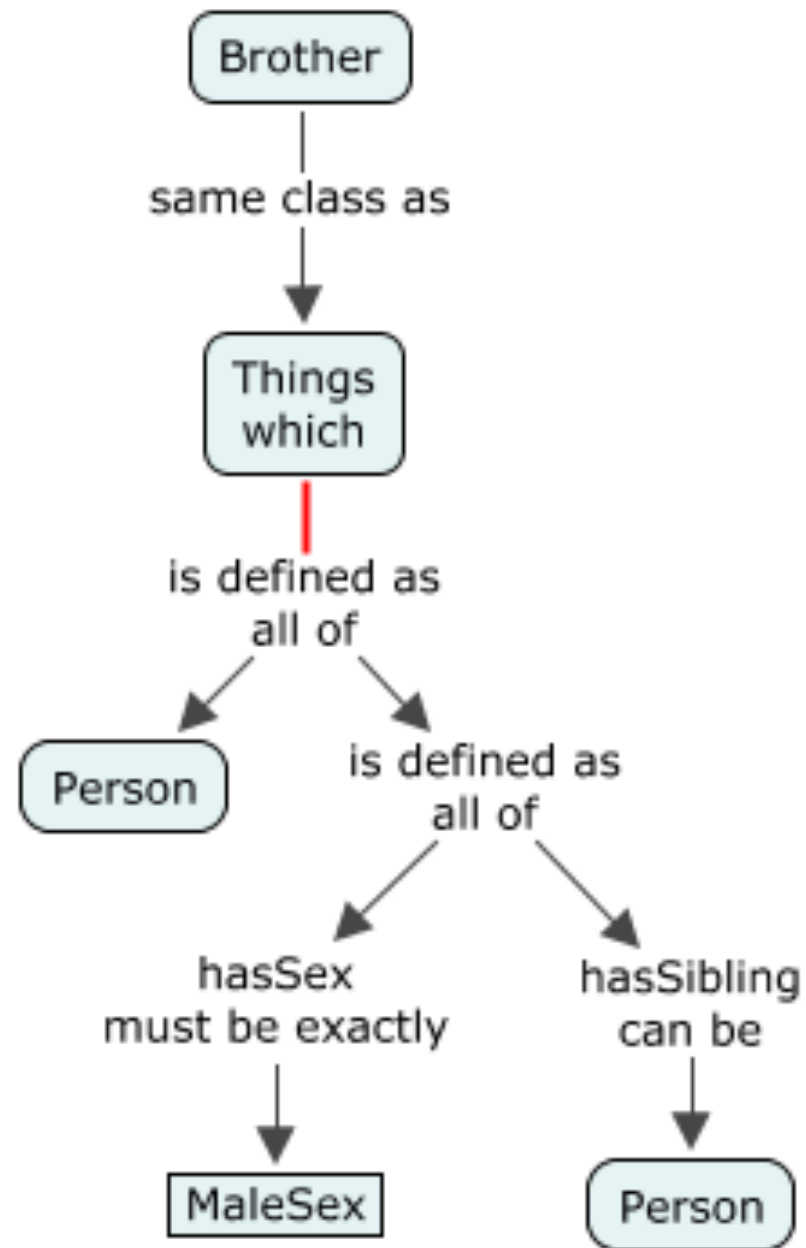
- Concepts
 - Leurs diverses appellations
 - Leur définitions en langue naturelle
 - Leur définition logique par rapport aux autres concepts
- Relations de sous-classe
- Instances

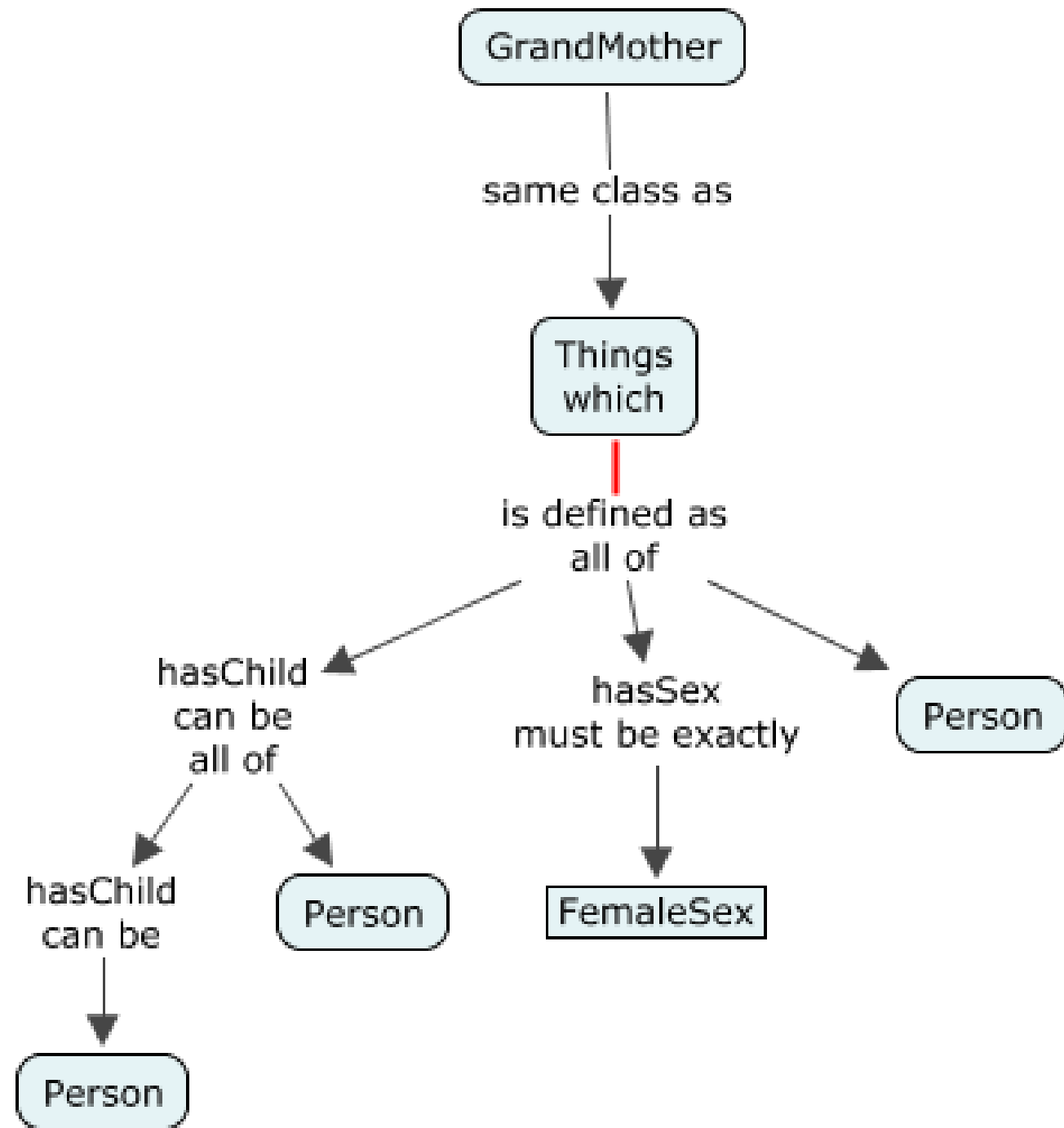
■ Éléments sémantique

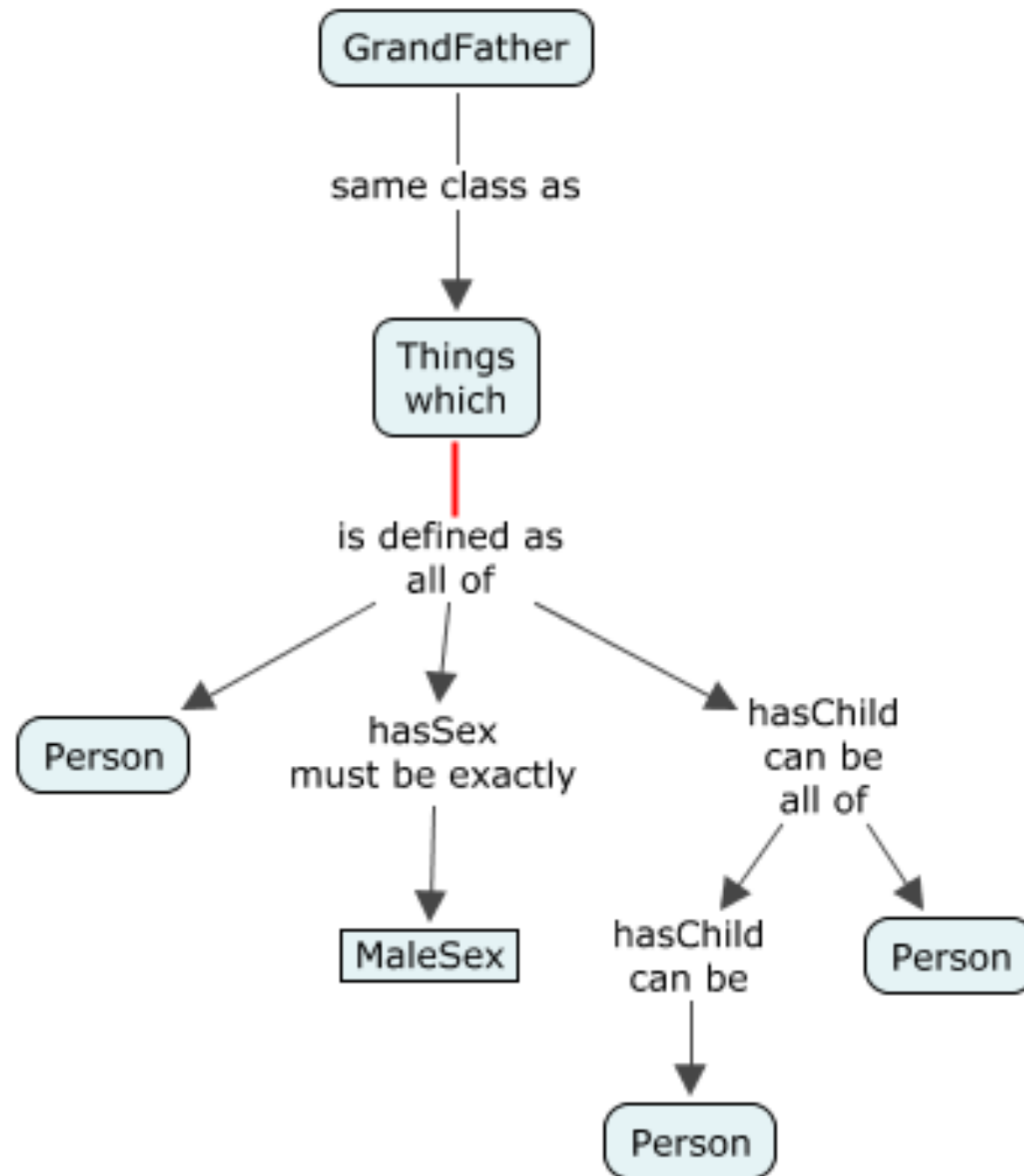
- Relations entre classes
 - Définies par leur nom, domaine et co-domaine
 - Sous-relations possibles
- Axiomes (contraintes)
 - Conditions de validité des concepts et des relations entre concepts

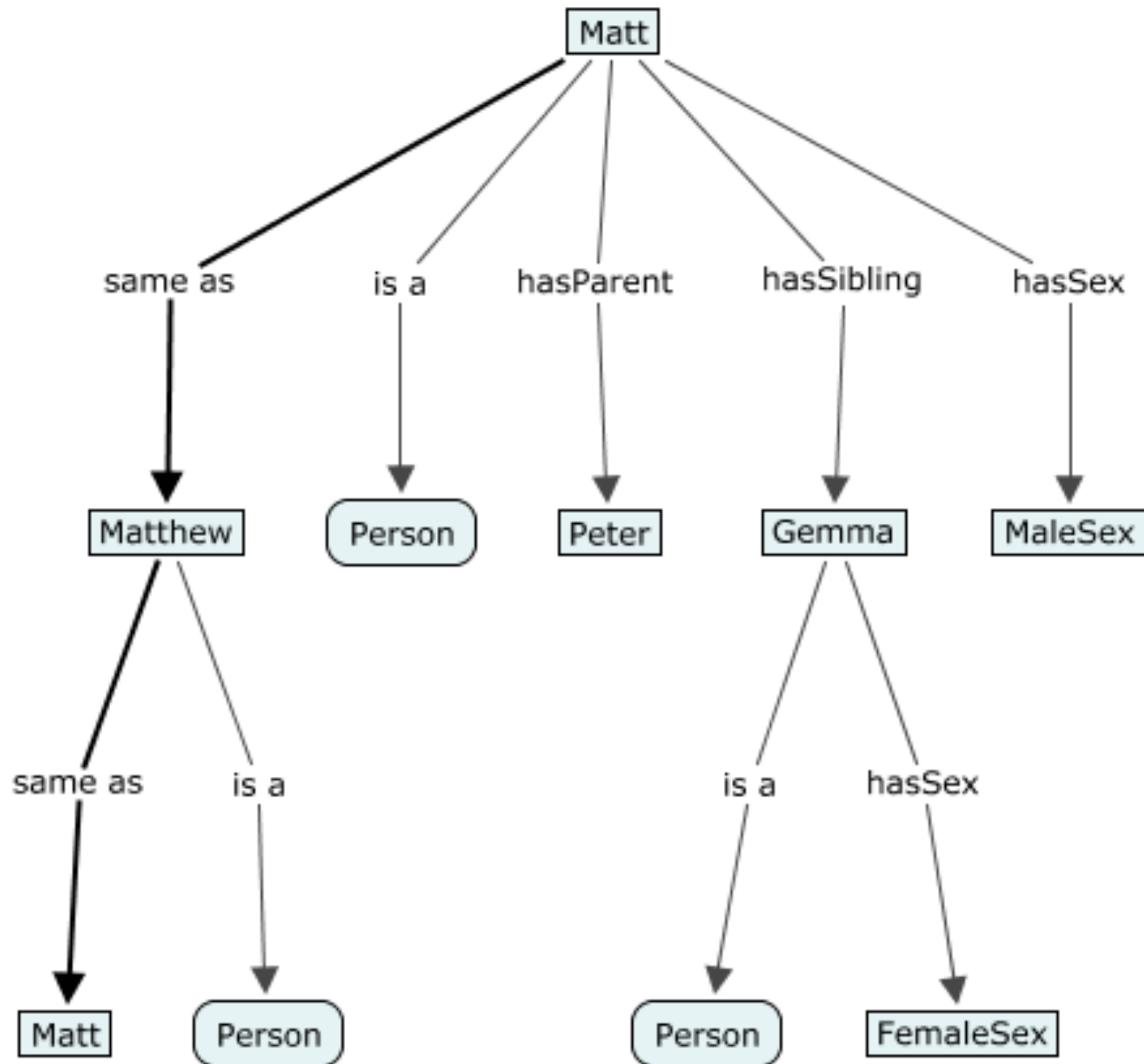
Exemple d'ontologie OWL

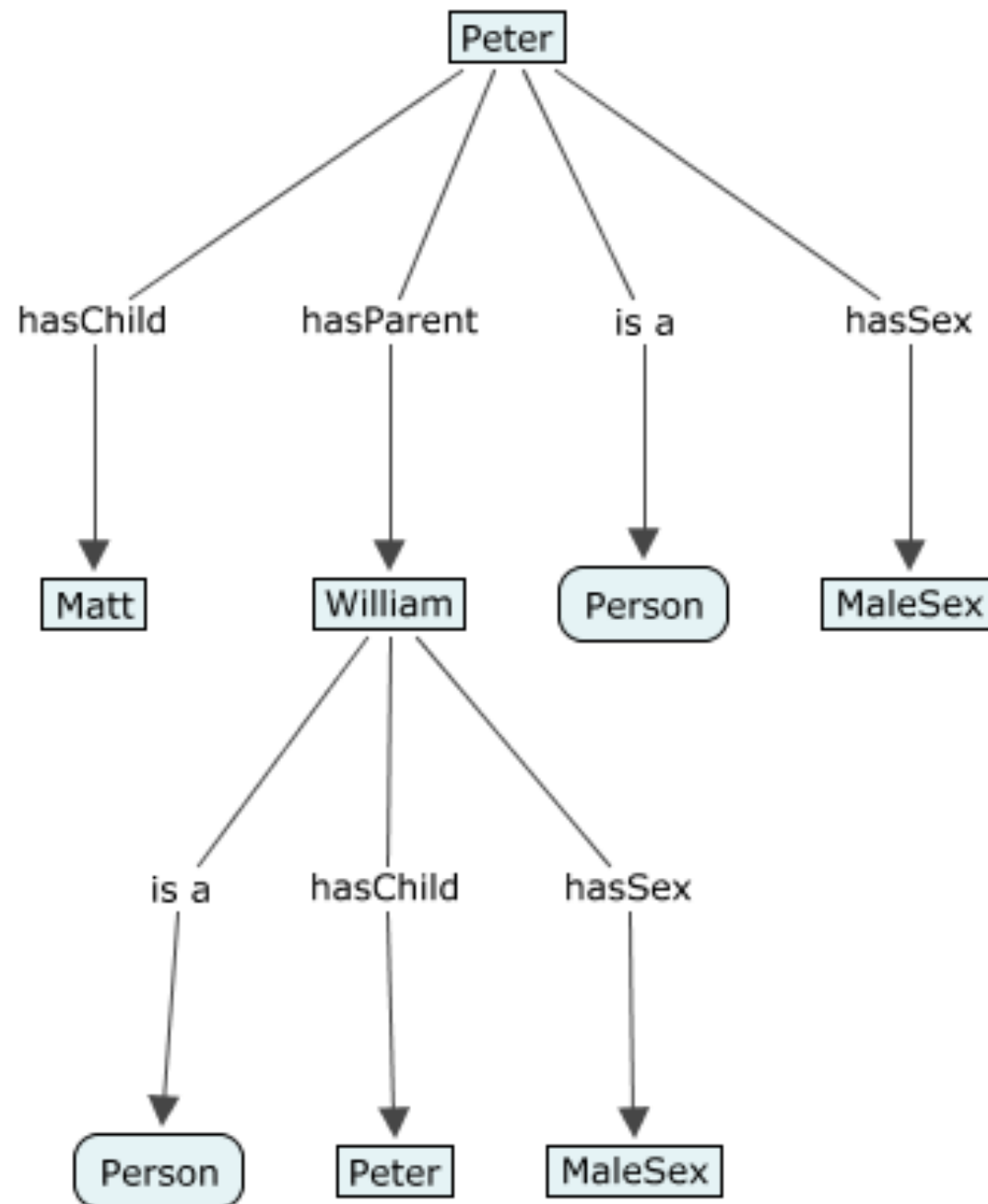
Généalogie

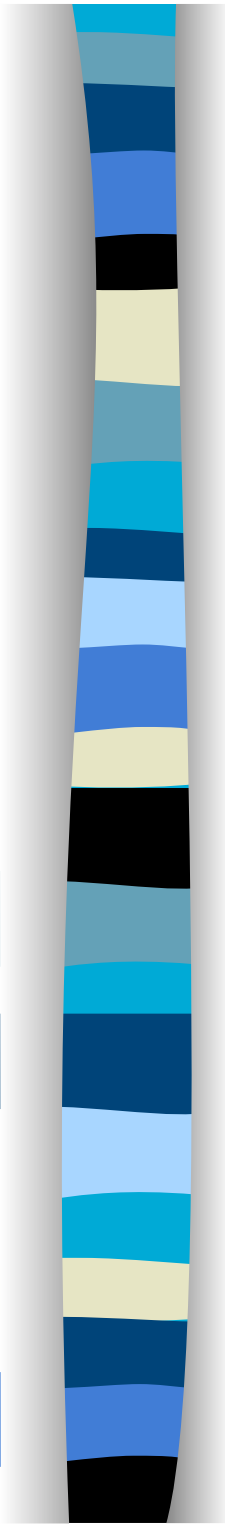












Comment construire une ontologie?

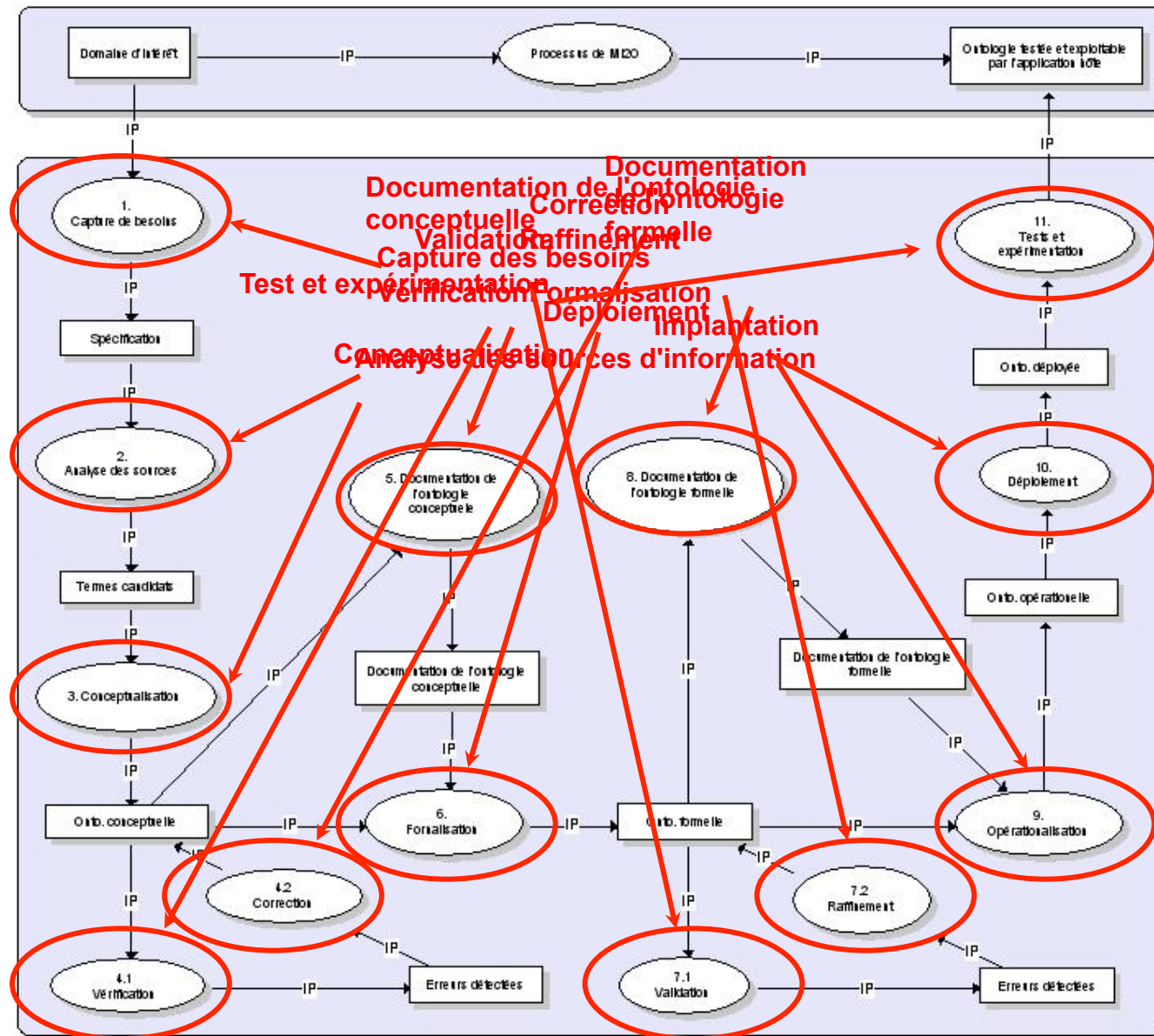
■ Un partage entre humains qui s'étend

- Une volonté de partage de connaissances suffit
- Pas besoin d'une formalisation pré-existante ni d'un consensus explicite
- L'ontologie précise la **frontière**
 - de ce que la communauté partage
 - Et de ce qu'elle ne partage pas
- Construire l'ontologie permet de faire avancer cette frontière.

■ Des méthodes

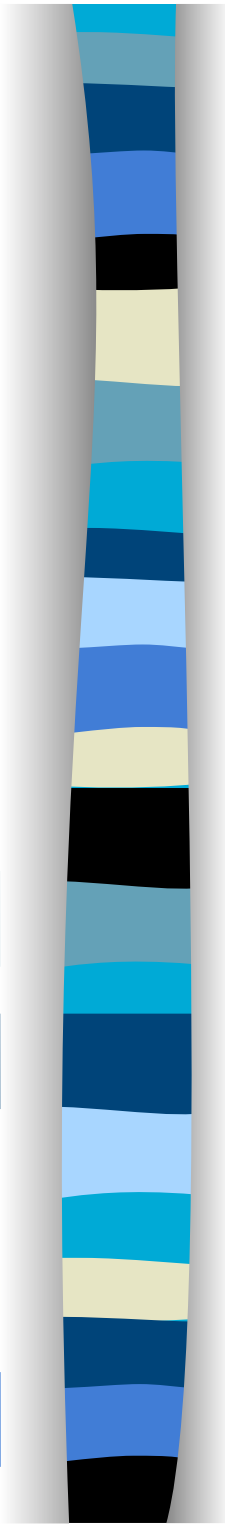
- Inspirées des méthodes de développement logiciel
- Mais l'ontologie n'est pas que du code.
 - Représentation d'une connaissance, interprétée par un humain
 - Conceptualisation résultant d'un consensus d'une communauté.
- Des principes spécifiques
 - Pragmatiques
 - Théoriques

Exemple de méthodologie



Principes d'ingénierie des ontologies

Principe d'ingénierie	Description du principe
Clarté/Objectivité (Gruber, 93)	Il faut accompagner les termes de l'ontologie de définitions objectives et documentés en langage naturel.
Complétude/Perfection (Gruber, 93)	Une définition exprimée par des conditions nécessaires et suffisantes est préférable à une définition partielle.
Cohérence (Gruber, 93)	Une ontologie cohérente doit permettre des inférences conformes à ces définitions.
Extensibilité monotone maximale (Gruber, 93)	L'ajout de nouveaux concepts à l'ontologie ne doit pas entraîner la révision des définitions existantes.
Engagements ontologiques minimal (Gruber, 93)	Minimiser les affirmations sur le domaine à modéliser.
Distinction ontologique (Borgo et <i>al.</i> , 96)	Spécialiser les concepts tant que l'on peut leur appliquer le critère d'identité
Modularité minimale (Bernaras et <i>al.</i> , 96)	Minimiser les couplages entre arbres conceptuels (ontologies vues comme des modules).
Distance sémantique minimale (Arpirez et <i>al.</i> , 98)	Minimiser la distance entre les concepts enfants de mêmes parents.
Normalisation des termes (Arpirez et <i>al.</i> , 98)	Normaliser les termes dès que cela est possible afin d'assurer une uniformité dans la façon de les libeller.



Une ontologie des contenus des programmes scolaires

- Représenter les connaissances mathématiques enseignées pour
 - Référencer des objets informatiques support d'activités mathématique
 - Les rechercher
 - Pour un élève donné
 - Caractériser ses réponses
 - Mémoriser ses connaissances
 - Lui proposer des activités en fonction de ses connaissances
 - Répartir les élèves en groupes cohérents
 - ...
- Exemple : Geoskills dans InterGeo



co-funded by the Community
programme eContentplus

Interoperable Interactive Geometry for Europe



Intergeo

Interoperable Interactive Geometry for Europe

I2G
INTERGEO

Géométrie Dynamique Interoperable

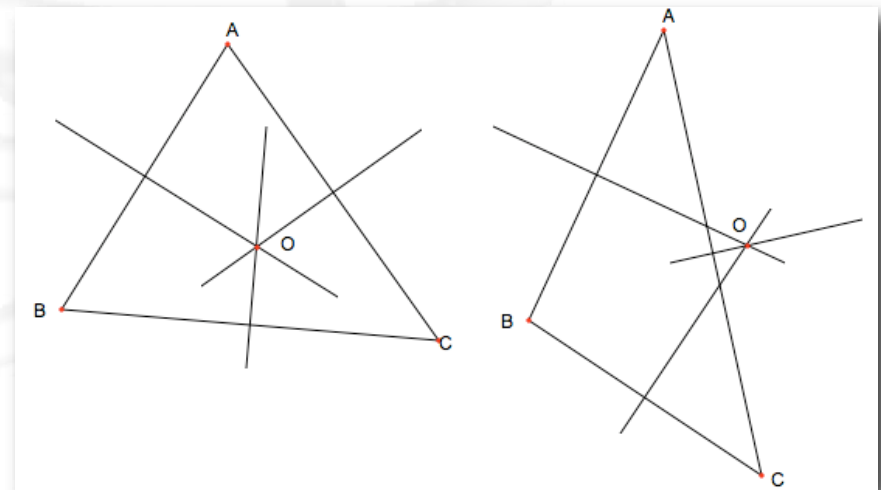
- Une utilisation établie de la géométrie dynamique
- Le partage pourrait être important
 - Mais reste limité par les barrières des formats et des langues

- Intergeo

- Un format de fichier commun
- Une plateforme d'échange
- Une communauté

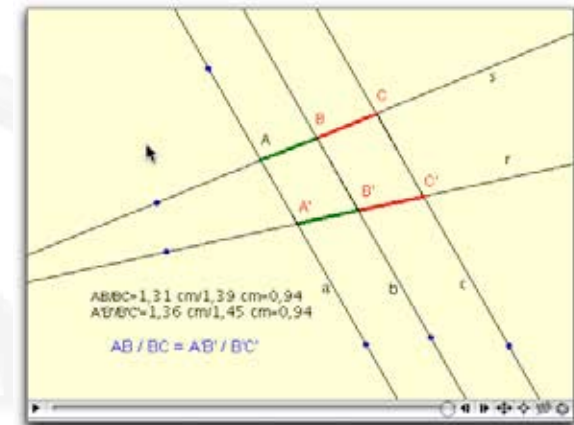
- ... au niveau de l'Europe

- Inter-curriculum
- Multilingue



Scénario idéal

- Un enseignant Espagnol a produit
 - Une construction Cabri-Géomètre
 - Sur le théorème de Thales
 - Il le met à disposition sur i2geo.net
- Un enseignant Ecossais voudrait
 - Des ressources interactives
 - sur les homothéties (« enlargement »)
 - et les mesures
 - Il cherche sur i2geo.net
- Cela devrait **correspondre**
- Quel texte doit-il entrer?



GeoSkills

Une ontologie des curriculums en géométrie

- Un double objectif

- Sémar
 - géomé

- Lingu
 - dans c

- Compos

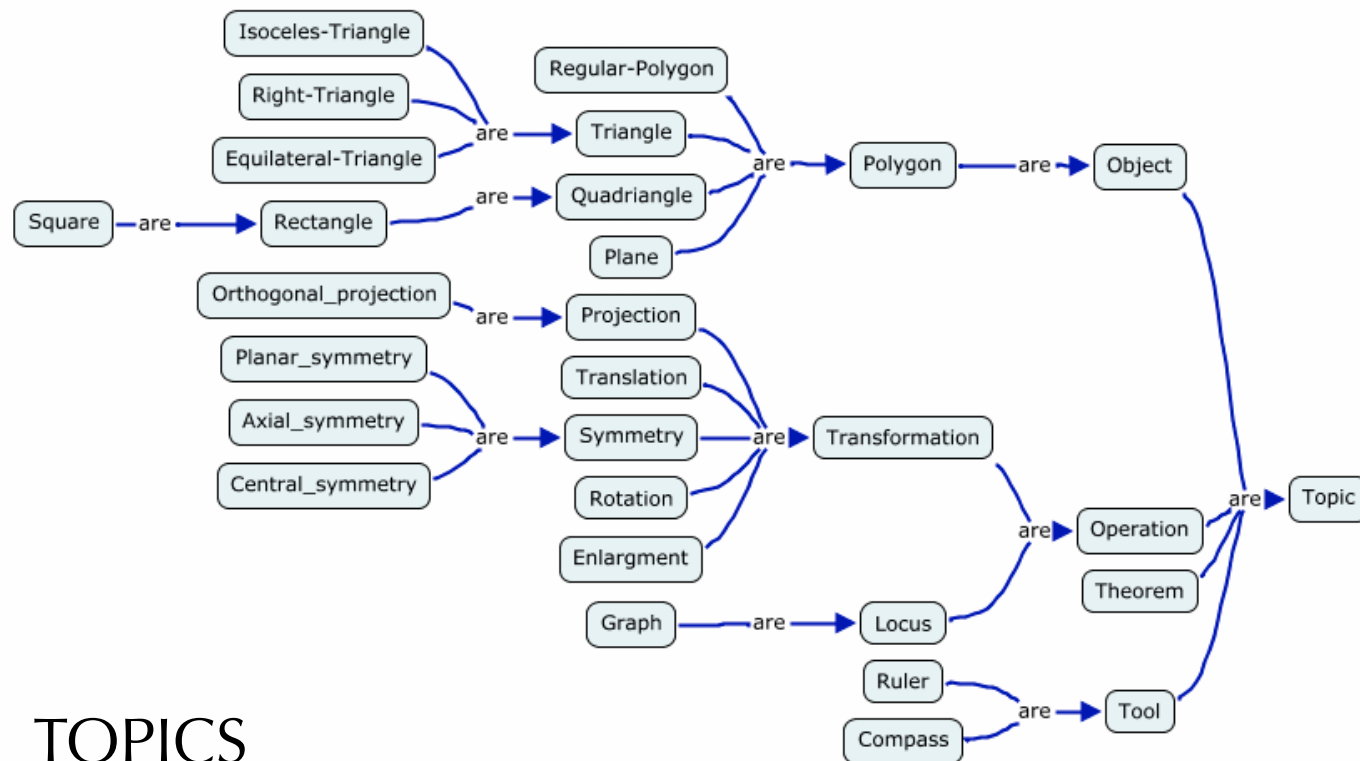
- De n

- De c

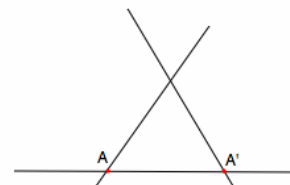
- Un TOPICS

- De

- De niveaux scolaires



GeoSkills : exemple



PROGRAMMES DE L'ENSEIGNEMENT
DES MATHÉMATIQUES, DES SVT,
DE PHYSIQUE-CHIMIE DU COLLÈGE

L.B.O.
N° 6
19 AVRIL
2007
HORS-SÉRIE

63

constructSegmentDivided

V	Configuration de Thalès	Connaître et utiliser dans une situation donnée les deux théorèmes suivants : - Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d, distincts de A. Soient C et N deux points de d', distincts de A. Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$ - Soient d et d', deux droites	Il s'agit de prolonger l'étude commencée en classe de quatrième. L'étude du théorème de Thalès et de sa réciproque est l'occasion de traiter des situations de proportionnalité dans le cadre géométrique. Elle conforte la prise de conscience par les élèves des liens qui existent entre divers domaines des mathématiques. La réciproque est formulée en tenant compte de l'ordre relatif des points sur chaque droite. Comme dans les classes précédentes, l'utilisation d'un logiciel de construction	Pour le socle, il est seulement attendu des élèves qu'ils sachent utiliser en situation ces propriétés. Seule la configuration abordée en classe de quatrième fait l'objet d'une capacité exigible. Les élèves n'ont pas à distinguer formellement le théorème direct et sa réciproque. On reviendra sur le cas particulier de la droite des milieux.
---	--------------------------------	---	--	--

refers-to: enlargement
refers-to: V-configuration
refers-to: ratio...

belongs to: France 3ème, ESO

TOPIC

Exemple de résultat

HOME

- TROUVER
- CONTRIBUER
- CONNECTER
- AIDE
- AU SUJET DE I2GEO

Signalez un ennui

FAN CLUB

facebook **I2G** Fans: 208
INTERGEO

PETITES VIDÉOS D'INTRODUCTION



Créer une ressource GeoGebra

Simple Resource Search

Recherche simple classé par pertinence par rapport à la recherche

Vous avez cherché : utiliser le théorème de Thalès
(détails...)

Produit de deux nombres positifs ★★★★★

Figure de la construction à la règle et au compas du produit de deux nombres positifs utilise le th
by Le Matou contribué par Sassenou Université Montpellier 2, Institut de Mathématiques et de Modélisation de Montpellier, I3M) mise à jour 2010-05-07 10:34

Application du théorème de Thalès ★★★★★

Cette activité permet de montrer à l'élève que les rapports dans le théorème de Thalès restent égaux
by salim ousliha contribué par salim) mise à jour 2010-10-01 16:15

Produit de deux nombres positifs (Thalès) ★★★★★

Figure de la construction à la règle et au compas du produit de deux nombres positifs utilise le th
by Le Matou Matheux contribué par Carole Dording) mise à jour 2010-05-07 10:35

Streckung mit Gummiband 2 ★★★★★

Eine Figur wird mit Hilfe eines markierten Gummibandes verkleinert
by Gerhard Bischof contribué par Michael Mikula) mise à jour 2011-01-20 21:48

Hauteur d'une pyramide ★★★★★

Animer le calcul de la hauteur de la pyramide en fonction de l'angle alpha l'angle forme par les ra

PythagorasTheorem

parent: theorem

fr: théorème de Pythagore
en: Pythagoras theorem
es: teorema de Pitágorasrefers-to: right triangle
refers-to: length

TOPIC

Level 7

Pupils understand and apply Pythagoras' theorem when solving problems in two dimensions. They calculate lengths, areas and volumes in plane shapes and right prisms. They enlarge shapes by a fractional scale factor, and appreciate the similarity of the resulting shapes. They determine the locus of an object moving according to a rule. They appreciate the imprecision of measurement and recognise that a measurement given to the nearest whole number may be inaccurate by up to one half in either direction. They understand and use compound measures, such as speed.



Connaissances	Capacités	Exemples d'activités, commentaires	Commentaires spécifiques pour le socle
Triangle rectangle : théorème de Pythagore et sa réciproque 	- Caractériser le triangle rectangle par le théorème de Pythagore et sa réciproque. - Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres. En donner, si besoin est, une valeur approchée, en faisant éventuellement usage de la touche $\sqrt{\quad}$ d'une calculatrice.		Il est seulement attendu des élèves qu'ils sachent utiliser en situation cette propriété. Dans les exigences du socle, on ne distingue pas le théorème de Pythagore direct de sa réciproque (ni de sa forme contraposée). On considère qu'il y a équivalence entre l'égalité de Pythagore et la propriété d'être rectangle, sans que cette caractérisation ait à être formalisée.

Capacité : « construire un triangle connaissant la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents »

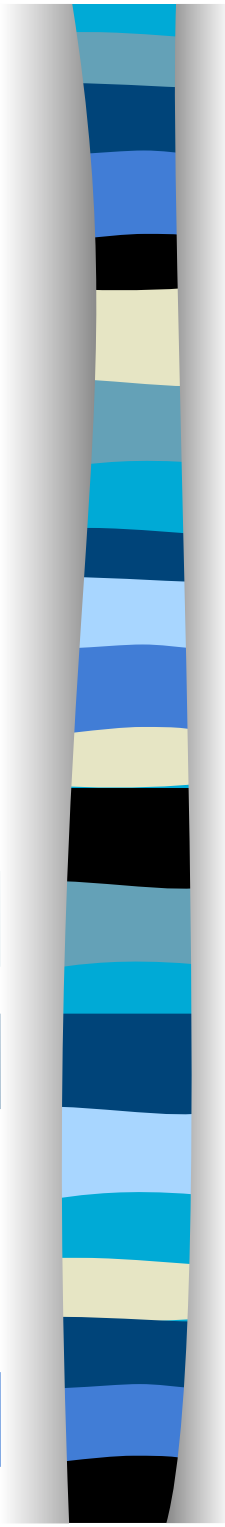
The screenshot displays the I2G software interface, which is divided into three main panels: CLASS BROWSER, INSTANCE BROWSER, and INDIVIDUAL EDITOR.

CLASS BROWSER: Shows a hierarchy of classes. The selected class is **Construct_triangle** (9), which is a subclass of **Construct** (18). Other classes visible include **owl:Thing**, **Competency**, **AlgebraicCompetency**, **FunctionsCompetency**, **GeometricCompetency**, **Construct_net_of_solid** (2), **Construct_quadrilateral** (8), **Construct_the_transformed**, **Construct_with_ruler_and_c**, **Transfer** (1), **Decompose**, **Manipulate_geometric_objects**, **Reproduce** (7), **ToMeasure** (3), **TransversalCompetency**, **EducationalLevel** (148), **EducationalPathway** (110), **EducationalProgram** (22), **EducationalRegion** (29), **NamableBit**, **NamedElement**, **Resource** (3), **Topic** (1), **Basic_topics** (1), **Calculation** (1), **ConstructionRecipe** (1), and **Data_analysis** (1).

INSTANCE BROWSER: Shows the asserted instances of the selected class **Construct_triangle**. The instances listed are: **Construct_RightAngledTriangle**, **Construct_equilateral_triangle**, **Construct_equilateral_triangle_using_grad**, **Construct_isosceles_triangle_using_gradu**, **Construct_right_angled_triangle_using_gra**, **Construct_triangle_with_given_ASA** (selected), **Construct_triangle_with_given_SAS**, and **Draw_isosceles_triangle**.

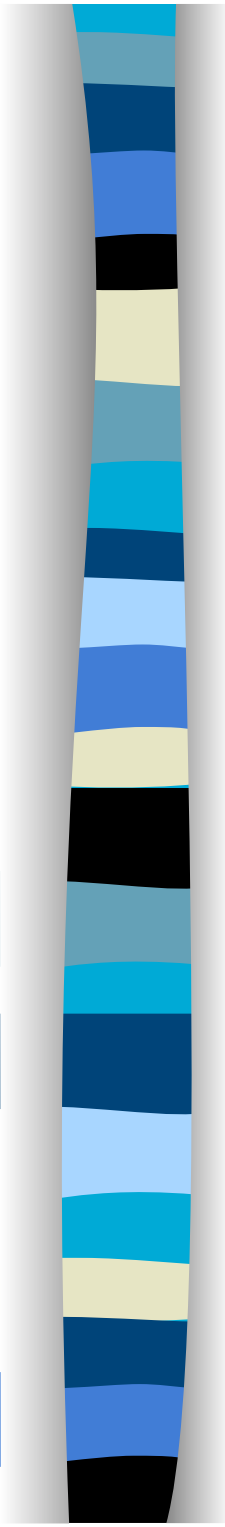
INDIVIDUAL EDITOR for Construct_triangle_with_given_ASA: Shows the details of the selected instance. The URL is http://www.inter2geo.eu/2008/ontology/ontology.owl#Construct_triangle_. The editor displays the following properties:

- rdfs:comment:** A text area for the comment.
- commonName:** A table with two columns: Value and Lang. The value is "construct a triangle with giv... en" and the language is "fr".
- defaultCommonName:** A table with two columns: Value and Lang. The value is "construct a triangle with giv... en" and the language is "fr".
- belongsToCurriculum:** A list containing **Programme_de_Maths_Seme**.
- hasTopic:** A list containing **Angle_fig_r** and **Length_r**.



Les apports de l'ontologie geoskills pour référencer les ressources

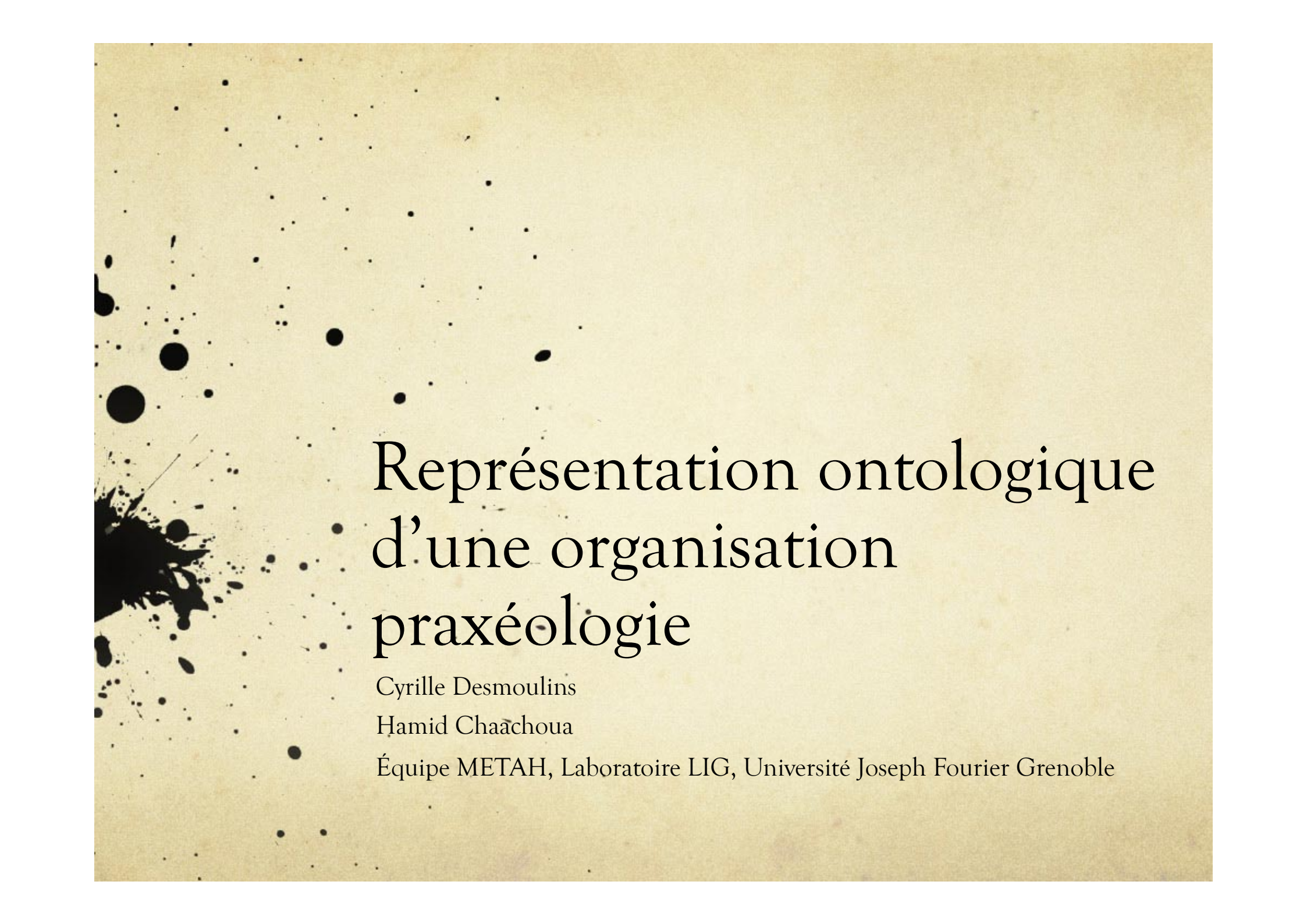
- Un référentiel unique et stable, indépendant des dénominations et relié aux programmes
- Un référentiel sémantique
 - Organisation des notions entre elles
 - Organisation des capacités entre elles et par rapport aux notions
- Qui permet des services sémantiques
 - Cohérence
 - Classification automatique de capacités
 - Définition rapide de thématique par lien avec les notions et les catégories de capacités



Les attentes supplémentaires sur une de l'ontologie des capacités/notions

- Lier sémantiquement les capacités entre elle
 - capacité plus générale qu'une autre
 - pré-requis entre capacités
 - ...
- Plus de sémantique entre les notions
 - Par exemple
 - Définitions d'une droite par rapport à d'autres objets
 - Expressions algébriques construites sur d'autres types expressions
 - ..

Pour pouvoir étendre les recherches
« mathématiquement »



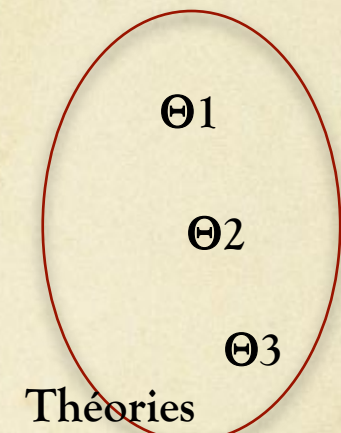
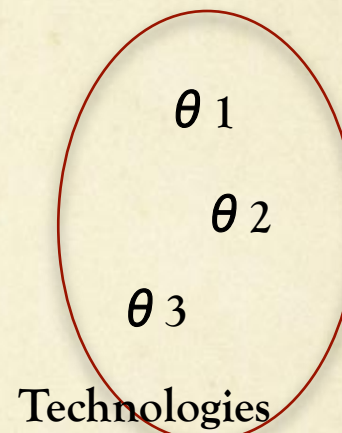
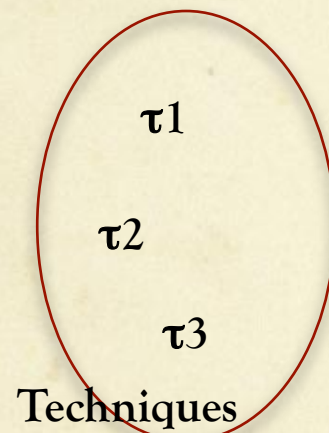
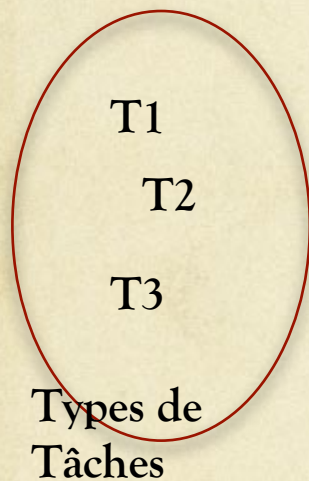
Représentation ontologique d'une organisation praxéologie

Cyrille Desmoulins

Hamid Chaachoua

Équipe METAH, Laboratoire LIG, Université Joseph Fourier Grenoble

Des ensembles et leurs éléments



Description des éléments d'une praxéologie

Types de tâche T

Un type de tâche T est définie par un verbe (genre de tâche) et un type d'objet mathématique

Technique τ

Une technique τ est composée de plusieurs types de tâches (T_i) organisées par des opérateurs d'ordonnancement ($//$, et, ou).

Technologie θ

- Une technologie *atomique* est une règle exprimée par une implication ou équivalence. (Théorème, loi, propriété, règle du contrat didactique)
- Une technologie peut se composer d'autres technologies

Théorie θ

Une théorie Θ a une dénomination unique

Des relations entre éléments d'une praxéologie

Relations T/τ

- Un type de tâche T *est accomplie par* une ou plusieurs techniques τ
- Une technique τ *accomplit* un et un seul type de tâche T

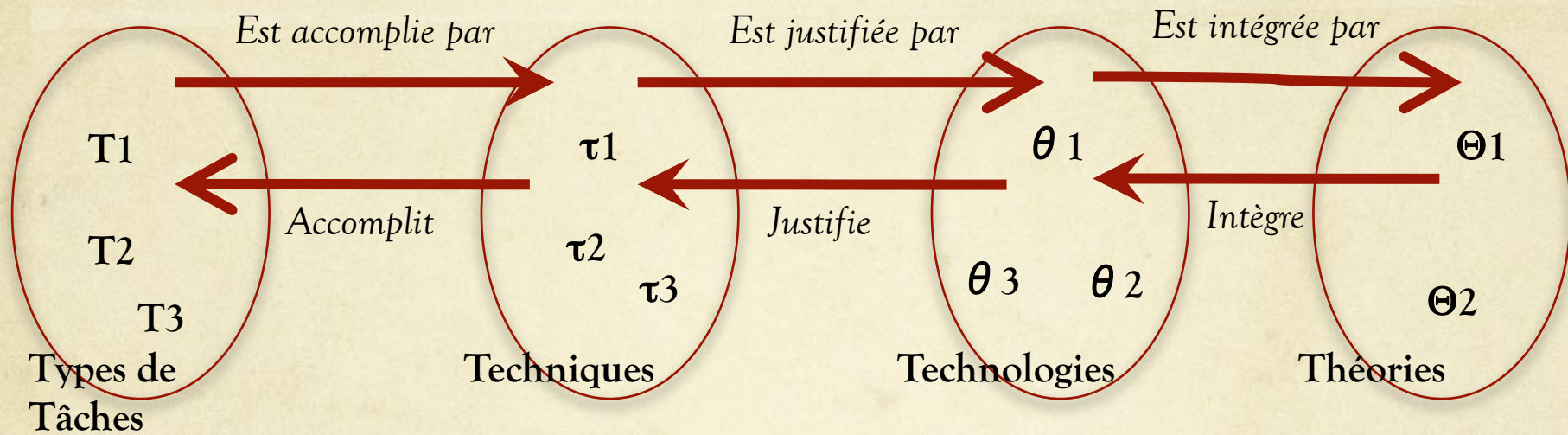
Relations τ/θ

- Une technique τ *est justifiée par* une et une seule technologie θ
- Une technologie θ *justifie* une ou plusieurs techniques τ

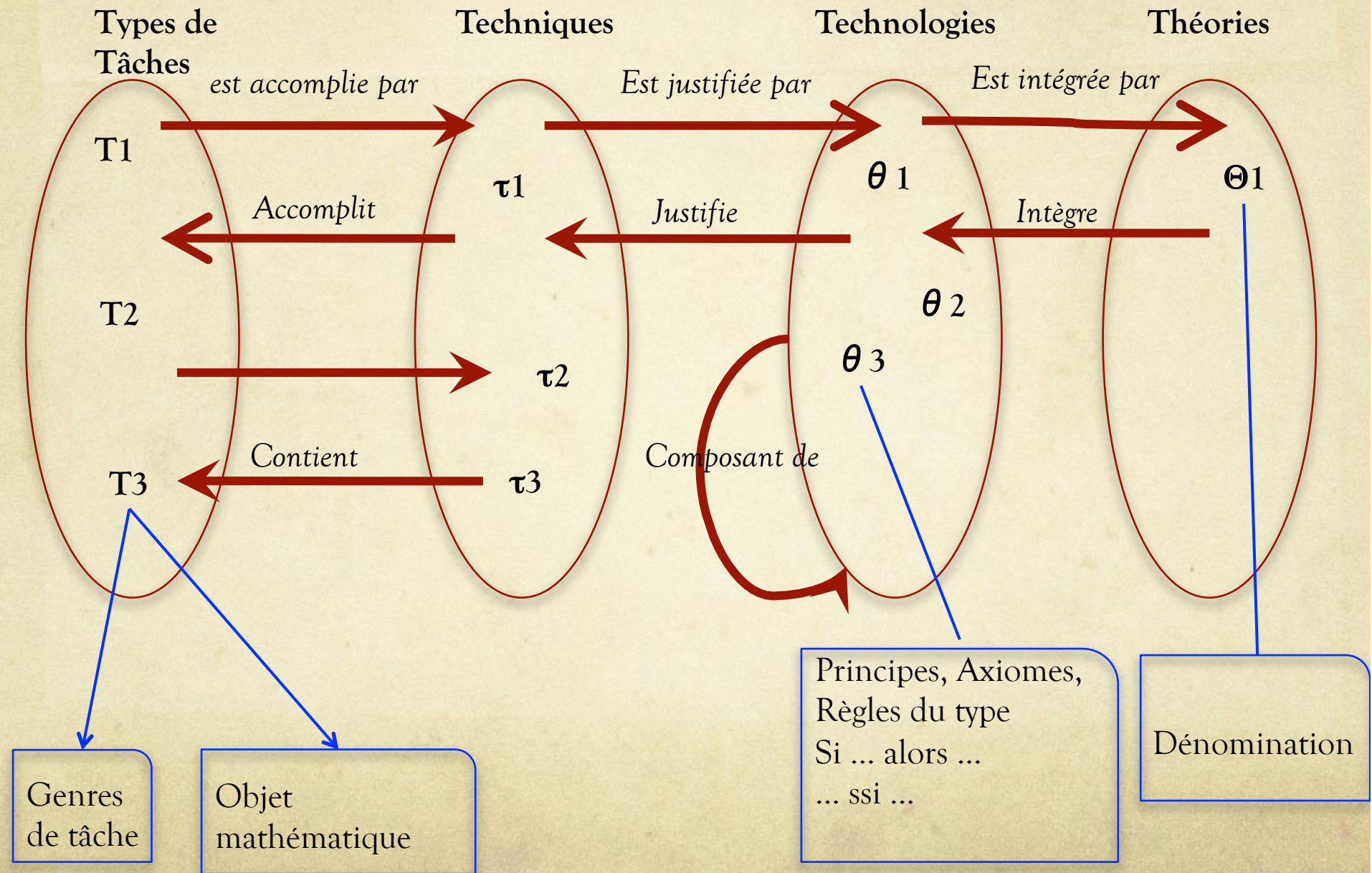
Relations θ/Θ

- Une technologie θ *est intégrée dans une* théorie Θ
- Une théorie Θ *intègre* une ou plusieurs technologies θ

Relations entre les éléments d'une praxéologie



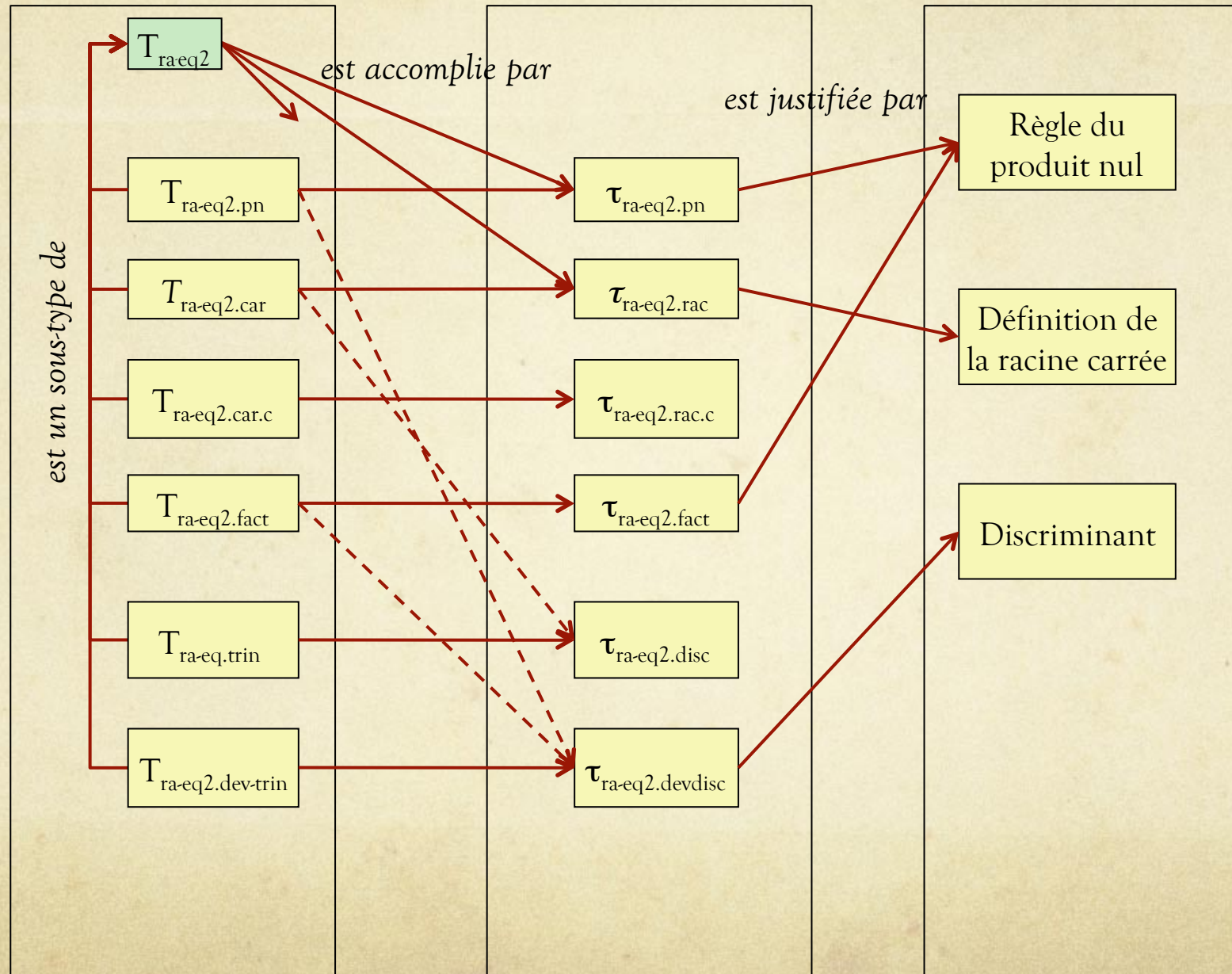
Relations entre les éléments d'une praxéologie

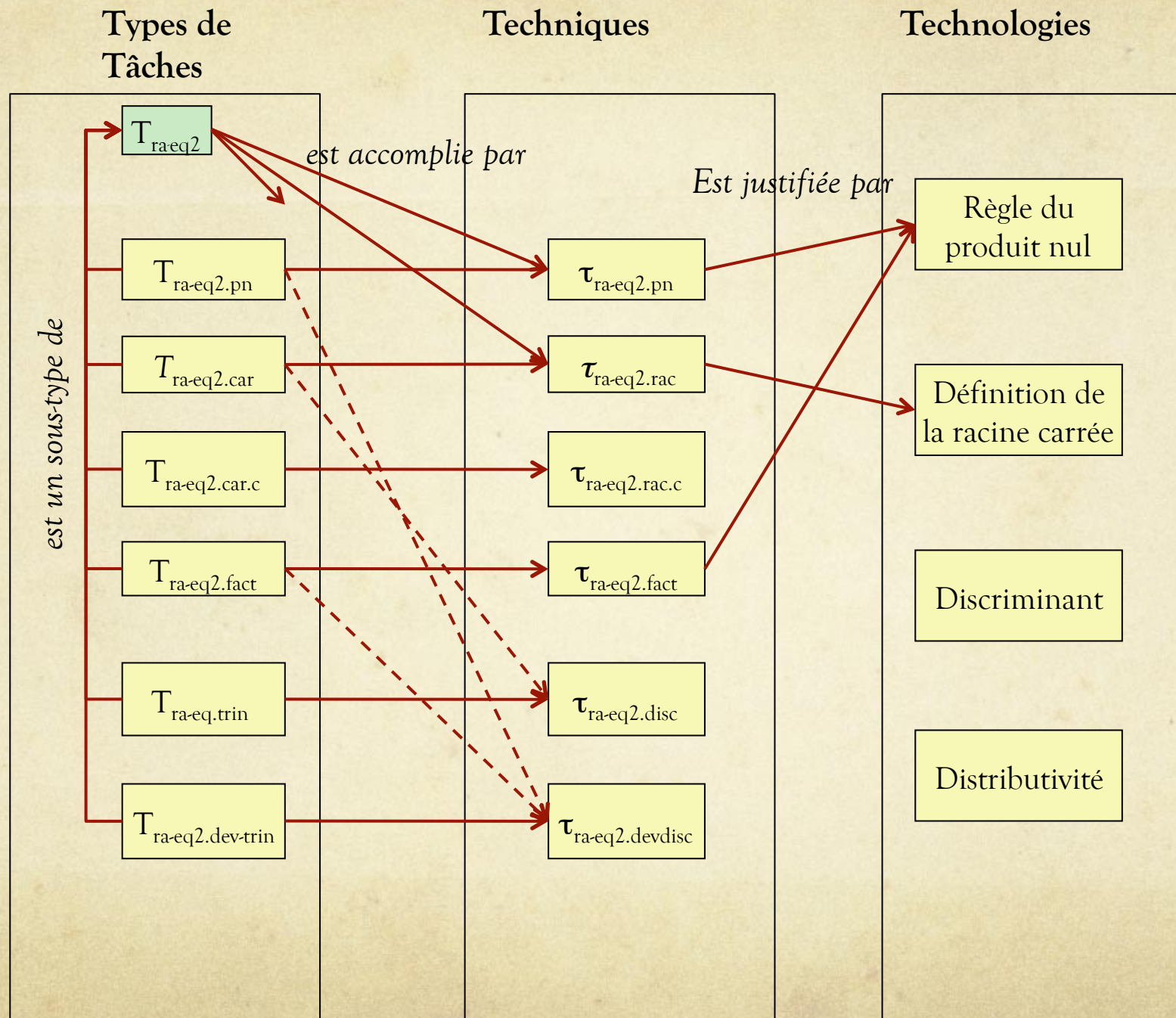


Types de Tâches

Techniques

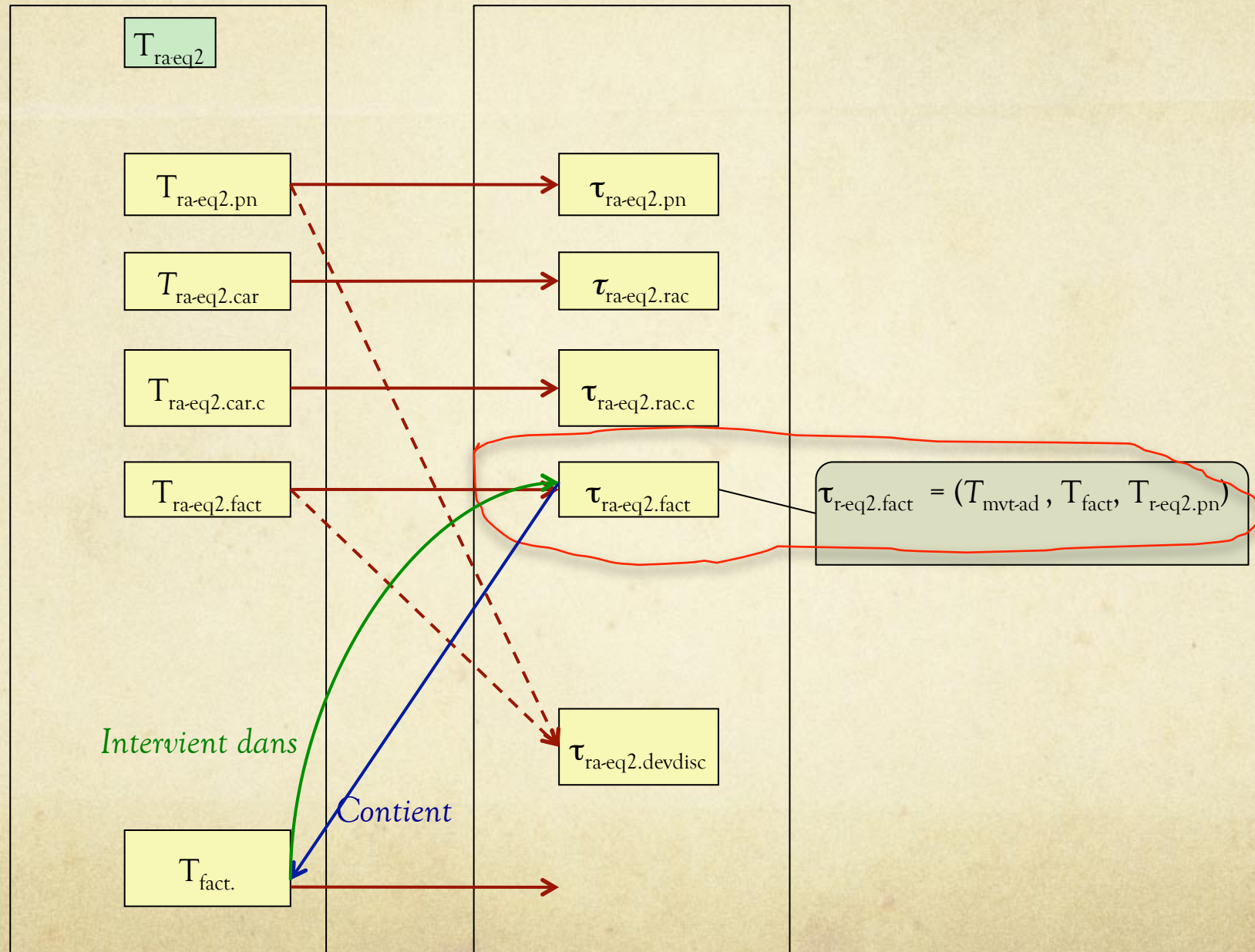
Technologies





Types de Tâches

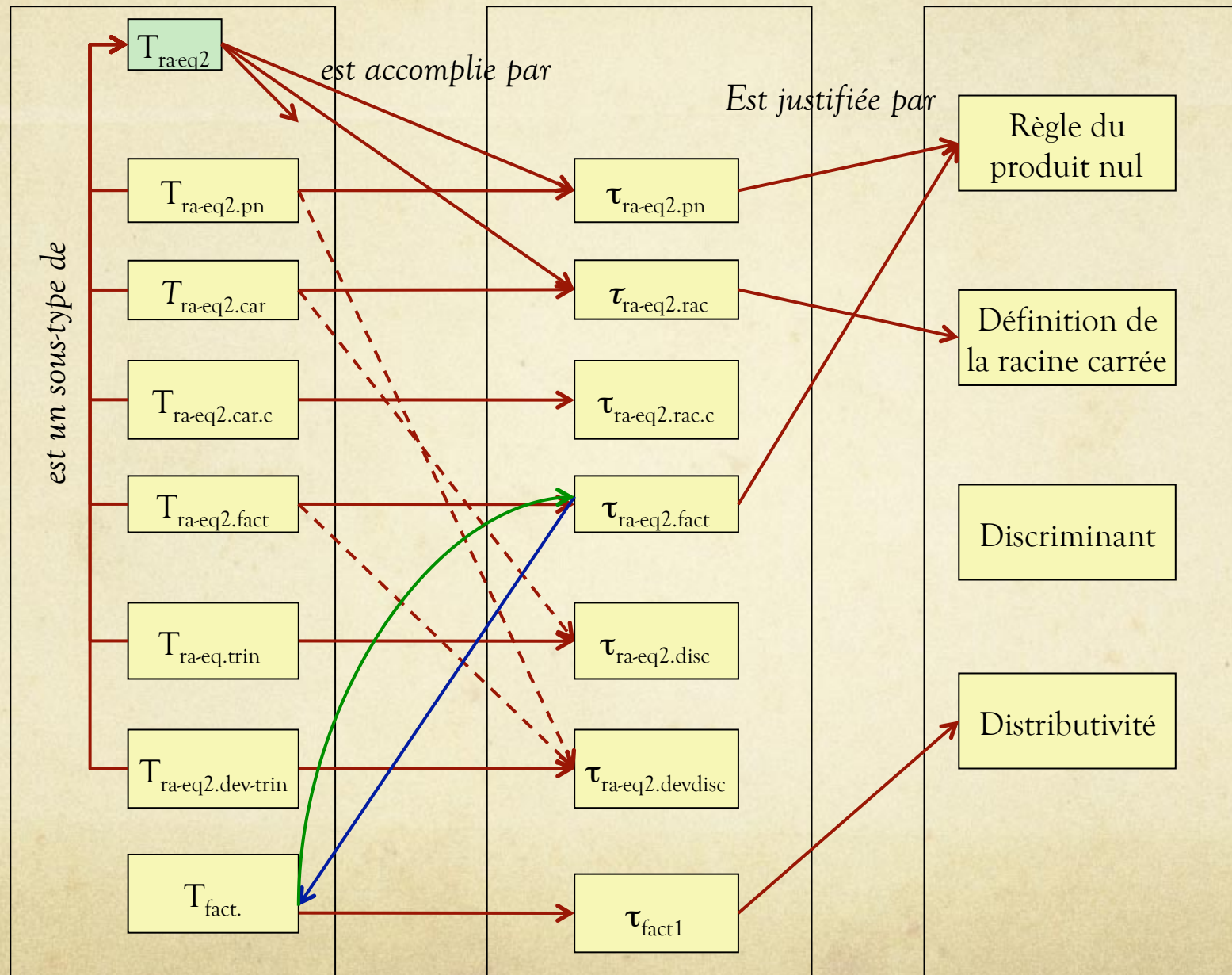
Techniques

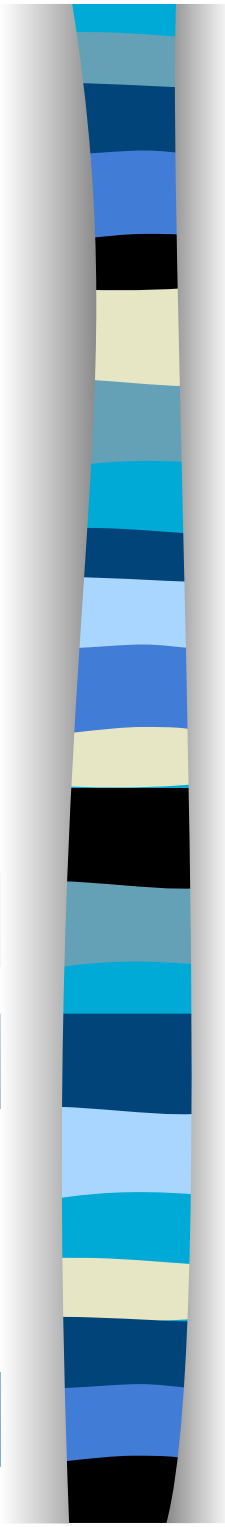


Types de Tâches

Techniques

Technologies





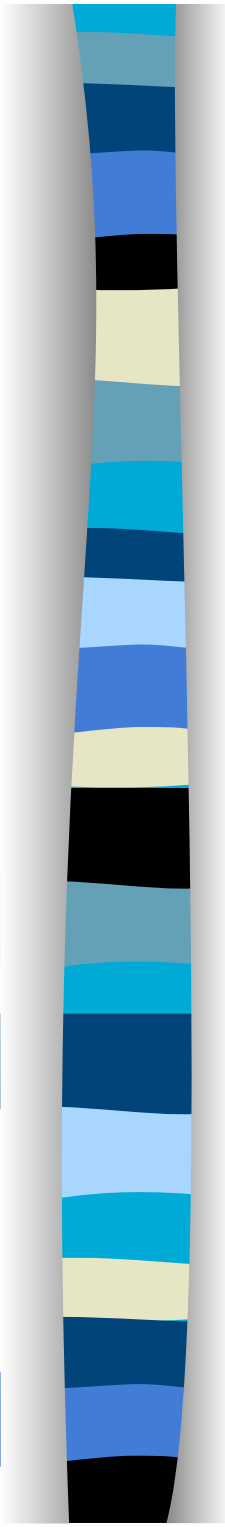
Ontologie des mathématiques?

■ Un projet très ambitieux!

■ OpenMath : une premier stade

- Une syntaxe générale d'objet mathématique
 - Opérateur, paramètre, etc.
 - Basée sur XML
- Une sémantique basée
 - Sur la sémantique générale des primitives
 - Sur des axiomes formels / autres objets
 - Sur une description en langage naturel
- MathML (norme W3C) définit la présentation de l'objet mathématique à l'écran
- OmDoc réunit OpenMath et MathML

■ Mais pour quel usage?



Une ontologie des publications sur l'enseignement des mathématiques?

- Pour quels usages?
- Ce qui ne convient pas
 - Nos ontologies des programmes scolaires
- Ce qui est disponible
 - OpenMath
 - Partie 510 de la classification documentaire de Dewey (dernière mise à jour)
 - Environ 500 éléments
 - Jusqu'à 6 niveau de classification
 - Mais une décomposition thématique, peu sémantique