

Approche bilingue dans l'enseignement des mathématiques à Madagascar

Télé-séminaire International des IREM

Fidy Heritiana ANDRIANARIVONY

08 Janvier 2021

Université de Montpellier - Laboratoire IMAG

Plan

Cadre de référence

Questions de recherche et Hypothèses

Cadre méthodologique

Résultats

Conclusion et Perspectives

Cadre de référence

1896-1960: Epoque de la colonisation

- Première création de l'école à Madagascar
- Ce sont les colonisateurs qui ont introduit l'école
- Adaptation d'un système d'enseignement français à Madagascar: programme scolaire et langue d'enseignement français

1896-1960: Epoque de la colonisation

- Première création de l'école à Madagascar
- Ce sont les colonisateurs qui ont introduit l'école
- Adaptation d'un système d'enseignement français à Madagascar: programme scolaire et langue d'enseignement français

1960-1975: Première republique

- Le système d'enseignement n'était pas changé.
- Mais avec l'indépendance, il était impératif de tout reconsidérer en fonction de réalités nouvelles et des besoins du pays
- On a remarqué que : "*Les petits Malgaches avaient un double effort à fournir: celui de comprendre la langue d'enseignement des matières et celui de retenir les matières enseignées.*" (Razanavao, 2009)

1975-1992: Deuxième republique

- Marque le changement radical du système éducatif malgache: **la malgachisation de l'enseignement**

- Les jeunes reformateurs disaient: " *Pour nous libérer de cet asservissement total, il est inutile d'écouter les anciens colonisés jusqu'à la moelle des os; nous devons lutter et malgachiser notre enseignement et nos principes d'éducation, il faut que cette lutte soit radicale, surtout la lutte contre la langue française qui est l'instrument par excellence de lavage de cerveaux et de destruction de l'identité culturelle malgache.*"
(Cité par Razanavao, 2009)

1992 à nos jours: Les conséquences de la malgachisation

- Plusieurs personnes n'étaient pas d'accord avec la malgachisation : il faut chercher un malgache commun
- Puis il faut créer, à partir du malgache commun encore à inventer, le malgache technique et scientifique (maths, SVT, PC, ...)
- Les accès à l'enseignement supérieur et aux études à l'étranger étaient devenus impossibles pour les bacheliers malgaches qui souhaitent continuer leurs études
- Retour vers la langue française en 1991
- Les élèves et les enseignants malgaches ont subi une perte énorme dans leur maîtrise de langue: français et malgache

Théorie des champs conceptuels (Vergnaud 1990)

- Un concept ne peut être acquis qu'à travers ses formes langagières et ses formes symboliques
- L'énonciation joue un rôle important dans les apprentissages

Théorie des champs conceptuels (Vergnaud 1990)

- Un concept ne peut être acquis qu'à travers ses formes langagières et ses formes symboliques
- L'énonciation joue un rôle important dans les apprentissages
- Il existe deux langues pour enseigner les mathématiques à Madagascar: le français et le malgache
- Les différences entre les conceptualisations permises par l'une ou l'autre peuvent être alors une source de difficultés par les élèves ou au contraire favoriser certains apprentissages (Barwell *et al.* 2016)

Les registres de représentations sémiotiques (Duval 1993)

- Les deux langues citées ci-dessus (français et malgache) font partie du registre de représentations sémiotiques
- "*On considère généralement les représentations sémiotiques comme un simple moyen d'extériorisation des représentations mentales pour des fins de communications, c'est-à-dire pour rendre visibles ou accessibles à autrui*" (Duval 1993, p.39)
- Les représentations ne sont pas seulement nécessaires à des fins de communications, elles sont également essentielles pour l'activité cognitive de la pensée

Théorie des situations didactiques (Brousseau 1989)

- Un cadre à la fois théorique et méthodologique
- Elle nous a permis d'une part, d'introduire une différenciation dans nos analyses linguistiques et sémiotiques en fonction des situations didactiques en jeu
- Cinq types de situations didactiques sont retenus: *action, formulation, validation, évaluation et institutionnalisation*

Quelques concepts de la logique

- L'implication mathématique est exprimée par l'idiome "si ... alors":

$$p \Rightarrow q$$

- Elle est vraie dans trois cas: les deux cas où q est vraie et le cas où p et q sont simultanément fausses. Elle n'est fausse que si q est vraie et p est fausse

- Une implication universellement quantifiée: $\forall x \in E, p(x) \Rightarrow q(x)$ (pour tout x élément de E , si $p(x)$ alors $q(x)$)

- Sa négation: $\exists x \in E, p(x) \text{ et } \neg q(x)$ (il existe au moins un élément x de E tel que $p(x)$ est vraie et $q(x)$ est fausse)

Questions de recherche et Hypothèses

1. Comment les différents registres sémiotiques, et en particulier les langues malgache et française, sont-ils utilisés par les enseignants et les élèves dans les diverses situations didactiques mise en oeuvre dans une séquence d'enseignement en mathématique au lycée à Madagascar ?
2. Quelle formation des concepts logiques permet la langue malgache ?

Hypothèses

Tous les registres sémiotiques, qu'ils soient langagiers ou symboliques, sont utilisés alternativement par les enseignants et les élèves mais avec des fonctions didactiques différentes, et que les langues malgache et française se complètent pour permettre la formation des concepts mathématiques, logiques en particulier

Cadre méthodologique

Le problème

On donne sur un axe $(x'Ox)$, deux points A et B tels que $\overline{OA} = a$ et $\overline{OB} = -2a$, avec $a > 0$.

- 1- Représenter sur l'axe $(x'Ox)$ les points O, A et B.
- 2- Discuter suivant les valeurs de m l'existence du point M sur l'axe, tel que : $OM^2 = m\overline{MA}.\overline{MB}$ où m désigne un réel fixé

Q1: Représenter sur l'axe $(x'Ox)$ les points O, A et B
 $\overline{OA} = a$ et $\overline{OB} = -2a$ avec $a > 0$.

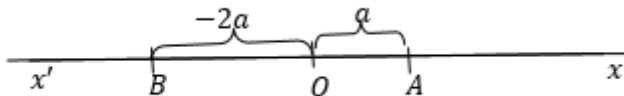


Figure : Réponse attendue à la question 1

Q2: Discuter suivant les valeurs de m l'existence du point M sur l'axe, tel que : $OM^2 = m\overline{MA}.\overline{MB}$ où m désigne un réel fixé

Q2: Discuter suivant les valeurs de m l'existence du point M sur l'axe, tel que : $OM^2 = m\overline{MA} \cdot \overline{MB}$ où m désigne un réel fixé

En posant par x l'abscisse du point M , voici l'équation qui modélise le problème:

$$(m - 1)x^2 + max - 2ma^2 = 0$$

1. Si $m = 1$ alors l'équation est du premier degré, il existe un point M d'abscisse $x = 2a$

Méthodologie - Résolution du problème

1. Si $m = 1$ alors l'équation est du premier degré, il existe un point M d'abscisse $x = 2a$
2. Si $m \neq 1$ alors l'équation est du second degré, il faut calculer le discriminant Δ

$$\Delta = (ma)^2 - 4(m-1)(-2ma^2) = ma^2(9m-8)$$

Méthodologie - Résolution du problème

1. Si $m = 1$ alors l'équation est du premier degré, il existe un point M d'abscisse $x = 2a$
2. Si $m \neq 1$ alors l'équation est du second degré, il faut calculer le discriminant Δ

$$\Delta = (ma)^2 - 4(m-1)(-2ma^2) = ma^2(9m-8)$$

- Si $m \in]-\infty; 0[\cup]\frac{8}{9}; +\infty[$, alors $\Delta > 0$, il existe alors deux points M différents possibles d'abscisses respectives $\frac{-ma-\sqrt{\Delta}}{2(m-1)}$ et $\frac{-ma+\sqrt{\Delta}}{2(m-1)}$

Méthodologie - Résolution du problème

1. Si $m = 1$ alors l'équation est du premier degré, il existe un point M d'abscisse $x = 2a$
2. Si $m \neq 1$ alors l'équation est du second degré, il faut calculer le discriminant Δ

$$\Delta = (ma)^2 - 4(m-1)(-2ma^2) = ma^2(9m-8)$$

- Si $m \in]-\infty; 0[\cup]\frac{8}{9}; +\infty[$, alors $\Delta \succ 0$, il existe alors deux points M différents possibles d'abscisses respectives $\frac{-ma-\sqrt{\Delta}}{2(m-1)}$ et $\frac{-ma+\sqrt{\Delta}}{2(m-1)}$
- Si $m \in]0; \frac{8}{9}[$, alors $\Delta \prec 0$, il n'existe pas de point M

Méthodologie - Résolution du problème

1. Si $m = 1$ alors l'équation est du premier degré, il existe un point M d'abscisse $x = 2a$
2. Si $m \neq 1$ alors l'équation est du second degré, il faut calculer le discriminant Δ

$$\Delta = (ma)^2 - 4(m-1)(-2ma^2) = ma^2(9m-8)$$

- Si $m \in]-\infty; 0[\cup]\frac{8}{9}; +\infty[$, alors $\Delta > 0$, il existe alors deux points M différents possibles d'abscisses respectives $\frac{-ma-\sqrt{\Delta}}{2(m-1)}$ et $\frac{-ma+\sqrt{\Delta}}{2(m-1)}$
- Si $m \in]0; \frac{8}{9}[$, alors $\Delta < 0$, il n'existe pas de point M
- Si $m = 0$, alors $\Delta = 0$, il existe deux points M confondus d'abscisse $x = 0$, c'est-à-dire que les deux points sont confondus en O

Méthodologie - Résolution du problème

1. Si $m = 1$ alors l'équation est du premier degré, il existe un point M d'abscisse $x = 2a$
2. Si $m \neq 1$ alors l'équation est du second degré, il faut calculer le discriminant Δ

$$\Delta = (ma)^2 - 4(m-1)(-2ma^2) = ma^2(9m-8)$$

- Si $m \in]-\infty; 0[\cup]\frac{8}{9}; +\infty[$, alors $\Delta > 0$, il existe alors deux points M différents possibles d'abscisses respectives $\frac{-ma-\sqrt{\Delta}}{2(m-1)}$ et $\frac{-ma+\sqrt{\Delta}}{2(m-1)}$
- Si $m \in]0; \frac{8}{9}[$, alors $\Delta < 0$, il n'existe pas de point M
- Si $m = 0$, alors $\Delta = 0$, il existe deux points M confondus d'abscisse $x = 0$, c'est-à-dire que les deux points sont confondus en O
- Si $m = \frac{8}{9}$, alors $\Delta = 0$, il existe deux points confondus d'abscisse $x = 4a$

Méthodologie - Déroulement de la séquence

Séances	Situations didactiques
Séance 1	Situation d'action pour traiter la question 1 du problème
Séance 2	Situation d'action pour traiter la question 2 du problème
Séance 3	Situation de formulation pour traiter la question 1 du problème
Séance 4	Situation de formulation pour traiter la question 2 du problème
Séance 5	Situation de validation
Séance 6	Situation d'institutionnalisation
Séance 7	Situation d'évaluation

Tableau: Déroulement de la séquence

Résultats

Les obstacles:

- C'est un registre de représentation sémiotique incomplet pour traduire les différents concepts mathématiques existants

Exemple: *carré* et *rectangle* sont traduits de la même manière: *efa-joro*

- Les mots malgaches sont souvent très pratiques et concrets

Exemple: dans la numération, le nombre s'arrête à un million dans le système décimal

1.000.000 = *tapitrisa* (trapitra isa = la fin de nombre)

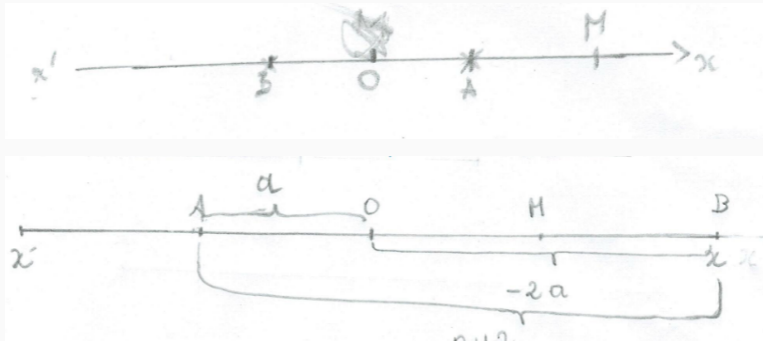
Les atouts: Plusieurs concepts traduits en langue malgache participent à la conceptualisation

Exemples:

- dix-huit (18) = *valo ambin'ny folo*
- 20: *roa im-polo* (2 fois 10); 30: *telo im-polo* (3 fois 10); 40: *efatra im-polo* (4 fois 10)
- triangle = *telo-zoro* (trois angles); équilatéral = *mira-lafy* (côtés égaux)
- parallèle = *mira-zotra* (même direction, direction égale);
- vecteur = *tsilo* (flèche)

Articulation entre les deux registres sémiotiques langagiers

Dès la situation d'action, nous avons remarqué que les élèves ont un manque de connaissance des diverses expressions symboliques et graphiques pourtant couramment utilisées au lycée ou en licence.



Articulation entre les deux registres sémiotiques langagiers

Cette difficulté avec les expressions symboliques est toujours présente chez les élèves pendant la situation d'action pour une détermination du point M.

$$OM^2 = m \overline{MA} \cdot \overline{MB}$$

$$OM = \sqrt{m \overline{MA} \cdot \overline{MB}}$$

$$OM = \sqrt{m \cdot \overline{M(A \times B)}}$$

$$OM = m \dots \dots \dots$$

$$M = \frac{OM^2 - m}{AB} = \frac{ma - m}{-a}$$

$$M = \frac{ma - m}{-a}$$

E13 : Vecteur ve io \overline{OA} io ? (Est-ce que \overline{OA} est un vecteur ?)

Pro : Qui peut m'expliquer cette notation ?

Pro : Iza no afaka manazava anio \overline{OA} io ? (Qui peut m'expliquer la notation \overline{OA} ?)

Pro : Notation-na distance algébrique io \overline{OA} io. Izany hoe, mety ho négatif ary mety ho positif ny distance. Io tsipika eo ambony io milaza fa ny halavirana avy eny amin'ny O mankany amin'ny A dia a . Izany hoe raha A mankany amin'ny O dia firy izany ? (C'est une notation de distance algébrique. Algébrique veut dire que la distance peut être négative ou positive. La barre au-dessus de OA indique que depuis O vers A , la distance est égale à a . Alors, si c'est depuis A vers O , la distance est de combien ?)

Articulation entre les deux registres sémiotiques langagiers

Pro : Hitady ny point M ianareo ary hapetraka eo amin'ny axe io avy eo, inona izany no tokony hataonareo ? (Vous allez déterminer le point M puis le placer sur un axe, qu'est-ce qu'il fallait faire alors ?)

Pro : Amin'ny alalan'ny inona no nahafahana nametraka ny point A sy B teo amin'ny axe ? (Par quel moyen nous avons pu placer les points A et B sur l'axe ?)

E04 : Amin'ny alalan'ny coordonné-ny (Par ses coordonnées)

Pro : Oui, bravo E04, alors si on veut chercher le point M, qu'est-ce qu'il fallait faire alors ?

E04 : Tadiavina izany ny coordonné ny point M (Il faut alors chercher les coordonnées du point M)

Pro : Oui c'est ça ! Et puisqu'on ne connaît pas encore les coordonnées du point M, qu'est-ce qu'il faut faire)

E19 : Atao x aloha izany ko ! (On passe par x alors !)

E32 : Angamba tokony ho factirise-na ny m, tsy mety ! Ary raha omena valeur ny m ? (Peut-être qu'il faut factoriser m, non ! Et si on essaie de donner une valeur à m ?)

(E07 essaie $m = 1$, et il trouve l'équation $x^2 = x^2 + ax - 2a$)

E07 : Raha $m = 1$, dia $x = 2a$ (Sim = 1, alors j'ai trouvé $x = 2a$)

E32 : Ary raha 2 indray ary ny m ? (Et si $m = 2$?)

(E07 essaie $m = 2$, alors il trouve $x^2 = 2x^2 + 2ax - 4a$)

E32 : Tokony afindra membre iray izany ireo. Lasa équation du second degré ilay izy (Il faut qu'on les mette dans un membre. L'équation devient du second degré)

E10 : Tokony mitady Δ izany (Il faut calculer Δ alors)

Si ... alors

- Il existe plusieurs manière de dire le "si ... alors" en malgache, mais les plus courantes sont le "raha ... dia" et le "rehefa ... dia"
- Ces expressions conditionnelles sont très utilisées dans vie courante, cela peut changer le sens du concept d'implication

Exemples:

1. Phrase 1 : « Raha izaho ianao, dia hataoko izay » (Si j'étais toi, alors je le ferais)
2. Phrase 2 : « Raha mianatra tsara ianao dia hanana fiainana tsara » (Si tu travailles bien à l'école alors tu auras une belle vie)
3. Phrase 3 : « Raha manana 10.000 Ariary ianao dia omeko an?io » (Si tu as 10.000 Ariary alors je te donne ceci).

Phrase 1 : « Raha izaho ianao, dia hataoko izay » (Si j'étais toi, alors je le ferais)

- Ecrite comme une implication: "si p alors q "
- S'interprète plutôt comme une proposition hypothétique non réalisée en pratique "*puisque je ne suis pas toi, alors je ne peux pas le faire*"
- Elle correspond donc davantage à la contraposée de l'implication réciproque "si $\neg p$ alors $\neg q$ "
- Snytaxe et sémantique ne correspond pas à l'implication mathématique

**Phrase 2 : « Raha mianatra tsara ianao dia hanana fiainana tsara »
(Si tu travailles bien à l'école alors tu auras une belle vie)**

- l'implication s'apparente a priori davantage à une relation de causalité
- le fait d'avoir une belle vie plus tard est vu comme la conséquence du fait de travailler bien à l'école
- sa signification est plutôt encore une fois obtenue par négation de l'antécédent et correspond à la contraposée de la réciproque « *si tu ne travailles pas bien à l'école alors tu n'auras pas une belle vie* »

**Phrase 3 : « Raha manana 10.000 Ariary ianao dia omeko an'io »
(Si tu as 10.000 Ariary alors je te donne ceci)**

- Exprime une condition "si p alors q" et semble donc être congruente avec l'implication logique
- Mais la réciproque est sémantique présente dans cette phrase : la condition est nécessaire et suffisante
- Donc ici l'idiome malgache se traduirait plutôt par « *je te donne ceci si et seulement si tu as 10.000 Ar* »
- Le mot « raha » peut ainsi être traduit par « si » et par « si et seulement si », d'où le risque de confusion entre une implication et une équivalence

Rehefa ... dia

- On entend plutôt le mot « quand » que « si » par « rehefa »
- Le mot « quand » a une fonction temporelle, une implication dans la culture malgache contient donc aussi une temporalité
- Ex: « rehefa tonga ny orana dia lena ny tany » (quand la pluie tombe, alors la terre est mouillée)
- Le mot « rehefa » est utilisé pour signifier simultanément une causalité et une temporalité, ce qui n'est pas congruent avec l'implication mathématique

La langue malgache et le quantificateur universel

Le mot « rehetra (tout) » se construit avec un *déterminant* ou un *groupe de mots* placé avant et qui désigne ce sur quoi porte le quantificateur universel:

- **Ny** olona **rehetra** faly dia mandihy (**Toute** personne joyeuse danse)
- **Ireo** mpianatra **rehetra** dia nifindra kilasy (**Tous** les élèves sont admis en classe)
- **Ho an'izay** mpianatra nahay **rehetra** dia nifindra kilasy (**Pout tout** élève intelligent est admis en classe)
- **Na iza na iza** x ao anatin'ny R , $x^2 \geq 0$ (**Quelque soit** x élément de R , $x^2 \geq 0$)

La langue malgache et le quantificateur existentiel

- Raha $m = 1$ dia **misy** point M iray, $\overline{OM} = 2a$ (Si $m = 1$ alors **il existe** un point M , $\overline{OM} = 2a$)
- **Misy** tsipika **farafahakeliny** iray mandalo amin'ny teboka A (**Il existe au moins une** droite qui passe par le point A)
- Raha $m = 1$ dia **ahitana** point M iray (Si $m = 1$ alors **on trouve** un point M)
- Raha $m = 1$ dia **afaka ahitana** point M iray (Si $m = 1$ alors **on peut trouver** un point M)
- Raha $m = 1$ dia **manana** point M iray (Si $m = 1$ alors **on a** un point M)

Conclusion et Perspectives

Conclusion

- Les deux langues se sont d'abord avérées très complémentaires dans la classe lors des différentes situations didactiques mises en oeuvre
- Leurs fonctions didactiques sont assez spécifiques, le français étant la langue des consignes, souvent écrite, celle dans laquelle on transmet le savoir, alors que le malgache, langue naturelle des élèves, est celle de la dévolution, des communication orales et des argumentations privées
- Nos résultats sur la formulation des concepts logiques soulignent encore davantage ces obstacles linguistiques, avec une langue malgache qui très souvent amène à des ambiguïtés sémantiques et à des confusions entre concepts
- Les résultats montrent aussi l'existence d'idiomes et de mots adéquats, congruents avec le sens logique des concepts, mais peu connus des élèves

Conclusion

Cependant, les enseignants de mathématiques à Madagascar sont faiblement avertis de l'avantage qu'apporterait le bilinguisme dans l'enseignement de leur discipline et il faut donc noter que le lexique malgache est moins privilégié que celui du français. Plusieurs mots malgaches pourraient en outre entraîner des ambiguïtés sémantiques si l'enseignant les utilise d'une manière non maîtrisée. Dans ce sens, il faudrait mieux connaître les spécificités de la langue malgache.

Il n'y a pas non plus d'études approfondies sur la traduction des concepts mathématiques en malgache et des manuels qui incluraient les spécificités linguistiques n'existent pas non plus. De ce fait, les élèves entendent et utilisent durant leurs parcours scolaires des traductions multiples et différentes d'un même objet mathématique qui peuvent parfois être contradictoires.

1. Dans quelle mesure le bilinguisme français-malgache peut favoriser de l'enseignement des mathématiques à Madagascar ?
2. Comment aider ou former les enseignants de mathématiques pour qu'ils puissent accroître l'efficacité de leurs enseignements ?
3. Quelles techniques et quels dispositifs bilingues peut-on leur proposer ?
4. Comment inclure l'enseignement des langues française et malgache dans l'enseignement des mathématiques ?

References

- BROUSSEAU, G. (1998). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques. 5:1–9.
- DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5:37–65.
- RAZANAVAO, N. (2009). La malgachisation de l'enseignement. *Cadres d'éducation*.
- VERGNAUD, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherche en didactique des mathématiques*, 10(23):133–170.
- ZENY, C. (1983). *L'éducation de base à Madagascar, de 1960 à 1976: motivations et contenus des changements (Thèse de doctorat en sciences de l'éducation)*. Universités Lyon-II, UER - Institut aux pratiques psychologiques sociologiques et éducatives.