Un thème de quatrième
pour apprendre à raisonner

Milieu d'un segment

Marie-José BACH - Madeleine MAROT
IREM de Poitiers

Depuis l'expérimentation et l'introduction des nouveaux programmes de quatrième au collège, nous nous interrogeons sur la manière de rattacher la phrase "savoir calculer les coordonnées du milieu d'un segment" aux autres parties du programme sans avoir à parachuter une connaissance nouvelle mais en la reliant au travail réalisé par ailleurs en géométrie plane dans nos classes.

C'est ainsi qu'est née l'idée de faire du "milieu" un thème "fédérateur" permettant de greffer d'autres travaux de géométrie. Dans cet article, nous essayons de présenter notre travail autour du thème «Milieu d'un segment» en précisant les raisons qui nous ont amenées à travailler ainsi, les parties du programme introduites ou réinvesties dans ce thème, les exercices proposés, les apprentissages visés en relation avec la mise en place de la démonstration en quatrième et les outils utilisés pour résoudre les problèmes proposés.

Les intérêts d'un travail sur le milieu

Pour structurer le travail au collège, chaque année il est possible de découper le programme en thèmes importants appelés dominantes ou thèmes "fédérateurs" (*voir brochures 4ème-3ème IREM de Poitiers*) permettant de traiter plusieurs points du programme et d'organiser la gestion des notions sur l'ensemble de l'année.

Ainsi le thème "milieu" permet :

* de travailler sur les **quadrilatères particuliers** et sur les **droites particulières** dans un triangle (médianes, médiatrices, ...).

* de réactiver les connaissances des élèves sur le **repérage** dans le plan, la **symétrie centrale** et ses propriétés, la **résolution d'équations** simples, les **règles de calcul** sur les fractions et les nombres relatifs (addition, multiplication) et de les faire fonctionner dans le seul contexte où l'on utilise les nombres relatifs en quatrième (coordonnées).
* de travailler en **géométrie métrique,** de généraliser **des propriétés établies** en cinquième et d'avancer vers l'abstraction.
* d'intégrer les **méthodes de démonstration** appliquées dans un repère à l'ensemble des méthodes de démonstration et ainsi de ne pas donner à l'élève l'impression que c'est un monde à part : on peut faire fonctionner dans un repère des méthodes purement géométriques ou mieux, combiner des méthodes géométriques et des méthodes algébriques.
* d'apprendre aux élèves à élaborer des **stratégies de recherche** en les poussant à se questionner et à verbaliser les différentes étapes de leur recherche : "Qu'ai-je à faire ? Comment le faire ? Que me faut-il ? Quelle connaissance puis-je utiliser ?" C'est le moment de reclasser les connaissances selon un critère d'utilité (à quoi peut servir tel théorème ?), de distinguer un énoncé et sa réciproque et de constituer des fiches méthodes ou de comprendre le bien-fondé d'une fiche méthode toute prête. En effet, les élèves travaillent avec le fichier MÉTHODES qui a été mis au point à l'IREM de Poitiers.

Contenus du programme de 4ème visés dans cet apprentissage

Il s'agit avant tout de contenus géométriques :

"Savoir utiliser dans une situation donnée :
- la propriété de conservation du milieu par projection,
- les propriétés du segment qui joint les milieux de deux côtés d'un triangle.
Savoir calculer les coordonnées du milieu d'un segment.
Savoir tracer les médiatrices, les hauteurs, les médianes d'un triangle et savoir qu'elles sont concourantes".

et aussi de satisfaire aux objectifs généraux décrits dans le bandeau activités géométriques :

"La description et la représentation d'objets géométriques usuels du plan et de l'espace, le calcul de grandeurs attachées à ces objets demeurent des objectifs fondamentaux.
Dans le plan, les travaux font appel aux figures usuelles... Les propriétés caractéristiques usuelles du losange, du rectangle, du carré et

du parallélogramme sont exigibles. De nouveaux outils notamment les projections, le théorème de Pythagore, les translations viennent s'ajouter aux outils des classes antérieures ; à ces enrichissements correspond un développement des capacités de découverte et de démonstration".

TRAVAIL PROPOSÉ DANS LA CLASSE

PREMIÈRE PARTIE

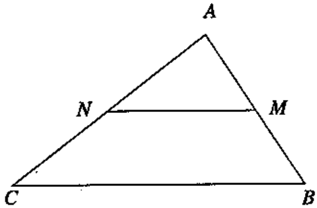
Cette première partie va permettre d'introduire et de faire fonctionner les propriétés de la **droite des milieux** dans un triangle.

Elle débute par une activité (situation problème) dans laquelle l'élève sera plongé dans la problématique de la preuve. De cette activité, se dégageront les propriétés de la droite des milieux dans un triangle, théorème qui sera ensuite institutionnalisé.

Le choix des exercices proposés a été guidé par un souci de faire fonctionner la propriété découverte et de favoriser l'acquisition de méthodes permettant de prouver des propriétés de figures.

Au début de l'activité (le mot "activité" est entendu avec le sens défini par l'équipe de Poitiers dans Repère n° 8), l'élève se forge une idée de la réponse et se persuade du résultat, ensuite il cherche des arguments pour justifier sa réponse (En es-tu sûr ?), et convaincre les autres de la justesse de son résultat .

L'**activité** proposée est la suivante :



ABC est un triangle
M est le milieu de [AB]
N est le milieu de [AC]
Quelle fraction de l'aire de ABC représente l'aire du triangle AMN ?
En es-tu sûr ?

Suivant les classes, deux présentations sont possibles :
- soit la consigne et la figure sont données sur une feuille aux élèves,
- soit la consigne est donnée oralement, les élèves construisent alors la figure de leur choix.

Cette deuxième présentation semble plus riche, en effet, la figure n'étant pas imposée à l'élève, les constructions diffèrent et le passage à la justification s'avère nécessaire pour généraliser la propriété découverte (ce qui est vrai sur une construction l'est-il sur l'autre ?) .

La consigne est simple et la question posée est vite comprise par les élèves. L'aire et la fraction - partage sont des notions maîtrisées en quatrième.

Chaque élève peut s'engager dans la recherche, en effet, le problème de la preuve se situe dans le deuxième temps de l'activité et c'est sur ce point que portera l'institutionnalisation faite par le professeur (si l'élève "sèche" sur la preuve, il n'aura pas eu l'impression de "sécher" devant tout le problème).

Les procédures qui peuvent être utilisées par les élèves sont :

- l'utilisation du calque du triangle *AMN* afin de voir combien de fois on peut le placer dans *MNBC* (méthode qui conduit à la procédure suivante),
- le découpage de la figure en 4 triangles identiques en utilisant le troisième milieu,
- le tracé des hauteurs puis mesure des dimensions nécessaires et calculs des aires puis de la fraction. (Les résultats légèrement différents d'une figure à l'autre permettent d'installer un léger doute).

Remarque : La situation permet de combattre l'idée fausse que la fraction de l'aire est la même que la fraction de périmètre.

Les élèves sont vite persuadés et convaincus que l'aire du triangle *AMN* représente le quart de l'aire du triangle *ABC* .

Le nouveau problème est alors "Comment en être sûr ? Comment le prouver ?"

On retiendra principalement les deux stratégies suivantes proposées par les élèves :

1 - Pour ceux qui ont proposé le découpage de la figure, il faut être sûr que les 4 triangles ont la même aire, en fait ici il faut être sûr que les 4 triangles sont identiques :

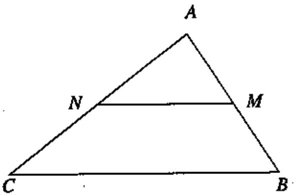
➨ ont-ils les mêmes côtés ? (Les élèves savent que lorsqu'on connaît les trois côtés d'un triangle, il est parfaitement déterminé et unique, à une isométrie près !). En appelant P le milieu de $[BC]$, cela revient à se demander

si $MN = BP = PC$ si $MP = AN = NC$ si $NP = AM = MB$

et pourquoi il en est ainsi.

. d'autres procédures peuvent s'engager avec les angles : un angle entre deux côtés ... Ce qui revient à dire que si on savait que $(MN)//(BC)$ alors les angles $\widehat{AMN}$ et $\widehat{MBP}$ seraient égaux (car correspondants).

2 - Pour ceux qui sont engagés dans le calcul d'aires, plusieurs questions se posent :



- la longueur AK est-elle la moitié de AH ?
- la longueur MN est-elle la moitié de BC ?
- les hauteurs (AH) et (AK) sont-elles portées par la même droite ? (question posée par le professeur).

L'enseignant peut proposer la synthèse suivante : "Si on arrive à prouver que $(MN)//(BC)$ et que $MN = \frac{1}{2}BC$ alors le problème sera résolu pour tous".

Le professeur a le choix de donner le théorème à ce moment-là ou de pousser plus loin la recherche de preuve.

Voici plusieurs possibilités de preuves :

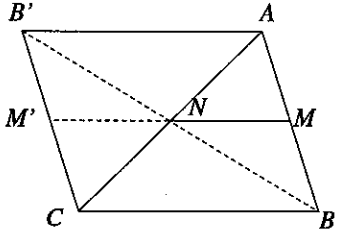
1 - Une preuve, trouvée par des élèves, parait tout à fait acceptable et peut être acceptée selon le niveau de la classe : le triangle AMN est une réduction du triangle ABC à l'échelle $\frac{1}{2}$ puisque $AM = \frac{1}{2}AB$, $AN = \frac{1}{2}AC$, et que l'angle A est le même, par conséquent $MN = \frac{1}{2}BC$ et les angles $\widehat{AMN}$ et $\widehat{ABC}$ sont égaux ainsi que les angles $\widehat{ANM}$ et $\widehat{ACB}$, les droites (MN) et (BC) sont obligatoirement parallèles.

2 - On peut proposer aux élèves de prouver le parallélisme entre (MN) et (BC) en prenant comme donnée le fait que $MN = \frac{1}{2}BC$.

3 - On peut aussi proposer le problème de la démonstration en faisant intervenir le symétrique de M par rapport à N (*voir brochure de 4ème de l'IREM de Poitiers*). Cette démonstration ne sera intéressante que si on arrive à montrer comment l'idée de faire intervenir ce nouveau point (le symétrique) peut s'expliquer. Comment pouvait-on penser à faire cette construction ? à rajouter un point sur la figure ?

4 - On peut aussi faire le symétrique de toute la figure par rapport à N et uti-

liser les propriétés de la symétrie centrale pour prouver que $ABCB'$ et $AB'M'M$ sont des parallélogrammes et ensuite en déduire que $(MN) // (BC)$.

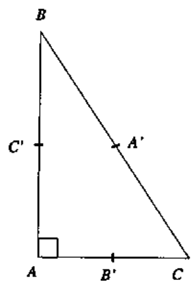


Les **exercices** ont pour objectifs de faire fonctionner les deux propriétés institutionnalisées à la fin de l'activité et aussi de prouver des propriétés de figures au travers des situations proposées, de dépasser les simples constatations à partir de la figure et d'amener l'élève à argumenter. Cela nécessite un questionnement de l'élève, la recherche d'une démarche de résolution, la familiarisation avec le fichier MÉTHODES, la validation et l'institutionnalisation des propriétés rencontrées pour qu'elles deviennent des outils de démonstration.

Les exercices sont choisis pour que la recherche soit riche, afin de favoriser la confrontation des différentes démarches, pour inciter les élèves à expliciter leur choix et clarifier leurs explications.

Dans les exercices 1 à 5, les figures sont données afin de faciliter la lecture du document.

Exercice 1



ABC est un triangle rectangle en A.
A', B', C' sont les milieux respectifs de $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.
Quelle est la particularité du quadrilatère $AB'A'C'$?
Prouve-le.

Méthodes possibles :

"Comment prouver qu'un quadrilatère est un rectangle ?"

- 3 angles droits

ou

- parallélogramme avec un angle droit

ou

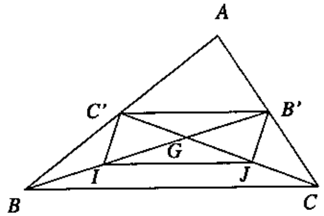
- parallélogramme avec des diagonales de même mesure.

Connaissances manipulées selon les démarches :

- la droite des milieux

- deux droites perpendiculaires à une même troisième
- la médiane dans un triangle rectangle.

Exercice 2



ABC est un triangle quelconque.[BB'] et [CC'] sont deux médianes.
Elles se coupent en G.
On désigne par I le milieu de [BG] et J celui de [CG].
Que dire du quadrilatère $B'C'IJ$? Prouve-le.
Que peut-on dire pour le point G sur chacune des médianes [BB'] et [CC'] ?

Méthodes possibles :

"Comment prouver qu'un quadrilatère est un parallélogramme ?"

- côtés opposés parallèles

ou

- deux côtés à la fois parallèles et de même mesure.

Connaissances manipulées :

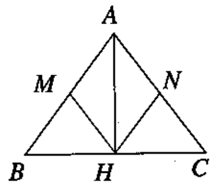
- la droite des milieux
- le segment des milieux
- la transitivité du parallélisme.

La synthèse permet de dégager la propriété :

"Les médianes dans un triangle sont concourantes en un point G situé aux $\frac{2}{3}$ *à partir de chaque sommet"*

et de l'institutionnaliser.

Exercice 3



ABC est un triangle isocèle en A.
[AH] est la hauteur, M et N sont les milieux de [AB] et de [AC].
Que dire du quadrilatère $AMHN$? Prouve-le.

Méthodes possibles :

"Comment prouver qu'un quadrilatère est un losange ?"

- les quatre côtés de même mesure
- parallélogramme qui a les diagonales perpendiculaires .

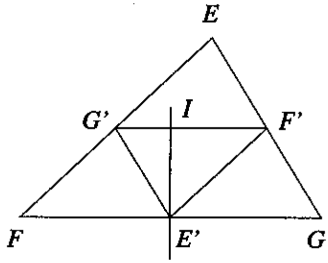
Connaissances manipulées :

- droite et segment des milieux

- hauteur dans un triangle isocèle
- médiane dans un triangle rectangle .

Remarque :Pour des élèves ayant des difficultés, on peut faciliter le travail en donnant des longueurs, par exemple : $AB = 7$ et $BC = 5$.
Ceci favorise les stratégies utilisant les calculs de longueurs (médianes dans un triangle rectangle, segment des milieux, côtés de même mesure) .

Exercice 4



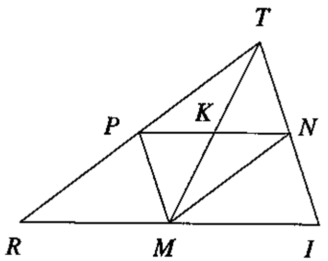
EFG est un triangle .
E', F', G' sont les milieux respectifs de [*FG*] , [*EG*] et [*FE*] .
La médiatrice de [*FG*] coupe la droite (*G'F'*) en *I* .
Que représente [*E'I*] pour le triangle *E'F'G'* ? Prouve-le .

Méthode :
"Comment prouver que deux droites sont perpendiculaires ?"
- deux droites parallèles, une perpendiculaire à l'une l'est aussi à l'autre .

Connaissances manipulées :
- droite des milieux
- médiatrice d'un segment
- hauteur dans un triangle.

Remarque: Un prolongement possible permet de montrer que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes. Un exemple est donné dans la *revue Repère n°8 : "Activité pour le collège" par D.Berghe, B.Poulain, J.Borreani - Irem de Rouen .*

Exercice 5



TRI est un triangle quelconque. Construis la médiane [*TM*] . Place *P* milieu de [*TR*] et *N* milieu de [*TI*] . *K* est le point d'intersection de (*TM*) et de (*PN*) .
Est-il vrai que (*MK*) est une médiane du triangle *MPN*? Justifie ta réponse .

Méthodes possibles :
"Comment montrer qu'un point est le milieu d'un segment ?"
- diagonales d'un parallélogramme .

"Comment montrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme ?"

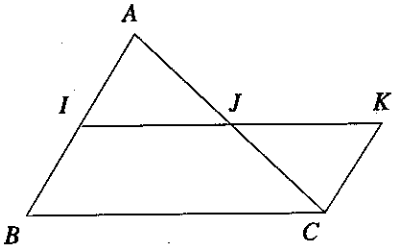
- côtés opposés parallèles
- 2 côtés à la fois parallèles et de même mesure .

Connaissances manipulées :

- droite des milieux
- médianes dans un triangle.

Exercice 6

ABC est un triangle .
I est le milieu de [*AB*] .
La parallèle à (*BC*) passant par *I* et la parallèle à (*AB*) passant par *C* se coupent en *K* . La droite (*IK*) coupe (*AC*) en *J* .
Est-il vrai que *J* est le milieu de [*AC*] ? Prouve ta réponse .



Méthodes possibles :

"Comment prouver qu'un quadrilatère est un parallélogramme ?"

- côtés opposés parallèles (*IKCB*)
- 2 côtés parallèles et de même mesure (*AKCI*).

"Comment prouver qu'un point est le milieu d'un segment ?"

- diagonales d'un parallélogramme (comme dans l'exercice précédent) .

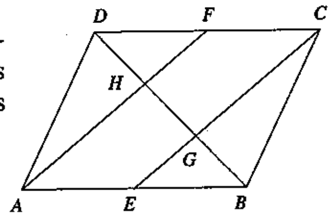
La synthèse permet de valider la réciproque de l'énoncé des milieux:

$$\left.\begin{array}{r}\text{I milieu de [AB]}\\ (IJ)//(BC)\end{array}\right\}\text{ donc } J \text{ milieu de } [AC]$$

Cette réciproque sera institutionnalisée dans la classe .

Exercice 7

Un vieux problème : (livre III Euclide)
"Les droites qui joignent deux sommets opposés d'un parallélogamme au milieu des côtés opposés divisent la diagonale qui joint les deux autres sommets en trois parties égales" .



Méthodes :

"Comment comparer des longueurs ? "
"Comment montrer qu'un point est le milieu d'un segment ? "

Bulletin Inter-IREM - Commission Premier cycle.

Connaissances manipulées :

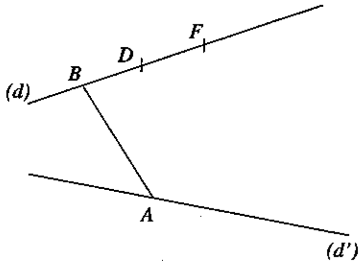
- parallélogramme pour déduire des propriétés
- propriétés pour prouver un parallélogramme
- réciproque de la droite des milieux

L'objectif de cet exercice est double :

- faire travailler sur le parallélogramme dans les deux sens
- faire analyser la figure et les conditions d'utilisation d'un énoncé, choisir les triangles dans lesquels on se place .

Exercice 8

Sur une droite (d), on considère trois points B, D, F tels que D soit le milieu de $[BF]$; sur une droite (d') on considère un point A. C est le projeté de D sur (d') parallèlement à (BA), E est le projeté de F sur (d') parallèlement à (BA).
Que dire de C ? Prouve-le.



Méthode :

"Comment montrer qu'un point est le milieu d'un segment ?"

- conservation du milieu par projection.

Connaissance manipulée :

- réciproque de la droite des milieux.

Pour résoudre cet exercice, il est nécessaire de se ramener à ce que l'on connaît et donc d'ajouter le segment $[BE]$ ou le segment $[AF]$ pour faire apparaître deux triangles. La synthèse porte sur la conservation du milieu dans une projection, connaissance qui sera institutionnalisée et qui pourra ensuite être utilisée.

DEUXIÈME PARTIE

Cette deuxième partie a pour but de faire dégager la formule des coordonnées du milieu d'un segment dans un repère puis de l'utiliser pour prouver des propriétés de figures.

L'activité proposée permet d'émettre des conjectures sur la formule à trouver à partir d'une figure réalisée dans un repère. La figure est complexe, la recherche de la particularité permet de réinvestir la symétrie centrale étudiée en cinquième. Il est nécessaire de trouver les coordonnées du milieu commun des segments $[AE]$, $[BF]$, $[CG]$, $[DH]$.

Les coordonnées des points de la figure ne sont pas données au hasard mais elles sont choisies pour que le centre de symétrie soit sur l'axe des ordonnées. Cela conduit les élèves à remarquer que l'ordonnée du milieu est 0 lorsque les ordonnées des deux points sont des nombres opposés et faciliter l'énoncé de conjectures ; pour calculer l'autre coordonnée beaucoup d'élèves proposent la somme des abscisses, ce qui est mis en défaut et nécessite une recherche plus approfondie.

*Le problème est alors :"**Comment calculer les coordonnées du milieu d' un segment ?**"*

Très vite, les élèves proposent la demi-somme des abscisses puis la demi-somme des coordonnées des extrémités.

L'**activité** est la suivante :

Dans un repère orthonormal, on donne les points :

$A(6\ ;\ 3)$, $B(4\ ;\ -1)$, $C(\frac{3}{2}\ ;\ 0)$, $D(-\frac{7}{2}\ ;\ -1)$, $E(-6\ ;\ 0)$, $F(-4\ ;\ 4)$,

$G(-\frac{3}{2}\ ;3)$, $H(\frac{7}{2}\ ;4)$.

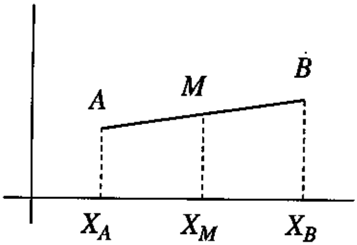
Le polygone *ABCDEFGH* présente une particularité. Laquelle ? Comment le prouver ?

Dans les classes, les élèves ne travaillent pas tous au même rythme, voici un prolongement possible pour que les élèves rapides continuent à travailler : d'autres parallélogrammes non liés à la symétrie déjà étudiée apparaissent dans cette figure, comment les prouver ?

Ceci permet de faire fonctionner et de valider la formule proposée par les élèves, de contrôler les réponses à l'aide du dessin, de proposer une utilisation performante de la symétrie centrale et de ses propriétés et pour le professeur, de gérer l'hétérogénéité de sa classe.

L'institutionnalisation porte sur la formule permettant de calculer les coordonnées du milieu d'un segment et la fiche : *"Comment montrer qu'un point est le milieu d'un segment ?"*.

Cette formule peut, selon le niveau de la classe, être démontrée avec la projection du milieu, démonstration qui est assez simple dans le premier quadrant :



$$x_M = x_A + \frac{x_B - x_A}{2}$$

$$x_M = \frac{x_A}{2} + \frac{x_B}{2}$$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

Les **exercices** proposés ont pour objectifs de :

- faire fonctionner ce qui vient d'être institutionnalisé
- travailler sur les équations simples
- démontrer des propriétés de figures.

Ils ont été choisis pour que les élèves puissent mettre en jeu plusieurs stratégies, utilisent leur fichier MÉTHODES pour parfaire leur recherche, justifient leurs affirmations et organisent leurs démonstrations.

Exercice 1

Dans un repère orthonormal, place les points :
$A(2\,;1)$, $B(6\,;4)$, $C(5\,;0)$, $D(-8\,;-1)$, $E(-4\,;2)$, $S(1\,;-3)$
On désigne par I ; J ; K ; L les milieux respectifs de $[EB]$; $[BS]$; $[SD]$ et $[ED]$.

a) *ABCS* est-il un parallélogramme ? Prouve ta réponse.
b) *IJKL* est-il un parallélogramme ? Justifie.
c) Peut-on calculer les coordonnées de F pour que *BAEF* soit un parallélogramme ?
d) Prouve que $[EF]$ et $[SC]$ ont la même longueur.
e) Prouve que D, E, F sont alignés.

Méthodes :

"Comment prouver qu'un quadrilatère est un parallélogramme ?"
- diagonales de même milieu.

"Comment montrer que deux segments ont la même longueur ?"
- propriétés du parallélogramme.

" Comment démontrer que des points sont alignés ?"

Connaissances manipulées :

- calcul des coordonnées du milieu d'un segment
- droite des milieux
- résolution d'équations.

Exercice 2

Dans un repère orthonormal, place les points :
$A(1\,;1)$, $B(2\,;3{,}5)$, $C(3\,;6)$, $D(4{,}5\,;2)$, $E(8\,;3)$
Prouve que (BD) est parallèle à (CE).

Connaissances réinvesties :

- droite des milieux
- coordonnées du milieu.

Remarque : Il est nécessaire de prouver d'abord que B et D sont les milieux de $[AC]$ et de $[AF]$. Les élèves n'y pensent pas forcément. Cet exercice est choisi pour montrer que l'on peut utiliser des méthodes géométriques dans un contexte analytique (les élèves de quatrième ne savent pas montrer de manière analytique le parallélisme de deux droites).

Exercice 3

Dans un repère orthonormal, on donne : $A(-2\,;3)$, $B(2\,;6)$, $E(2\,;-2)$.
I est le milieu de $[BE]$, $EABT$ est un parallélogramme.
a) Place T et calcule ses coordonnées.
b) On trace la parallèle à (AB) passant par I, elle coupe (AE) en L.
Calcule les coordonnées de L.

Connaissances réinvesties :

- propriétés du parallélogramme
- réciproque de la droite des milieux dans un triangle.

Exercice 4

Dans un repère orthonormal :

$A(-3; 2)$, $B(-1\,;-3)$, $C\left(\frac{2}{3}\,;\frac{10}{3}\right)$, $D\left(\frac{8}{3}\,;\frac{5}{3}\right)$.

I est le milieu de $[AB]$ et J celui de $[AC]$
E est le symétrique de D par rapport à I
F est le symétrique de D par rapport à J
Cette figure présente des particularités, lesquelles ? Cherche des preuves à tes affirmations.

Ici, un problème apparait "Comment placer des points dont les coordonnées ne sont ni entières ni décimales ?" C'est l'occasion de travailler les différentes écritures d'un nombre, par exemple :

$\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 3 - \frac{1}{3}$, ce qui permet de placer $\frac{8}{3}$ sur la droite graduée.

Connaissances mobilisées :

- propriétés du parallélogramme
- droite des milieux
- points alignés
- coordonnées du milieu
- milieu d'un segment
- symétrie centrale (construction, lien avec le milieu)
- calcul sur les fractions de même dénominateur et sur la moitié d'une fraction (retour au sens des opérations ou réinvestissement de "diviser par x signifie multiplier par $\frac{1}{x}$ ".

CONCLUSION

Ce travail qui s'est échelonné sur un temps assez long a été très fructueux et ceci pour plusieurs raisons :

- Les élèves ont manipulé de nombreuses connaissances spécifiques à la classe de quatrième.
- Ils ont travaillé les méthodes de recherche (conjectures, preuves, justification) et se sont familiarisés avec leur fichier MÉTHODES.
- Ils ont réutilisé des notions anciennes sur des situations nouvelles (symétrie centrale, calcul avec des nombres relatifs, fractions, repérage, quadrilatères, ...).

Toutes ces raisons nous autorisent à penser que le thème "milieu d'un segment" permettant de travailler les grands objectifs de la classe de quatrième et de la discipline est un bon thème "fédérateur" pour ce niveau.

ÉVALUATION

Nous proposons trois devoirs donnés dans trois classes différentes et dans des collèges différents à la suite de cette étude :

4°4 Devoir sur feuille (à la maison)

(S'évaluer sur le milieu et la démonstration)

1. **a)** Place dans un repère d'origine O les points suivants :

$R(1;7)$, $S(-2;3)$, $T(-1;-2)$, $U(2;2)$.

b) Démontre que *RSTU* est un parallélogramme.

c) Place le point M symétrique de S par rapport à U, et calcule ses coordonnées.

d) La droite (RU) coupe la droite (TM) en N. Place N et calcule ses coordonnées.

e) Démontre que $UN = \frac{1}{2} RU$.

2. a) Trace un cercle (C) de centre O, et un diamètre quelconque $[AB]$ de ce cercle. Place un point M, n'importe où sur le cercle (C). Fais une figure et écris la liste des données.

b) Trace la droite passant par B et parallèle à la droite (OM) : elle coupe la droite (AM) en un point appelé S. Complète la figure et la liste des données, puis démontre que M est le milieu de $[AS]$.

c) Place sur la figure le point T symétrique de B par rapport à M, puis démontre que (OM) est parallèle à (AT).

d) Démontre que $BATS$ est un losange.

Pour réviser (facultatif)

e) Calcule l'aire et le périmètre de $BATS$ en supposant que le rayon du cercle (C) mesure 3 cm, et que l'angle $\widehat{BAM}$ mesure 50°.

4 A Devoir en classe

Exercice 1) ABC est un triangle. I est un point de $[BC]$.

On appelle :

S le milieu de $[BI]$
T le milieu de $[IC]$
M le milieu de $[AB]$
N le milieu de $[AC]$.

a) Montre que (NT) est parallèle à (AI).

b) Montre que $MNTS$ est un parallélogramme.

Exercice 2) Dans un repère orthonormal, on donne les points :

$$P(-1\,;-3)\,,\,L(2\,;2)\,,\,U(7\,;0)\,,\,S(4;-5)$$

a) Que peut-on dire de $PLUS$? Prouve-le.

b) On appelle R le symétrique de S par rapport à U. Calcule les coordonnées de R.

Exercice 3) $ABCD$ est un parallélogramme tel que $DC = 8{,}4$ et $BC = 4$.

D' est le point tel que A soit le milieu de $[DD']$.

E est le point du segment $[AB]$ tel que $AE = 2{,}8$.

La droite $(D'E)$ coupe la droite (DC) en F.
a) Montre E est le milieu de $[D'F]$.

b) Déduis-en DF et montre que $FC = \frac{1}{3} \times DC$.

4 B Devoir en classe

Exercice 1)
1 - Placer dans un repère les points suivants :
$A(2\,;3)$, $B(-1\,;0)$, $K(3\,;-2)$, $P(0\,;-5)$ et T le milieu de $[AP]$.
2 - Calculer les coordonnées de T.
3 - Le quadrilatère $ABPK$ est-il un parallélogramme ? Prouve-le.
4 - Placer le point $R(-5\,;2)$.
a) Est-il vrai que R et K sont symétriques par rapport à B ? Justifie.
b) Soit I le milieu de $[RB]$, prouve que B est aussi le milieu de $[IT]$.
5 - Que représente la droite (RT) pour le triangle RAP ? Pourquoi ?

Exercice 2)
1 - Construire un triangle BAO rectangle en A avec $AB = 3\,\text{cm}$ et $AO = 4\,\text{cm}$. Soit C le symétrique de A par rapport à O. Sur la demi-droite $[BO)$ placer le point D tel que $BD = 8$ cm. Placer les points I, J, K et L milieux respectifs de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$.
2 - $IJKL$ est-il un losange ? Justifie ta réponse.*(tu peux utiliser le fichier méthodes).*

Si tu as fini :
Ex 1) 5 b - Que représente le point B pour le triangle RAP ?
Justifie ta réponse.